

# 熱塩成層乱流の浮力比依存性

課題責任者

花崎 秀史

京都大学大学院 工学研究科

著者

花崎 秀史\*<sup>1</sup>, 沖野 真也\*<sup>1</sup>

\*<sup>1</sup> 京都大学大学院 工学研究科

キーワード：熱塩成層流体，減衰乱流，浮力比，ソルトフィンガー，ポテンシャルエネルギー

## 1. 緒言

海洋における鉛直密度成層は主に熱と塩分によって形成され、熱塩成層と呼ばれる。熱と塩分の拡散係数は約 100 倍異なるため、熱拡散のプラントル数が  $Pr = \nu^* / \kappa_T^* = 7$  であるのに対し、塩分拡散のシュミット数は  $Sc = \nu^* / \kappa_S^* = 700$  である ( $\nu^*$ : 流体の動粘性係数、 $\kappa_T^*$ : 熱拡散係数、 $\kappa_S^*$ : 塩分拡散係数)。その結果、熱と塩分の両方の効果によって形成される鉛直密度分布が静的に安定であっても、両者の拡散係数の違いに起因してしばしば不安定性や対流が生じることが古くから知られている。そのような対流は二重拡散対流と呼ばれ[1, 2]、従来、線形安定性解析によって説明されてきた[3]。また近年は、海洋観測で見られる階段状の密度分布[4]の再現の他、二重拡散対流の三次元直接数値計算も行われるようになった[5-7]。

一方、密度成層流体中の「乱流」については、これまで室内実験、数値計算、理論解析により幅広く研究されてきたが、ほとんどの場合、一種類のスカラーによって形成される密度成層が対象であった。拡散係数の異なる二種類のスカラーによって形成された密度成層流体中の乱流の数値計算をおこなった例としては、Gargett, Merryfield & Holloway [8]がある。そこでは、熱 ( $Pr = 7$ ) と塩分 ( $Sc = 70$  (実際の 1/10 の値を使用)) がともに安定に成層している場合について、熱と塩分の乱流拡散係数の違い (differential diffusion) が議論されている。

本研究では、その研究 (Gargett et al. [8]) を拡張し、熱または塩分のいずれかが不安定成層している場合についても直接数値計算をおこなった。そして、小スケールにおいて生じる不安定性 (finger 型対流、diffusive 型対流) が乱流全体の減衰にどのような影響を及ぼすかを調べた。

## 2. 直接数値計算

周期境界を有する立方体領域中に満たされた、安定な熱塩成層流体を考える。静止状態における温度場 ( $Pr = 7$ ) と塩分場 ( $Sc = 700$ ) は一定の鉛直勾配をもち、流体の密度  $\rho^*$  と温度  $T^*$ 、塩分  $S^*$  は次の状態方程式によって関連付けられるものとする。

$$\rho^* = \rho_0^* \{1 - \alpha^*(T^* - T_0^*) + \beta^*(S^* - S_0^*)\} \quad (1)$$

ただし、 $\alpha^*(> 0)$  は熱膨張係数、 $\beta^*(> 0)$  は塩分収縮係数

であり、下付きの 0 は基準状態を表す。このとき、密度成層に対する温度と塩分の寄与は次の浮力比を用いて表される。

$$R_\rho = \left( \alpha^* \frac{dT^*}{dz^*} \right) / \left( \beta^* \frac{dS^*}{dz^*} \right) \quad (2)$$

ここで、バーは静止状態を表すものとする。

本研究では、安定な熱塩成層流体における減衰乱流の直接数値計算を実施した。初期速度場に等方的な攪乱を与えるが、温度場と塩分場には攪乱を与えない。

系は、連続の式、ナビエ・ストークス方程式、温度攪乱と塩分攪乱の輸送方程式、状態方程式によって支配される。フーリエ・スペクトル法によって支配方程式の直接数値計算を実施した。非線形項の評価の際に生じるエイリアス誤差は 3/2 則によって除去した。また、時間積分は 4 次精度のルンゲ・クッタ法により実行した。計算に用いる格子点数は初期には 4096<sup>3</sup> 点とし、時間の経過とともに高波数成分が減衰するため、途中で格子点数を 2048<sup>3</sup> 点に減らして計算を続けた。

本研究では、初期攪乱の rms 速度  $U_0^*$  と積分長  $L_0^*$  に基づく初期レイノルズ数を  $Re_0 = U_0^* L_0^* / \nu^* = 50$ 、初期フルード数を  $Fr_0 = U_0^* / (N^* L_0^*) = 1$  に固定し、流れの浮力比依存性 ( $R_\rho = -1, 0, 1/2, 2, \infty$ ) を調べた。ただし、 $N^* (= \sqrt{-(g^* / \rho_0^*) (d\rho^* / dz^*)})$  はプラント・バイサラ振動数である ( $g^*$  は重力加速度)。以後、アスタリスクなしの物理量は  $U_0^*, L_0^*, -L_0^* d\rho^* / dz^*$  によって無次元化された量を表すものとする。

結果の記述にあたっては、浮力比  $R_\rho$  の代わりに次式で定義されるターナー角  $Tu$  を用いる。

$$\tan(Tu + 45^\circ) = -R_\rho \quad (3)$$

本研究の計算パラメータの対応は表 1 の通りである。

## 3. 結果

図 1 にポテンシャルエネルギースペクトル  $E_p(k)$  の時間変化を示す。まず、最も単純な場合である温度成層 ( $Tu = 45^\circ$ 、図 1 d) から説明する。はじめ、ポテンシャルエネルギースペクトルは  $k \approx 2.5$  にピークをもち、こ

表 1 本研究で用いた浮力比とターナー角。

$R_\rho$	1/2	0	-1	$\infty$	2
$Tu$	-72°	-45°	0°	45°	72°

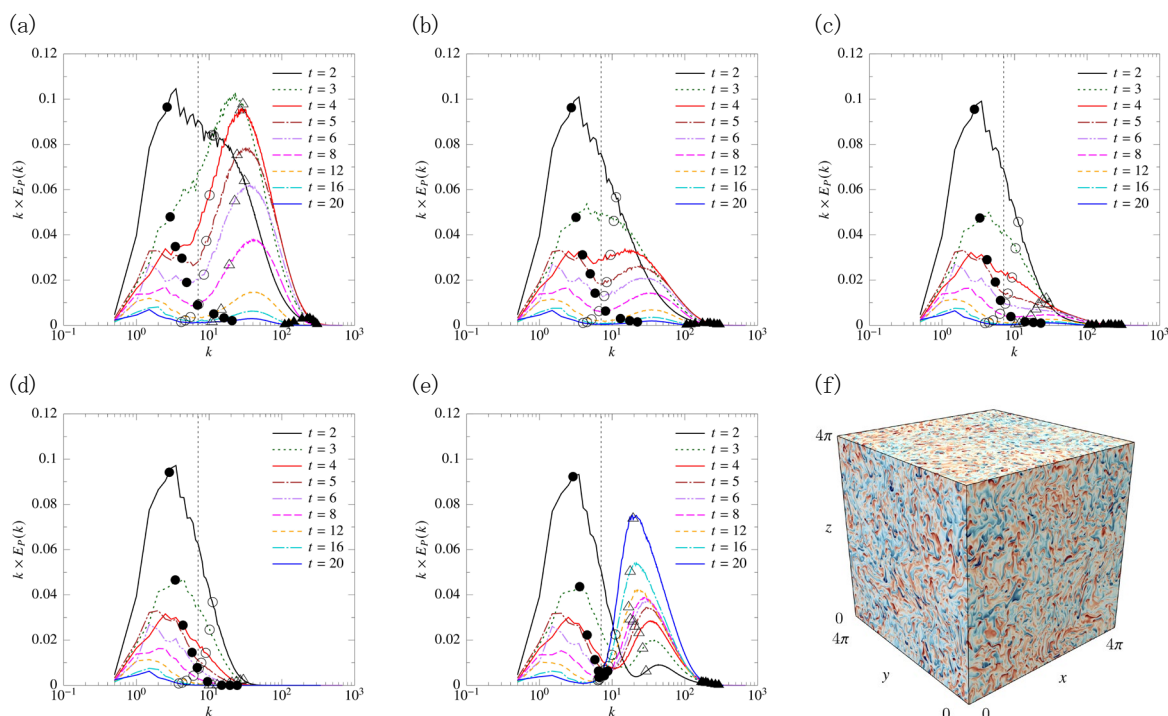


図1. (a-e) ポテンシャルエネルギーのプレマルチプライド・スペクトルの時間変化。(a)  $Tu = -72^\circ$ 、(b)  $Tu = -45^\circ$ 、(c)  $Tu = 0^\circ$ 、(d)  $Tu = 45^\circ$ 、(e)  $Tu = 72^\circ$ 。白丸はコルモゴロフ波数、黒丸はオズミドフ波数、白三角は温度のバチェラー波数、黒三角は塩分のバチェラー波数を示す。鉛直破線は成層流体のプリミティブ波数  $k_p = \sqrt{Re_0/Pr_0} \approx 7.1$  である。(f)  $Tu = 72^\circ, t = 20$  における密度攪乱分布。赤(青)は負(正)の密度攪乱を示す。

の波数は初期運動エネルギー・スペクトルのピーク ( $k = \sqrt{2\pi} \approx 2.5$ ) に等しい。これは、初期には運動エネルギーが鉛直密度フラックスを介してポテンシャルエネルギーへと変換されるためである。 $Pr = 7 (\geq 1)$  であるためにコルモゴロフ波数よりも高波数の成分はわずかにしか生成されない。塩分成層 ( $Tu = -45^\circ$ 、図1b) の場合には、シュミット数が非常に大きく ( $Sc = 700 \gg 1$ )、 $k \sim 10^2$  の高波数にまでポテンシャルエネルギーが輸送される。そして、ポテンシャルエネルギーは時間の経過とともに、破線で示される成層流体のプリミティブ波数において顕著に減少する[9]。これは、高波数において鉛直密度フラックスのコスペクトルが常に負(逆勾配)となる[10, 11] ために起こるものである。 $Tu = 0^\circ$  (温度成層と塩分成層がともに安定) におけるポテンシャルエネルギー・スペクトル(図1c)は、以上に述べた2ケースの中間的な状態を示す。 $Tu = -45^\circ$  では  $k \sim 30$  付近にスペクトルのピークが存在するが(図1b)、 $Tu = 0^\circ$  ではこの波数付近のポテンシャルエネルギーは大きな値をとらない。これは、 $k \sim 30$  が温度のバチェラー波数に近く、ポテンシャルエネルギーが熱拡散により散逸するためである。

温度成層または塩分成層のいずれかが不安定である場合には、ポテンシャルエネルギー・スペクトルの時間変化は以上に述べた3ケースと大きく異なる。まず、 $Tu = -72^\circ$  (不安定温度成層) の場合、 $t \approx 3$  程度の初期において、 $k \sim 20$  にスペクトルのピークが現れる(図1a)。そのピークは概ね温度のバチェラー波数に近く、diffusive型の不安定性に起因するものと考えられる。時間の経過

とともに密度(温度)拡散の効果を受けて、このピークは次第に小さくなる。

$Tu = 72^\circ$  (不安定塩分成層) の場合にも、積分スケールに対応する低波数のピーク ( $k \sim 2$ ) に加え、高波数 ( $t = 2$  において  $k \sim 40$ ) にポテンシャルエネルギーのピークが現れる(図1e)。低波数のピークは時間とともに減少する一方で、高波数のピークは時間とともに増大し続け、やがて高波数のピークがポテンシャルエネルギーの大半を占めるようになる。なお、ピークをとる波数は時間的にほとんど変化せず、フィンガースケール[12]

$$d^* = \left( \frac{\kappa_T^* v^*}{g^* \alpha^* (dT^*/dz^*)} \right)^{1/4} \quad (4)$$

に対応する波数にほぼ等しい。長時間後の密度場の空間分布を可視化すると(図1f)、鉛直方向に長く伸びた構造(ソルトフィンガー)を確認することができる。

#### 4. 結言

本研究では、熱 ( $Pr = 7$ ) と塩分 ( $Sc = 700$ ) によって形成される熱塩成層流体における減衰乱流の直接数値計算を実施し、特にポテンシャルエネルギーの観点から流れの浮力比 ( $R_\rho$  またはターナー角  $Tu$ ) 依存性について調べた。

温度成層または塩分成層のいずれかが不安定である場合には、温度の拡散スケール付近で、ポテンシャルエネルギーが生成される。温度成層が不安定である場合 ( $R_\rho = 1/2$ 、または  $Tu = -72^\circ$ ) にはポテンシャルエネルギーの生成は初期に限られるが、塩分

成層が不安定である場合 ( $R_\rho = 2$ 、または  $Tu = 72^\circ$ ) にはポテンシャルエネルギーは持続的に生成される。後者においては、長時間後に鉛直方向に長く伸びた密度分布（ソルトフィンガー）が形成されていた。

## 謝辞

本研究成果は令和4年度地球シミュレータ公募課題により、海洋研究開発機構の地球シミュレータを利用して得られたものである。

## 文献

- [1] J. S. Turner, *Buoyancy effects in fluids*, Cambridge University Press, 1979.
- [2] T. Radko, *Double-diffusive convection*, Cambridge University Press, 2013.
- [3] P. G. Baines, and A. E. Gill, "On thermohaline convection with linear gradients," *J. Fluid Mech.*, 37(2), pp. 289-306, 1969.
- [4] R. I. Tait, and M. R. Howe, "Thermohaline staircase," *Nature*, 231, pp. 178-179, 1971.
- [5] M. E. Stern, T. Radko, and J. Simeonov, "Salt fingers in an unbounded thermocline," *J. Mar. Res.*, 59(3) pp. 355-390, 2001.
- [6] A. Traxler, S. Stellmach, P. Garaud, T. Radko, and N. Brummell, "Dynamics of fingering convection. Part 1 Small-scale fluxes and large-scale instabilities," *J. Fluid Mech.*, 677, pp. 530-553, 2011.
- [7] S. Stellmach, A. Traxler, P. Garaud, N. Brummell, and T. Radko, "Dynamics of fingering convection. Part 2 The formation of thermohaline staircases," *J. Fluid Mech.*, 677, pp. 554-571, 2011.
- [8] A. E. Gargett, W. J. Merryfield, and G. Holloway, "Direct numerical simulation of differential scalar diffusion in three-dimensional stratified turbulence," *J. Phys. Oceanogr.*, 33, pp. 1758-1782, 2003.
- [9] S. Okino, and H. Hanazaki, "Direct numerical simulation of decaying turbulence in a salt-stratified fluid," *J. Fluid Mech.*, 891, A19, 2020.
- [10] H. Hanazaki, and J. C. R. Hunt, "Linear processes in unsteady stably stratified turbulence," *J. Fluid Mech.*, 318, pp. 303-337, 1996.
- [11] S. Komori, and K. Nagata, "Effects of molecular diffusivities on counter-gradient scalar and momentum transfer in strongly stable stratification," *J. Fluid Mech.*, 326, pp. 205-237, 1996.
- [12] M. E. Stern, "The "salt-fountain" and thermohaline convection," *Tellus*, 12, pp. 172-175, 1960.