

三次元有限要素法による回転機の高速度高精度数値解析技術の開発

プロジェクト責任者

中村 雅憲 東洋電機製造株式会社

著者

中村 雅憲^{*1}、河瀬 順洋^{*2}、山口 忠^{*2}、中野 智仁^{*2}、鶴飼 真吾^{*2}、西川 憲明^{*3}、
上原 均^{*3}

* 1 東洋電機製造株式会社

* 2 岐阜大学

* 3 独立行政法人海洋研究開発機構

利用施設： 独立行政法人海洋研究開発機構 地球シミュレータ

利用期間： 平成 20 年 4 月 1 日～平成 21 年 3 月 31 日

アブストラクト

本プロジェクトは、地球シミュレータ上で動作する、三次元有限要素法による並列磁界解析プログラムを開発し、高速高精度な回転機の大規模磁界シミュレーションを実現することを目的としている。

三次元有限要素法による磁界解析では、要素の辺上でポテンシャルを線積分した値を未知とする辺要素有限要素法が用いられるのが一般的である。これまでの辺要素有限要素法の並列化の研究は、解析領域を分割せずに連立一次方程式の演算部分のみを並列化する研究が進められてきた。そのため主記憶容量の制約から大規模な磁界解析が困難であった。

今年度は回転機の大規模並列計算を実現するために、辺要素有限要素法のための領域分割法を開発し、地球シミュレータで複数ノードを利用して回転機の磁界解析を行ったのでその成果を報告する。

キーワード： 回転機、磁界解析、辺要素有限要素法、領域分割法

1. はじめに

国内の消費電力のうち、50%以上が回転機によって消費されていると言われている。よって回転機の効率向上は環境問題において避けることの出来ない課題のひとつであると言える。

高効率な回転機の開発設計のためには、回転機本体だけでなく、ケースやその他の構造物等、細部まで精密にモデル化する必要があり、膨大な主記憶容量を要する。また、インバータ等による電圧波形や電流波形を正確に考慮するためには、時間軸方向の分解能を高くする必要があり、膨大な計算時間を要する。

磁界解析の分野では、計算時間を短縮するために、解析領域を分割せずに連立一次方程式の演算部分のみを並列化する研究が進められてきた。領域分割法に基づく大規模計算向けの効率的な並列計算アルゴリズムがこれまでに提案されていなかったのは、三次元有限要素法による磁界解析ではポテン

シャルを要素の辺上で線積分した値を未知とする辺要素有限要素法¹⁾を用いることや、未知変数である磁気ベクトルポテンシャルに不定性があるといった特徴を有するためである。ゆえに、これまで数千万円を超える大規模な磁界解析を行うことは困難であった。

本プロジェクトでは、地球シミュレータ上で動作する、三次元有限要素法による並列磁界解析プログラムを開発し、高速高精度な回転機の大規模磁界シミュレーションを実現することを目的としている。今年度は、回転機の大規模並列計算を実現するために、辺要素有限要素法のための領域分割に基づく並列計算手法を開発し、地球シミュレータ上で回転機の並列磁界解析を実現した。

2. 並列計算手法の概要

2.1 辺要素有限要素法のための領域分割法²⁾

領域分割法は、解析領域を複数の小領域に分割し、小領域ごとに CPU を割り当てて並列に計算を行う手法である。高速化の目的以外にも、主記憶容量の不足から計算機 1 台では計算が不可能な規模の解析領域を扱うことができるようになるため、大規模計算のための手法として広く用いられている。

領域分割法には大きく分けて 2 つの方法がある³⁾。1 つは、隣接する領域との境界上の未知数について解を求めた後に、その結果を各領域で境界条件として用いることで反復計算を行い、収束解を求めるものである。もう 1 つは、各小領域においてマトリクスを反復法によって計算する際に、反復毎に通信によって隣接する領域から必要なデータを取得しながら解く方法である。本プロジェクトでは、地球シミュレータを用いた大規模有限要素解析において実績がある後者を採用した⁴⁾。

図 1 に辺要素法のための領域分割の手順を示す。図 1 (a) を解析領域全体のメッシュとする。次に、図 1 (b) のように、各小領域で変数がほぼ均等になるように領域を分割する。最後に、図 1 (c) のように、マトリクス生成時に通信を発生させないよう、小領域同士が隣接している部分にオーバーラップ要素(緑色の要素)を挿入する。

辺は通信の観点から以下の 3 種類に分類される。

- ・ 外辺：領域分割後、オーバーラップ要素に含まれる辺として、その領域に加えられた辺(図 1 (c) の赤色の辺)。
- ・ 境界辺：オーバーラップ要素に含まれる辺のうち、外辺以外の辺(図 1 (c) の青色の辺)。
- ・ 内辺：外辺以外の辺(境界辺も含む)。

データ通信の観点からこれらの辺を見たときに、外辺は隣接する小領域からデータを受信する辺であり、境界辺は隣接する小領域へデータを送信する辺である。隣接する小領域間でポテンシャルを通信することにより、1 台の PC で計算する場合と等価な方程式を解くことになる。

なお領域分割には、ミネソタ大学で開発されたマルチレベルグラフ理論に基づく領域分割ツール「METIS⁵⁾」を用いた。METIS を用いることで、通信量が少なく、辺数のバランスの取れた領域分割を行うことができる。

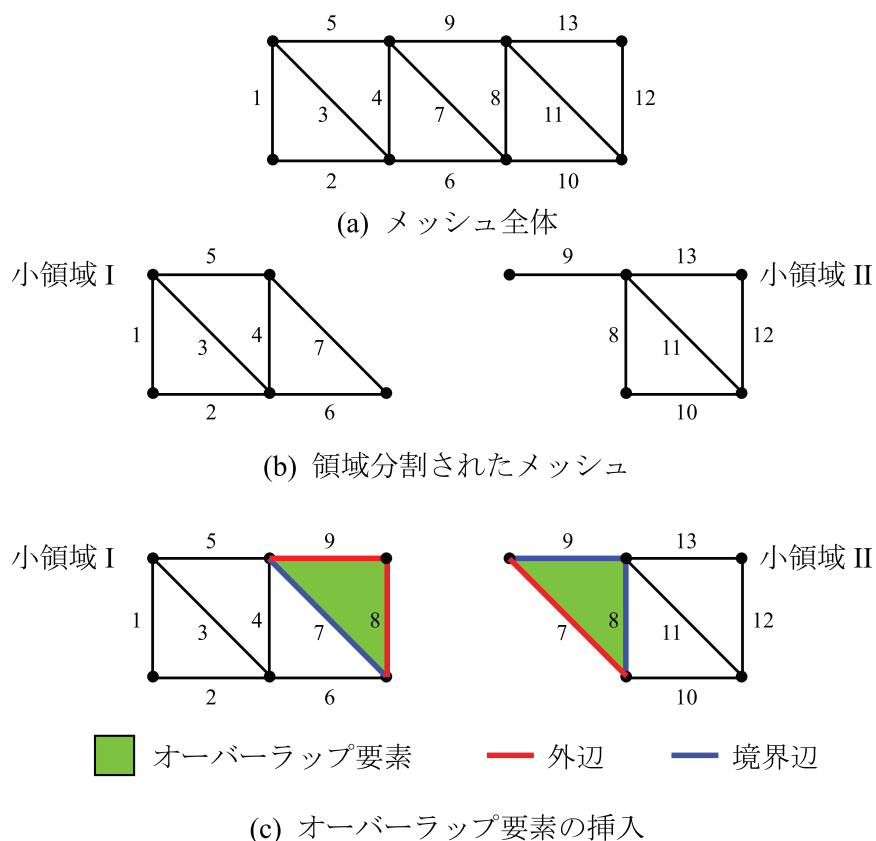


図1 辺要素法のための領域分割の手順

2.2 データ通信

前処理付き CG 法での主な処理は、

- ・ ベクトル（およびそのスカラ倍）の加減算
- ・ ベクトル内積
- ・ 行列ベクトル積
- ・ 前処理（対角スケーリング、IC 分解等）

の4つである。

ベクトルの加減については、各小領域の内辺に対してのみ処理を行えばよく、通信することなく計算できる。

ベクトル内積は、各小領域の内辺に対して演算を行い、その結果を通信して全領域で合計することで計算できる。

図2に、図1のメッシュにおける行列ベクトル積計算時のデータ通信を示す。行列ベクトル積を計算する際には、小領域 n におけるベクトル $x^{(n)}$ において、内辺のみではなく外辺のデータ（赤色の部分）も必要になる。しかし、 $x^{(n)}$ の外辺に対応する部分は領域を分割したことにより正しく計算できていない。そのため、図のように隣接する小領域から外辺のデータを送信してもらう。なお、各小領域間でオーバーラップ要素を設けているため、行列 $A^{(n)}$ の外辺に対応する部分は通信を行うことなく計算することができる。

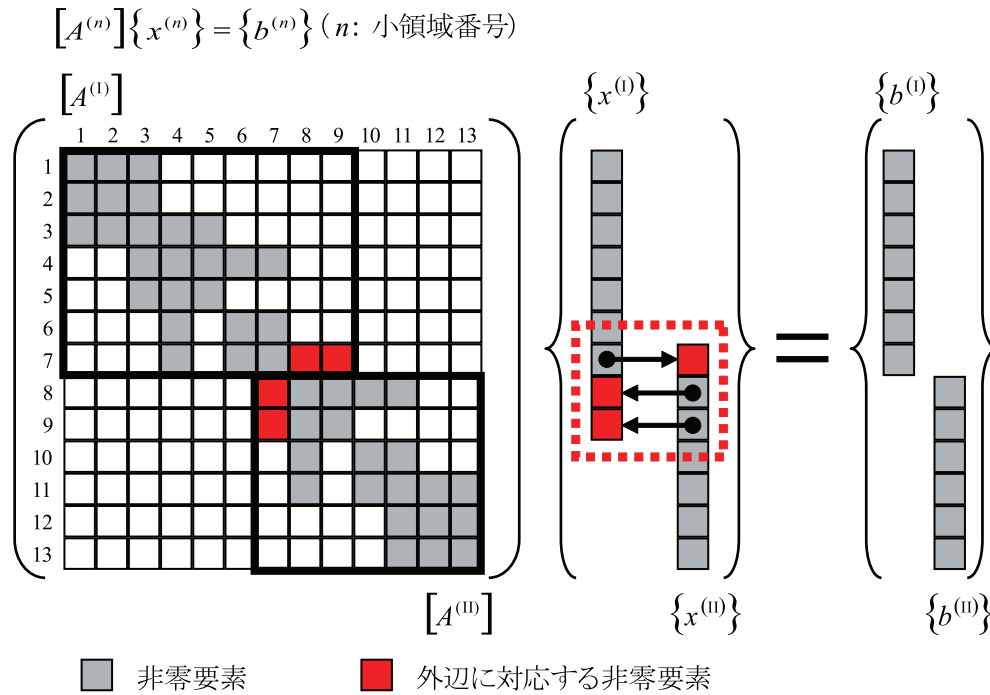


図2 行列ベクトル積の計算

2.3 線形ソルバとマトリクスの格納方式⁶⁾

線形ソルバは、ベクトル化率が高く、並列化しても収束性が悪化しない対角スケーリング前処理つきCG法を用いた⁷⁾。これは、係数行列の対角要素のみからなる対角行列を、前処理行列として用いる方法である。また、行列の格納方式にはベクトル計算機に適したDJDS (Descending order Jagged Diagonal Storage) 方式⁴⁾を用いた。

3. 回転機の磁界解析

3.1 基礎方程式⁸⁾

磁界解析の基礎方程式は、マクスウェルの電磁方程式より磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} を用いて次式で表される。

$$\text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A}) = \nu_0 \text{rot} \mathbf{M}$$

ここで、 ν は磁気抵抗率、 ν_0 は真空の磁気抵抗率、 \mathbf{M} は永久磁石の磁化である。

3.2 解析モデル

提案手法の性能を評価するための解析モデルに、表1と図3に示すIPMモータを用いた。本モデルは、電気学会の「回転機の高速度高精度電磁界解析技術調査専門委員会」で提案されている、解析精度検証用モデルである⁹⁾。解析領域は、軸方向に1/22とした。

メッシュは分割の異なる3つのモデルを用意した。最もメッシュが粗いものをモデルA (未知数33万)、次にメッシュが細かいものをモデルB (未知数97万)、最もメッシュが細かいものをモデルC (未知数401万) と呼ぶことにする。それぞれのモデルにおいてCPU数を1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128の8通りとして地球シミュレータで並列計算を行った。

表1 解析モデルの仕様

固定子内径 (mm)	380
固定子外径 (mm)	590
回転子内径 (mm)	180
回転子外径 (mm)	376
ギャップ長 (mm)	2
鉄心長 (mm)	440
鉄心の材質	50A310

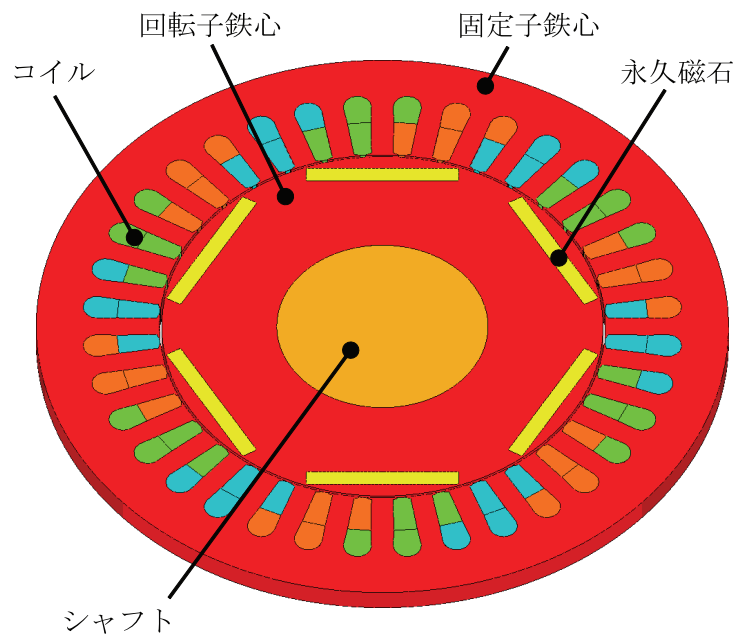


図3 解析モデル

3.3 計算結果

表2に提案手法の性能評価を、図4にCPU数に対する台数効果を、図5にCPU数に対する並列化効率を示す。なお、計算時間は非線形解析1タイムステップ分である。

どのモデルにおいても、CPU数が増加するごとに並列化効率が低下している。これは、CPU数が増加するにしたがって、全計算量に対する通信量の割合が大きくなるためである。

また、同じCPU数による計算では、未知数が多いモデルの方がより並列化効率が高くなっている。これは、未知数が多くなるにしたがって、平均ベクトル長が長くなることに加え、全辺数に対する外辺の数の割合が減るために、全計算量に対する通信量の割合が減るためである。

表 2 提案手法の性能評価

	CPU 数	経過時間 (s)	台数効果	並列化効率 (%)
モデル A 未知数 328,298	1	2512.10	1.00	100.00
	2	1342.08	1.87	93.59
	4	697.89	3.60	89.99
	8	390.62	6.43	80.39
	16	247.74	10.14	63.38
	32	173.72	14.46	45.19
	64	140.49	17.88	27.94
	128	140.78	17.84	13.94
モデル B 未知数 969,298	1	7211.95	1.00	100.00
	2	3752.75	1.92	96.09
	4	1937.47	3.72	93.06
	8	1050.11	6.87	85.85
	16	594.21	12.14	75.86
	32	360.59	20.00	62.50
	64	238.69	30.21	47.21
	128	239.95	30.06	23.48
モデル C 未知数 4,007,888	1	32423.75	1.00	100.00
	2	16472.66	1.97	98.42
	4	8257.14	3.93	98.17
	8	4567.43	7.10	88.74
	16	2413.16	13.44	83.98
	32	1326.91	24.44	76.36
	64	780.82	41.53	64.88
	128	520.00	62.35	48.71

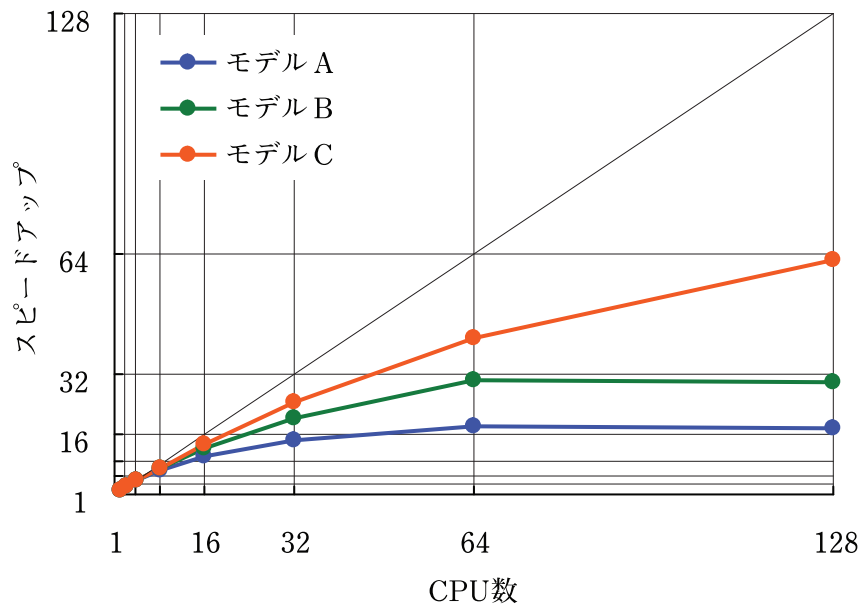


図 4 台数効果

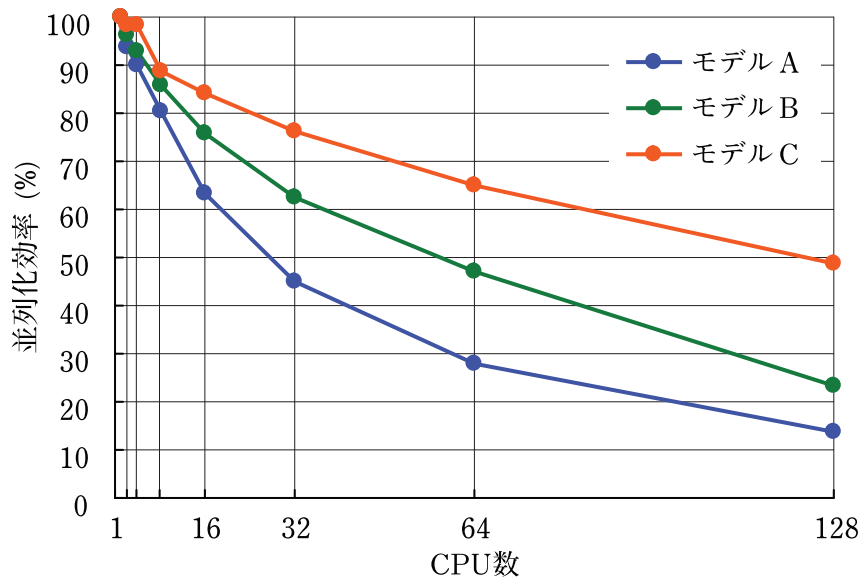


図5 並列化効率

4. まとめ

辺要素有限要素法のための領域分割による並列化手法を開発し、地球シミュレータで1～128台のCPUを使用して回転機の並列磁界解析を行った。

128台のCPUを用いて計算した場合、最大で約62倍の台数効果を得ることができた。また、提案手法は解析対象の未知数が多くなるほど並列化効率が向上することがわかった。

今後は回転子の回転に伴うメッシュ修正、 $A-\phi$ 法および電圧入力に対応した手法の開発により、実用的なモデルの計算を行う予定である。

謝 辞

地球シミュレータの利用および並列計算プログラムの開発・最適化に関して、独立行政法人海洋研究開発機構、計算システム計画・運用部の皆様にご指導、ご助言を頂きました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 河瀬順洋、伊藤昭吉：「最新 三次元有限要素法による電気・電子機器の実用解析」(1997)，森北出版
- 2) 中野智仁、河瀬順洋、山口忠、鶴飼真吾、中村雅憲、西川憲明、上原均：「地球シミュレータによる回転機の磁界解析」，電気学会静止器・回転機合同研究会資料，SA-09-26/RM-09-26 (2009)
- 3) 檜山和夫、西村直志、牛島省：「並列計算法入門」(2003)，丸善株式会社
- 4) 奥田洋司、中島研吾：「並列有限要素解析 I - クラスタコンピューティング」(2004)，培風館
- 5) G. Karypis and V. Kumar：「A Software Package for Partitioning Unstructured Graphs, Partitioning Meshes, and Computing Fill-Reducing Orderings of Sparse Matrices Version 4.0」，Univ. Minnesota (1998)
- 6) 中村雅憲、河瀬順洋、山口忠、鶴飼真吾、中野智仁、西川憲明、上原均：「三次元有限要素法による回転機の高速度高精度数値解析技術の開発」，平成19年度地球シミュレータ利用成果報告書，

pp.69-74 (2008)

- 7) 速水謙、原田紀夫：「対角スケーリングを施した共役勾配法のベクトル計算機における有効性について」, 情報処理学会論文誌, Vol. 30, No. 11, pp.1364 (1989)
- 8) 伊藤昭吉、河瀬順洋：「最新有限要素法による電気・電子機器の CAE」(2000), 森北出版
- 9) 回転機の高速度高精度電磁界解析技術調査専門委員会：「回転機の高速度高精度電磁界解析技術」, 電気学会技術報告, No. 1094 (2007)