

# 地球マンツルの熱対流を復元するための4次元変分法データ同化

課題責任者  
 中尾 篤史

海洋研究開発機構 海域地震火山部門 火山・地球内部研究センター

著者  
 中尾 篤史<sup>\*1</sup>

<sup>\*1</sup> 海洋研究開発機構 海域地震火山部門 火山・地球内部研究センター 固体地球データ科学研究グループ

キーワード：データ同化, 地球内部ダイナミクス, 熱・物質輸送, プレート運動

## 1. はじめに

地球マンツルの熱対流は、プレート運動として表出し、地震や部分溶融など諸現象を引き起こすが、過去から現在までにどのような変遷を辿ってきたのかについて、ほとんど制約されていない。近年では稠密な観測網を用いて地球深部の地震波速度や電気伝導度の測定がなされているが、得られるものは現在の地球の姿であり、過去についての制約を与えない。一方、層序学や年代測定等により過去の情報が得られるものの、サンプリングは地球内部のごく浅い領域に限られる。このように、マンツルの熱対流を反映する観測データは、時間・空間的に限られている。限定的な情報をもとに、未知数(ここでは、過去の地球内部の温度場や運動速度など)を定量的に推定するためには、観測データと理論(ここでは、地球内部ダイナミクスの理論)とを結びつけるデータ同化の枠組みが必須である。そこで本研究では、限られた観測データからマンツル対流を制約するためのアルゴリズム [1] を開発し、人工データを用いたテスト計算を実施した。

## 2. データ同化アルゴリズム

本研究で考える問題の大きな特徴は、数千万～数十億年もの過去における温度や速度構造という未知数に対し、観測値(地震波速度構造など)がこの数十年という現在にのみ集中している点である。このような問題を解くためには、ある初期値から全モデル時間に亘って「フォワード

モデル」の時間発展を解いた上で、データとのずれを評価し、それに基づいて時間逆方向に「アジョイントモデル」を解いて初期値を修正する、という最適化手法である「4次元変分法」(4D-Var)が適している。このアルゴリズムに基づいて、図1のような数値コードを開発した。地球内部ダイナミクスのデータ同化の場合、未知数はある過去における地球マンツルの温度・組成構造であり、観測可能量は、地球表面の運動速度と、現世における温度および組成分布として定義でき、これら観測可能量とモデル中で再現される値の誤差を最小化する問題に帰着できる。本研究におけるフォワードおよびアジョイントモデルは、いずれも2次元空間における運動方程式・エネルギー保存則・物質の輸送方程式から構成される。これらの支配方程式を解くため、既存のマンツル対流の数値モデル [2] の離散化手法およびソルバを応用した。

## 3. 人工データ

実データをの前段階として、人工データを用いた4D-Varのテスト計算を行なった。人工データは、図2aに示すような5000万年分の熱対流シミュレーションから生成した。プレート速度のアナロジーとして、深さ0kmにおける水平速度を全モデル時間に亘ってサンプリングした。また、地震波・電磁気トモグラフィのアナロジーとして、最終ステップにおける温度・組成分布を全モデル領域に亘って50-kmの解像度でサンプリングした。

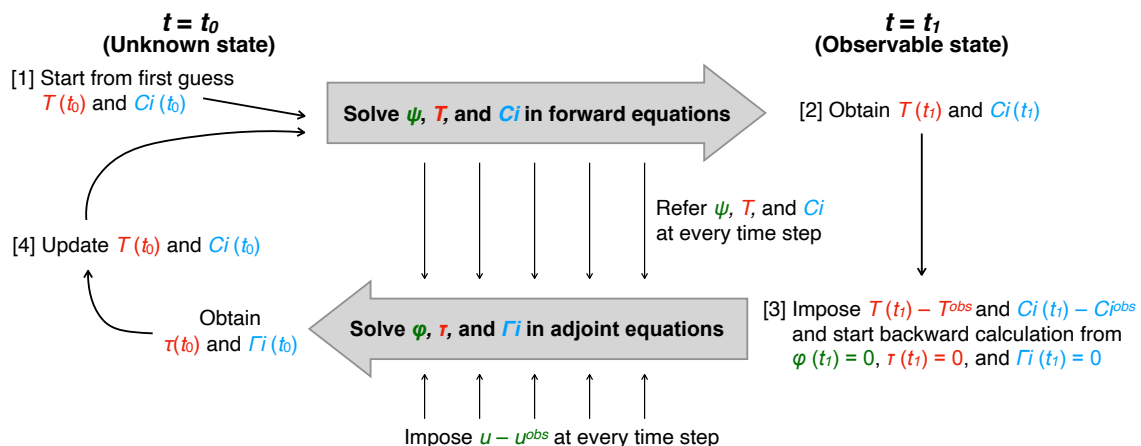


図1. 4次元変分法(4D-Var)を用いた地球内部ダイナミクスのデータ同化アルゴリズム。過去(左側)から現在(右側)に向けてフォワード方程式を解くパートと、現在から過去に向けてアジョイント方程式解くパートの反復からなる。 $\psi$  = 流線関数。 $u$  = 水平速度。 $u^{obs}$  = 水平速度の観測値。 $T$  = 温度。 $T^{obs}$  = 温度の観測値。 $C_i$  = 成分*i*の濃度。 $C_i^{obs}$  = 成分*i*の濃度の観測値。 $\phi$  = 流線のアジョイント変数。 $\tau$  = 温度のアジョイント変数。 $\Gamma_i$  = 成分*i*のアジョイント変数。 $t \in [t_0, t_1]$  = 時刻。

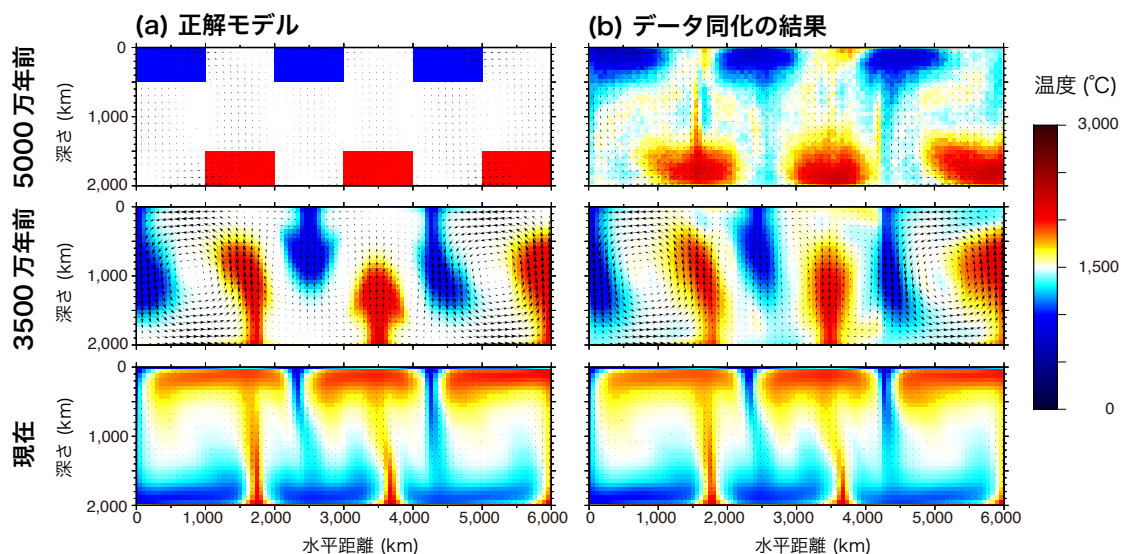


図2. 人工データを用いた4次元変分法 (4D-Var) データ同化の結果. (a) 「正解」のフォワードモデル. (b) 4D-Varにより正解モデルを復元した結果. カラーコンタはマンツルの温度, 矢印はマンツルの速度場を表す.

#### 4. データ同化の結果

図2a (正解モデル) から得られた表面速度および最終ステップにおける温度・組成構造データを用い, 600回の4D-Var反復計算を行なった結果を図2bに示す. 図2bは限られた情報のみから図2a (正解モデル) の温度・流動速度の内部および時間発展を高精度で再現しており, 本手法の有効性を示す.

ただし, 時間経過により初期の温度の情報が失われることに関連し, 本研究で想定するデータのみでは, 短波長の構造をもつ初期条件の推定や, 均質化の時間スケールを超える過去の推定に限界があることが同時に明らかとなった. また, 誤ったレオロジーの想定をした場合も, 温度構造の復元が奏功しないこともわかってきた. これらの詳細は, 国際誌で発表する予定である [1].

#### 5. 今後の展開

本研究のデータ同化手法は, 様々な応用可能性があるとともに, 課題も山積する. 下記に将来の実データ解析に向けて, 今後の手法開発の方針を記す.

(1) 岩石・地質記録の同化手法開発. 岩石は過去の温度・圧力・歪速度を記録している点で, 地震波観測等で得られない情報が含まれる. 岩石の移流を粒子法で表現したアジョイントモデルの作成を計画している.

(2) 現実に即した構成則や状態方程式. 現行では組成による物性変化を考慮していない. 岩石に含まれる揮発性成分等は, 物性を大きく変えることを通じて地球内部ダイナミクスに大きく影響するため [2], それを考慮したアジョイントモデルを目指す.

(3) 不確実性の定量化. 図2bの結果は, 完全ではなく, 推定値には誤差がある. 解の不確実性を定量化するための4次元変分法 [3] の応用を検討する.

(4) 最適化手法. 現行では最も始原的な最適化手法であ

る最急降下法を用いており, 反復回数を削減するための効率的な方法を検討する.

#### 謝辞

本研究の実施にあたり, 科学技術振興機構 CREST (JPMJCR1761), 日本学術振興会科研費 (22K14131), および東京大学地震研究所共同利用 (2021-B-01, 2022-B-06) の支援を受けた.

#### 文献

- [1] Nakao, A., Kuwatani, T., Ito, S., & Nagao, H. “Adjoint-based data assimilation for reconstruction of thermal convection in a highly viscous fluid from surface velocity and temperature snapshots”, Submitted to *Geophysical Journal International* (in revision).
- [2] Nakao, A., Iwamori, H., & Nakakuki, T., “Effects of water transportation on subduction dynamics: Roles of viscosity and density reduction”, *Earth and Planetary Science Letters* **454**, 178–191 (2016).
- [3] Ito, S., Nagao, H., Yamanaka, A., Tsukada, Y., Koyama, T., Kano, M., & Inoue, J. “Data assimilation for massive autonomous systems based on a second-order adjoint method”, *Physical Review E* **94**(4), 043307 (2016).