

三次元有限要素法による回転機の高速度高精度数値解析技術の開発

プロジェクト責任者

中村雅憲 東洋電機製造株式会社

著者

中村 雅憲^{*1}, 河瀬 順洋^{*2}, 山口 忠^{*2}, 中野 智仁^{*2}, 鶴飼 真吾^{*2}, 西川 憲明^{*3}, 上原 均^{*3}

* 1 東洋電機製造株式会社

* 2 岐阜大学

* 3 独立行政法人海洋研究開発機構

利用施設： 独立行政法人海洋研究開発機構 地球シミュレータ

利用期間： 平成 21 年 6 月 1 日～平成 22 年 3 月 31 日

アブストラクト

磁界の方程式と電圧方程式を連立させる場合に現れる行列を、領域分割法に基づいた並列化の中で効率よく解くための並列計算手法を開発した。本報告では本手法の詳細について述べるとともに、地球シミュレータ上で偏芯した IPM モータの磁界解析を行い、偏芯が IPM モータの諸特性に及ぼす影響について明らかにしたので報告する。

キーワード： 回転機, 偏芯, 磁界解析, 辺要素有限要素法, 領域分割法

1. はじめに

国内の消費電力のうち、50%以上が回転機によって消費されていると言われている。よって回転機の効率向上は環境問題において避けることの出来ない課題のひとつであると言える。

高効率な回転機の開発設計のためには、回転機本体だけでなく、ケースやその他の構造物等、細部まで精密にモデル化する必要がある、膨大な主記憶容量を要する。また、インバータ等による電圧波形や電流波形を正確に考慮するためには、時間軸方向の分解能を高くする必要がある、膨大な計算時間を要する。そのため、回転機の磁界解析の高速化・大規模化技術の開発が強く望まれている。

本プロジェクトでは、地球シミュレータ上で動作する、三次元有限要素法による並列磁界解析プログラムを開発し^{1)~3)}、高速高精度な回転機の大規模磁界シミュレーションを実現することを目的としている。今年度は、磁界の方程式と電圧方程式を連立させる場合に現れるマトリクスを、領域分割法に基づいた並列化の中で効率よく解くための並列計算手法を開発した。また、本手法を用いて地球シミュレータ上で偏芯した IPM モータの大規模な磁界解析を行い、偏芯が IPM モータの諸特性に及ぼす影響を明らかにしたので報告する。

2. 解析手法

2.1 基礎方程式

永久磁石および渦電流を考慮した磁界の基礎方程式は、マクスウェルの電磁方程式より磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} を用いて次式で表される⁴⁾。

$$\text{rot}(\nu \text{rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nu_0 \text{rot } \mathbf{M} \quad (1)$$

ここで、 ν は磁気抵抗率、 \mathbf{J}_0 は強制電流密度、 σ は導電率、 ν_0 は真空中の磁気抵抗率、 \mathbf{M} は永久磁石中の磁化である。

電圧が印加された場合の解析ではコイルに流れる電流は未知であるため、電圧源を考慮した磁界解析では次式で表される電圧に関する方程式を連立して解く必要がある⁵⁾。

$$E = V_0 - RI_0 - \frac{d\Psi}{dt} = 0 \quad (2)$$

$$\Psi = \frac{n_c}{S_c} \int \mathbf{A} \cdot \mathbf{n}_s d\nu \quad (3)$$

$$\Psi = \frac{n_c}{S_c} \int \mathbf{A} \cdot \mathbf{n}_s d\nu \quad (4)$$

ここで、 V_0 はコイルの端子電圧、 R はコイルの実効抵抗、 I_0 はコイルの励磁電流、 Ψ はコイルの総鎖交磁束数、 n_c はコイルの巻数、 S_c はコイルの断面積、 \mathbf{n}_s はコイル断面の単位法線ベクトル、 $d\nu$ はコイル領域の微小体積である。

2.2 電圧源を考慮した並列計算手法

電圧源を考慮した非線形磁界解析の解くべきマトリクスは次式のようにになる。

$$\begin{bmatrix} \left[\frac{\partial G}{\partial \mathbf{A}} \right] & \left[\frac{\partial G}{\partial I_0} \right] \\ \left[\frac{\partial E}{\partial \mathbf{A}} \right] & \left[\frac{\partial E}{\partial I_0} \right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\partial \mathbf{A}\} \\ \{\partial I_0\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{G\} \\ \{V_0\} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 $\{G\}$ は磁界の方程式にガラーキン法を適用した際の残差、 $\{V_0\}$ はコイルの端子電圧である。

(5) 式を領域分割法によって並列計算する場合、 i 番目の小領域では、次式で表される連立方程式を解く。

$$\begin{bmatrix} \left[\frac{\partial G^{(i)}}{\partial \mathbf{A}^{(i)}} \right] & \left[\frac{\partial G^{(i)}}{\partial I_0} \right] \\ \left[\frac{\partial E}{\partial \mathbf{A}^{(i)}} \right] & \left[\frac{\partial E}{\partial I_0} \right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\partial \mathbf{A}^{(i)}\} \\ \{\partial I_0\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{G^{(i)}\} \\ \{V_0\} + \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n \{F^{(j)}\} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 i, j は小領域の番号、 n は小領域の数であり、 $\{F^{(j)}\}$ は次式で表される。

$$\{F^{(i)}\} = \begin{cases} \left[\frac{\partial E}{\partial \mathbf{A}^{(i)}} \right] \{\partial \mathbf{A}^{(i)}\} & (\text{if } j\text{-th subdomain contains coil}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (7)$$

(6) 式の行列の中で、 $[\partial E/\partial I_0]$ と $\{\partial I_0\}$ には小領域の番号を表す添え字がない。これは、どの小領域においても同値な $[\partial E/\partial I_0]$ と $\{\partial I_0\}$ を保持し、方程式を解くことを意味する。

i 番目の小領域において、(7) 式に示す $\{F^{(i)}\}$ を求めるために j 番目の小領域のポテンシャル $\{\partial A^{(j)}\}$ を通信によって得ようとするとき、コイル領域内のすべてのポテンシャルを送受信する必要があるため、莫大な量の通信が発生する。しかしながら、 j 番目の小領域内で $\{F^{(j)}\}$ を計算し、その結果のみを通信するものとすれば、 i 番目の小領域は、 i 番目以外の $(n-1)$ 個の小領域に対する $\{F^{(j)}\}$ の計算結果の通信だけでよく、通信量は少なく済む。すなわち、Conjugate Gradient (CG) 法の中で行列ベクトル積を計算する際に、 $\{F^{(j)}\}$ の計算を各小領域で独立に行った後で全小領域で合計すればよい。

以上をわかりやすく説明するためのコイルを含む解析領域の例を図 1 に示す。解析領域は 2 つの小領域 ($\Omega^{(1)}$ および $\Omega^{(2)}$) に分割されている。また、コイル領域も $\Omega_{\text{coil}}^{(1)}$ と $\Omega_{\text{coil}}^{(2)}$ とに分割されている。(5) 式に対応した図 1 の解析領域全体のマトリクスは、図 2 (a) のようになる。ただし、簡単のためにオーバーラップ領域は省略した。(6)、(7) 式に対応した各小領域が保有するマトリクスは、図 2 (b) および図 2 (c) のようになる。各々の小領域で CG 法の反復ごとにオーバーラップ領域の通信を行うと同時に、他の小領域に属するコイル領域のポテンシャルを積分した値 ((7) 式の $\{F^{(j)}\}$) を通信によって取得し、図 2 (a) の $-V_0$ の項を修正する。

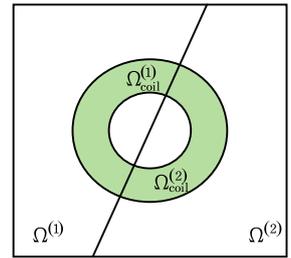
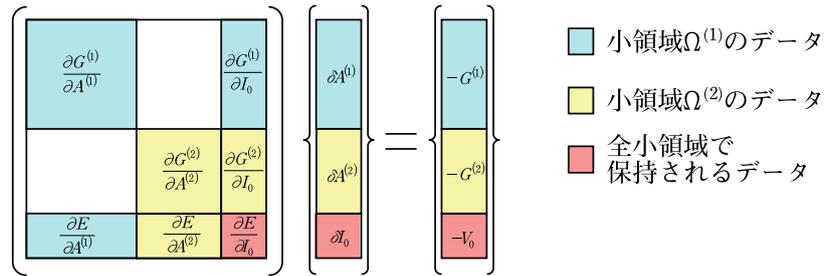
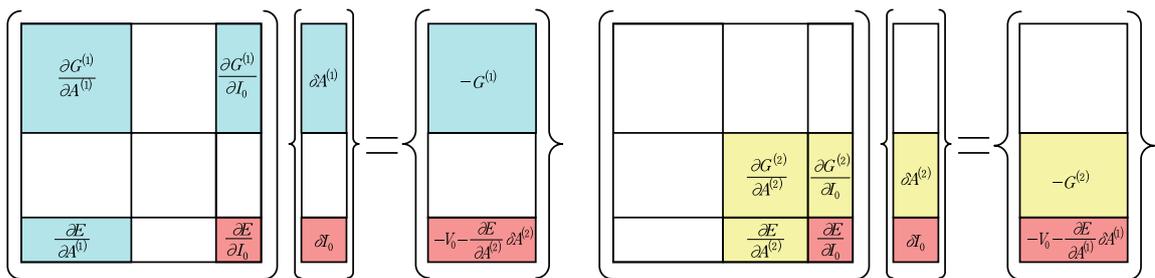


図 1 解析領域の例



(a) 解析領域全体のマトリクス



(b) 小領域 $\Omega^{(1)}$ のマトリクス

(c) 小領域 $\Omega^{(2)}$ のマトリクス

図 2 マトリクスの格納方法

ベクトルプロセッサで行列ベクトル積を高速に計算するためのマトリクス格納方式として DJDS 方式が広く用いられている⁶⁾。しかし、 $[\partial E/\partial A]$ の行はそれ以外の行と比較すると非零要素が非常に多いため、マトリクス全体を DJDS で格納すると平均ループ長が短くなり、ベクトル化率が悪化する。そこでベクトルプロセッサを用いる場合は、 $[\partial G/\partial A]$ を DJDS 方式で、 $[\partial E/\partial A]$ と $[\partial G/\partial I_0]$ を CRS 方式で格納している。

3. 電圧源によって駆動される IPM モータの解析

3.1 解析モデルと解析条件

図3に解析モデルを、図4に三次元分割図を示す。要素数は5,788,908である。本モデルの回転子は図5に示すように、x軸正方向に0.5°傾いた状態（斜体偏芯）で回転するものと仮定した。解析領域は1/1領域とし、ES2を8ノード（64CPU）使用して計算した。また、本解析では永久磁石中の渦電流を考慮している。永久磁石はz軸方向に8つに分割されており、それぞれの磁石間は絶縁されている。図6に線間電圧波形を示す。表1にその他の解析条件を示す。

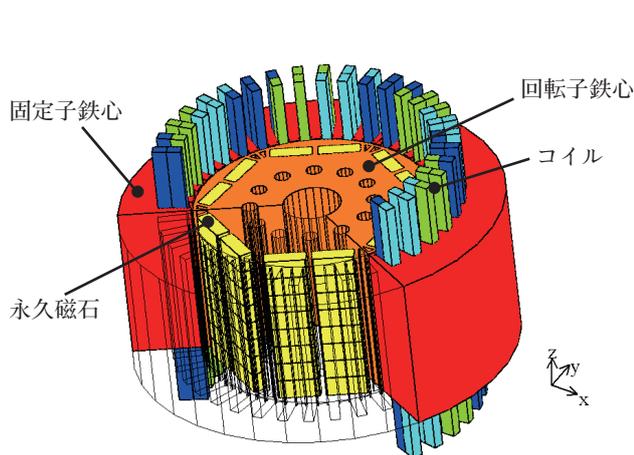


図3 解析モデル

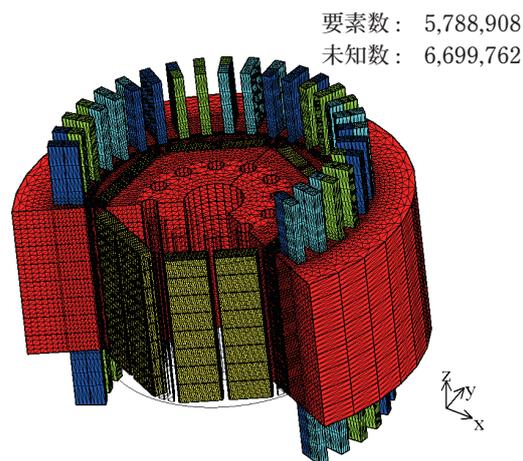


図4 三次元分割図

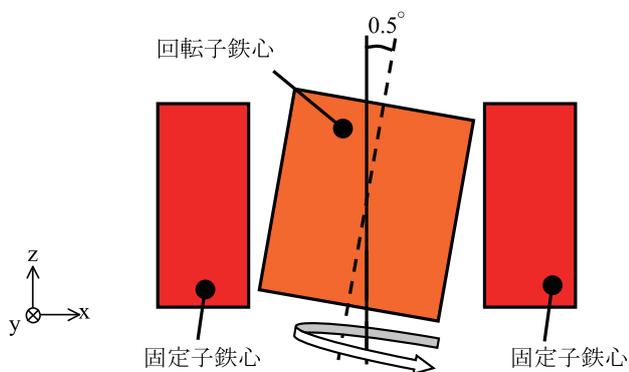


図5 回転子の偏芯

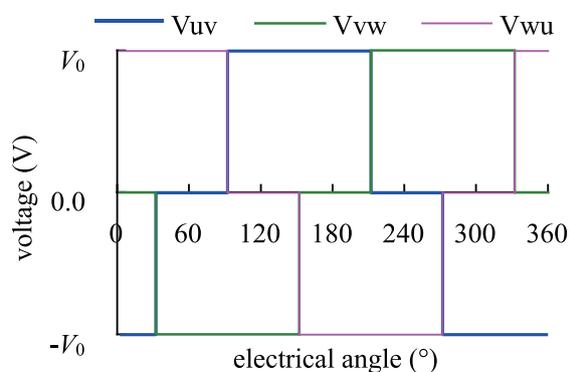


図6 線間電圧波形

表1 解析条件

回転速度 (rpm)	935
電源周波数 (Hz)	46.75
コイルの巻数	7
永久磁石の磁化 (T)	1.083

3.2 解析結果

図7に電流波形を示す。なお、比較のために偏芯していないモデルの解析結果も併せて示す。偏芯していないモデルの解析では、数値的な過渡状態を取り除くために、電気角が 180° の時に簡易形SD-EEC法に基づく誤差修正法を用いた⁷⁾。一方、偏芯しているモデルの解析では、電流値の初期値として偏芯していないモデルの解析で得られた電流値を用いることで過渡状態を取り除いた。偏芯していないモデルの定常状態でのピーク値を I_0 とした。ほぼ定常状態に達している電気角 180° 以降において、偏芯しているモデルは、偏芯していないモデルと比べて電流の振幅が小さくなっている。

図8にトルク波形を示す。偏芯していないモデルの平均トルクを T_0 とした。ほぼ定常状態に達している電気角 180° 以降において、偏芯しているモデルは、偏芯していないモデルと比べて平均トルクが小さくなっている。このことから、偏芯は出力を低下させ、効率低下の原因となることがわかる。

図9に渦電流密度分布を示す。偏芯の影響により、ギャップが狭くなっている部分の周辺は、広がっている部分の周辺とくらべて少し渦電流密度が高くなっている。このような渦電流の偏りは損失が増大する原因となる。

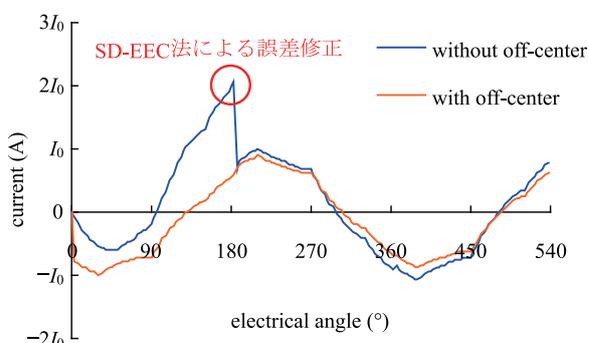


図7 電流波形 (U相)

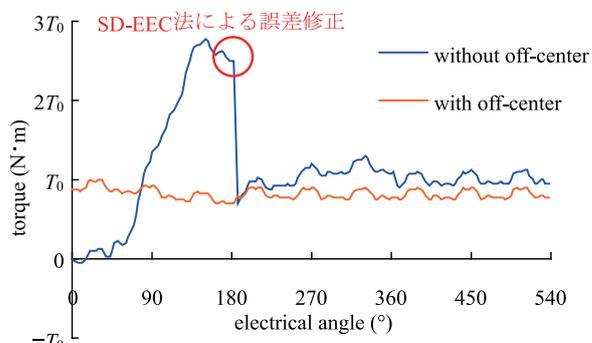


図8 トルク波形

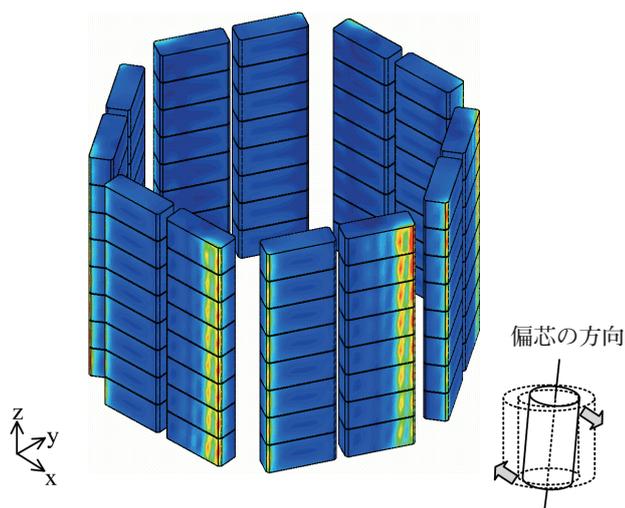


図9 永久磁石中の渦電流密度 (偏芯あり)

表2に偏芯ありモデルの計算時間を示す。なお、比較のために Intel Core 2 Duo プロセッサ搭載の PC 1 台で計算した場合の計算時間も併せて示す。PC で計算した場合は、1 ステップあたり約 41 時間を要し、180 ステップ計算したとすると、約 7,428 時間 (310 日) を要することになり、実用的でない。一方、ES2 を 8 ノード (64CPU) 使用して提案手法による並列計算を行うことで、1 ステップあたり約 19 分、180 ステップでは約 58 時間で完了させることができ、設計・開発にも利用できる。

表2 提案手法の性能評価 (偏芯あり)

計算機	ES2	Intel Core 2 Duo (3.16GHz)	
CPU 数	64	1	1
ステップ数	180	1	(180)*
未知変数	6,699,762		
1 ステップあたりの経過時間 (min./step)	19.4	2,476.0	
総経過時間 (hours)	58.0	41.2	(7,428)*

*estimated

4. まとめ

電圧源を考慮した際に現れるマトリクスを効率よく計算するための並列計算手法を開発した。また、地球シミュレータを用いて電圧源によって駆動される IPM モータの大規模な磁界解析を行い、回転子の偏芯が IPM モータの諸特性に及ぼす影響を詳細に把握することができた。

今年度の成果によって、これまで不可能であった回転機の大規模な解析を高速に行うことが可能になり、より詳細に回転機の特性を把握することができるようになった。この技術は本報告で示した IPM モータ以外にも、回転機全般に幅広く応用できるため、高効率な回転機の設計・開発プロセスの効率化に大きく貢献することが期待できる。

謝 辞

地球シミュレータの利用にあたり、独立行政法人海洋研究開発機構の平野哲氏、新宮哲氏にご指導、ご助言を頂きました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 中村雅憲, 河瀬順洋, 山口忠, 鶴飼真吾, 中野智仁, 西川憲明, “三次元有限要素法による回転機の高速度高精度数値解析技術の開発”, 平成 19 年度地球シミュレータ産業戦略利用プログラム利用成果報告書, pp.69-74 (2008)
- 2) 中村雅憲, 河瀬順洋, 山口忠, 中野智仁, 鶴飼真吾, 西川憲明, “三次元有限要素法による回転機の高速度高精度数値解析技術の開発”, 平成 20 年度地球シミュレータ産業戦略利用プログラム利用成果報告書, pp.83-90 (2009)
- 3) 中野智仁, 河瀬順洋, 山口忠, 鶴飼真吾, 中村雅憲, 西川憲明, 上原均, “地球シミュレータによる回転機の磁界解析”, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-09-26/RM-09-26 (2009)
- 4) 河瀬順洋, 伊藤昭吉, “最新 三次元有限要素法による電気・電子機器の実用解析”, 森北出版 (1997)
- 5) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara and A. Ahagon, “3-D Finite Element Method for Analyzing

Magnetic Fields in Electrical Machines Excited from Voltage Sources” , IEEE Trans. Magn. vol. 24, no. 6, pp.2582-2584 (1988)

- 6) 奥田洋司, 中島研吾, “並列有限要素解析 I – クラスタコンピューティング” , 培風館 (2004)
- 7) 片桐弘雄, 河瀬順洋, 山口忠, 柴山義康, 辻起, “簡易形 SD-EEC 法を用いた回転機の定常解析の収束性改善” , 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-09-73/RM-09-79 (2009)

外部発表等

- 1) 中野智仁, 河瀬順洋, 山口忠, 柴山義康, 中村雅憲, 西川憲明, 上原均, “回転機のための電圧源を考慮した三次元有限要素解析の並列計算手法” , 電気学会マグネティックス・静止器・回転機合同研究会資料, MAG-10-040/SA-10-040/RM-10-040 (2010年1月)
- 2) 中野智仁, 河瀬順洋, 山口忠, 柴山義康, 中村雅憲, 西川憲明, 上原均, “地球シミュレータによるインバータ駆動時の回転機の磁界解析” , 平成22年電気学会全国大会, No.5-046 (2010年3月)
- 3) T. Nakano, Y. Kawase, T. Yamaguchi, Y. Shibayama, M. Nakamura, N. Nishikawa, H. Uehara, “Parallel Computing of Magnetic Field for Rotating Machines Excited from Voltage Sources on the Earth Simulator” , 14th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Chicago, USA (May 2010)
- 4) T. Nakano, Y. Kawase, T. Yamaguchi, M. Nakamura, N. Nishikawa and H. Uehara, “Parallel Computing of Magnetic Field for Rotating Machines on the Earth Simulator” , IEEE Trans. Magn. vol. 46, no. 8 (August 2010, to be published)