タービン動翼非定常流体力の高精度大規模CFD解析法の開発

プロジェクト責任者

川崎 栄 株式会社 東芝 京浜事業所

著者

川崎 栄^{*1}、笹尾 泰洋^{*2}、高田 真司^{*2}、山本 悟^{*2}、田沼 唯士^{*3}、渋川 直紀^{*4}、 新関 良樹^{*4}、渡邉 論^{*5}、小林 孝雄^{*5}、西川 憲明^{*6}、福井 義成^{*6}

- *1 株式会社 東芝 京浜事業所
- *2 東北大学大学院 情報科学研究科
- *3 帝京大学 ジョイントプログラムセンター
- *4 株式会社 東芝 電力・社会システム技術開発センター
- *5 東芝インフォメーションシステムズ株式会社
- *6 独立行政法人海洋研究開発機構
- 利用施設: 独立行政法人海洋研究開発機構 地球シミュレータ

利用期間: 平成 22 年 4 月 1 日 ~ 平成 23 年 3 月 31 日

アブストラクト

発電由来の CO2 排出量を削減するために、火力及び原子力発電用大型蒸気タービンの性能向上及び稼 働率向上に有効なタービン内部流れ解析法の開発を行った。タービン製造メーカー単独では困難な大規模 非定常解析が必要となるので、海洋研究開発機構の地球シミュレータを用いて解析の高精度化を図った。

蒸気タービンを構成する重要部品である動翼は、静翼から流入する高速の蒸気流れを受けて回転し て、動力を生じる。動翼を薄翼化することは性能向上と遠心力低減、引いては機器のコンパクト化に 効果があるが、材料強度の余裕が減少するので、流体励振力を精度良く予測する必要がある。このた め大規模で長時間を要する CFD (Computational Fluid Dynamics)解析が必要である。蒸気タービン の通常の運転条件で、大規模 CFD 解析を実施して、動翼に加わる非定常流体力を求め、非定常流体力 発生のメカニズムを明らかにして、非定常流体力低減のための検討を行った。更に、実機タービンの 実測値を用いて、長翼下流のディフューザ流れを対象に解析法の精度検証を行い、湿り蒸気の条件で 解析結果と実験結果が良好に一致することを確認した。

キーワード: 大規模シミュレーション、蒸気タービン、発電、性能、動翼、非定常流体力

1. 本プロジェクトの目的と概要

地球温暖化対策を具体的に進めるための、産業部門別の削減量の試算(Energy Technology Perspectives 2008, IEA,2008)によると、電力発電時の CO2 削減量は全施策中で最大の 38%となっている。 また、火力発電、原子力発電など全ての種類の発電システムにおける全世界の総発電量の半分以上 (DOE/ EIA, International Energy Outlook 2009, 2009-5のデータより推定)が蒸気タービンによっていることから、蒸気タービンの効率向上は、環境負荷低減を推進する上で大きな効果が期待できる研究課題である。

蒸気タービンの損失分析¹⁾によると、蒸気タービンの損失の大半は静翼と動翼の損失であり、翼損失 の中でも低圧タービンの長翼と高圧タービン初段の短翼の損失が大きく、この部分の損失低減技術の開 発に注力する必要がある。静翼に関しては、構造強度上の制約が比較的小さいので、形状の最適化により、 損失低減が図られてきたが、動翼に関しては、大きな遠心力や変動する流れを受けて生じる非定常流体 力により、従来は形状を最適化することが難しかった。

蒸気タービンを構成する重要部品である動翼は、静翼から流入する高速の蒸気流れを受けて回転して、 動力を生じる。動翼形状の最適化や、強度上必要十分な厚みまで薄翼化することは性能向上と遠心力低 減、引いては機器のコンパクト化に大きな効果がある。一方で、材料強度上の余裕が小さくなるので、 流体励振力を精度良く予測する必要があり、地球シミュレータを用いた大規模で長時間を要する CFD (Computational Fluid Dynamics) 解析が非常に有効である。

本プロジェクトでは、蒸気タービンの部分負荷から設計負荷の範囲の条件で、大規模 CFD 解析を実施 して、動翼に加わる非定常流体力を精度良く求め、非定常流体力発生のメカニズムを明らかにして、非 定常流体力を低減する方法を検討、評価する。運転中に動翼に働く非定常流体力を精度良く予測し、更 にこの非定常流体力を低減することができれば、流体損失を最小化する最適空力設計が可能となり、蒸 気タービンの性能を大幅に向上することが可能となる。同時に、非定常流体力を精度良く予測することで、 動翼の余寿命評価の精度を向上することができ、発電システムのライフサイクル中の交換停止期間が短 縮され、この点でもオーバーオールの発電効率を向上させることができる。

流体解析プログラムとして、東北大山本悟教授により開発された数値タービンを、地球シミュレータ 向けに最適化して使用する。数値タービンは、既に発電用大型蒸気タービン翼の高性能設計に用いられ た実績があり、非定常解析の機能も有しており、地球シミュレータ上で、従来実行できなかった全周全 ての静動翼を対象とした非定常解析を実行することで、非定常流体力発生のメカニズムを解明できると 考えられる。

図 1.1 に本プロジェクトで解析対象とする、発電用大型蒸気タービンの断面図を示す。長翼は青色の楕 円で囲まれた部分、初段短翼は緑色の楕円に囲まれた部分にある。流入部分には大きな流れの不均一が 生じているので、初段短翼は周方向の不均一を解析でとらえられるだけの周方全周または半周規模の大 規模解析領域が必要である。一方、長翼段落、特に最下流に位置する最終段動翼の流れは、下流の排気ディ フューザ(図 1.1 の青色楕円内にあり)と双方向に影響を及ぼし合っているので、この部分の解析精度向 上が非常に重要である。



図 1.1 典型的な発電用大型蒸気タービン(1000MW 級)

2. 本プロジェクトの内容と得られた成果の概要

2.1 基礎方程式および数値解法

2.1.1 凝縮を考慮できる三次元圧縮性流れの基礎方程式

本研究では、三次元圧縮性 N-S 式に蒸気の相変化を考慮した蒸気の質量保存則、運動量保存則、エ ネルギー保存則、液滴の質量保存則、液滴の数密度保存則、乱流運動エネルギーおよびその比散逸率 からなる次式を解く。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial \xi_i} + S + H = 0 \tag{1}$$

ここで、*Q*は未知変数ベクトル、*F*は流東ベクトル、*S*は粘性項、そして*H*は生成項であり、次のように表される。

$$Q = J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho w_{1} \\ \rho w_{2} \\ \rho w_{3} \\ e \\ \rho w_{3} \\ w_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{2} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{2} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{3} W_{i} + \partial \xi_{i} / \partial x_{3} \\ \rho w_{4} + (\kappa + \kappa') \partial T / \partial x_{j} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{kj} \\ \sigma_{wj} \end{bmatrix}, H = -J \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho (\Omega^{2} x_{2} + 2\Omega w_{3}) \\ \rho (\Omega^{2} x_{3} - 2\Omega w_{2}) \\ 0 \\ \Gamma \\ I \\ S_{k} \\ S_{\omega} \end{bmatrix}$$
(2)

本研究で取り扱う気液二相流は液滴の質量分率が十分に小さい均質流を仮定する(β <0.1)。湿り蒸 気の状態方程式および音速の式は石坂ら²⁾により定式化された下式より算出する。

$$p = \rho R T (1 - \beta) \tag{3}$$

$$c^{2} = \frac{C_{pm}}{C_{pm} - (1 - \beta)R} \frac{p}{\rho}$$

$$\tag{4}$$

ただし、

$$C_{pm} = \beta C_{pl} + (1 - \beta) C_{pv}$$

 C_{pl} 、 C_{pv} は水および 蒸気の定圧比熱であり、それぞれ 4.184、1.882kJ/(kg•K) とした。

2.1.2 凝縮モデル

凝縮による液滴の質量生成率Γは古典凝縮論に基づき、凝縮核生成と液滴の成長による質量増加の和 で表される。本研究ではさらに、液滴の成長を液滴の数密度を関数にした式で近似した次式を用いる²⁰。

$$\Gamma = \frac{4}{3} \pi \rho_t \left(Ir^3 + 3\rho n r^2 \frac{dr}{dt} \right) \tag{5}$$

凝縮核生成率Iは大気中の塵などを凝縮核とする不均一核生成を仮定する場合には常にゼロである。一 方、均一核生成の場合には、Frenkel³によって定式化された次式を用いた算出をする。

$$I = q_c \left(\frac{2\sigma}{\pi m^3}\right)^{1/2} \frac{\rho^2}{\rho_l} \exp\left(-\frac{4\pi r^2 \sigma}{3kT}\right)$$
(6)

ここでm、k は水の分子量およびボルツマン定数である。 q_c は凝縮係数であり、通常 0.1 から 1.0 までの値を取る。 r_* は Kelvin-Helmholtz の凝縮核臨界半径であり、次式より求める。

$$r_{\star} = \frac{2\sigma(T)}{\rho_{I}RT\ln(s)} \tag{7}$$

ここで、 $s = p / p_s(T)$ は過飽和蒸気圧率であり、 $p_s(T)$ は飽和蒸気圧である。 蒸気中における液滴の表面張力 σ は次式に示す温度の多項式⁴⁾より算出する。

$$\sigma(T) = \left(82.27 + 75.612T_R - 256.889T_R^2 + 95.928T_R^3\right) \times 10^{-3}$$
(8)

ただし、

$$T_R = \frac{T}{647.286}$$

1個の液滴の成長率 dr /dt は蒸気凝縮に最適化された Gyarmathy⁵⁾ モデルより算出した。

$$(h_{v} - h_{l})\frac{dr}{dt} = \frac{\lambda_{v}(T_{l} - T_{v})}{r\rho_{l}\left(\frac{1}{1 + 4Kn_{l}} + 3.78(1 - \nu)\frac{Kn_{l}}{Pr_{v}}\right)}$$
(9)

ここで、ν は次式で定義される。

$$\nu = \frac{R_{\nu} T_{s}(p)}{h_{f\nu}} \left[\alpha - \frac{1}{2} - \frac{2 - q_{c}}{2q_{c}} \left(\frac{\gamma + 1}{2\gamma} \right) C_{p} \frac{T_{s}(p)}{h_{f\nu}} \right]$$

 h_{fr} は蒸発の比エンタルピ、 α は液滴の成長パラメータであり 5.0 とした。気液界面近傍での二相間の 温度差は過飽和温度 ΔT を用いて次式で与えた ⁵⁾。

$$(T_t - T_g) = \left(1 - \frac{r_t}{r}\right) \Delta T$$

$$\Delta T = T_s(p) - T$$
(10)

ただし、

2.1.3 数值解法

数値解法として、空間差分にはRoeの流束差分離法⁶⁾および4次精度コンパクトMUSCL TVDスキーム⁷⁾を用いた。粘性項には2次精度中心差分を用い、乱流モデルにはSST モデル⁸⁾を用いた。時間積分にはLU-SGS 法⁹⁾を用いた。

2.2 部分流入段半周を通過する亜臨界圧蒸気の非定常流動解析

2.2.1 初段の流れの特徴

発電用大型蒸気タービンの初段(最も高圧な蒸気が流入する段落)の静翼は材料強度を確保し、蒸気 漏洩を防止するためにノズルボックスと呼ぶ耐圧容器内に設けることが多い。ノズルボックスは組立て やメンテナンスの容易さから水平継手を介して上下2つ割りの構造になっている。水平継手部には、構 造上、静翼を配置することが難しいので、水平左右二か所に蒸気が流れない閉止部が存在する。このため、 動翼に流入する流れに大きな不均一が生じ、動翼には強い非定常流体力が働くことになる。

部分流入段を対象とした解析的研究としては、He¹⁰ や Sakai ら¹¹ による非定常流動解析例が報告され ており、動翼に働く非定常流体力や損失のメカニズムに関する議論が行われている。近年では計算機の 高性能化に伴い、Gao ら¹² や Hushmandi ら¹³ によって部分流入段全周を対象とした三次元非定常流動解 析が行われており、より詳細な非定常流体力の予測や各段出口における全圧分布予測が行われている。

本研究の目標は、東北大学によって開発された CFD コード「数値タービン」を地球シミュレータ上 において部分流入段を通過する非定常蒸気流れ場へと適用し、部分流入段の非定常流動と動翼に生じ る非定常流体力の発生のメカニズムを明らかにすることである。更に、得られた知見を用いて非定常 流体力の低減と、初段性能向上のための改良案を提案することである。

2.2.2 計算対象および計算条件

図 2.1(a) は代表的な蒸気タービン初段蒸気通路部の形状と解析結果(速度分布)を示す。リング状 に見える部分に静翼が配置されている。水平部に見える左右2箇所の空間が静翼が配置されていない 閉止部である。図 2.1(b) は本課題において部分流入段に適用した拡張H型格子の俯瞰図である。水平 面の切り込み部分が閉止部に対応しており、この領域から蒸気は流入しない。図 2.1(c)、2.1(d) はそれ ぞれ閉止部周辺および静翼のある翼列蒸気通路部における計算格子の拡大図である。格子点数は静翼 部が 64 × 64 × 33 点、閉止部が 24 × 64 × 33 点、動翼部が 128 × 64 × 33 点である。これらの計算 格子を組み合わせることで、静翼列 54 流路、動翼列 30 流路、総格子点数約 1580 万点からなる、部 分流入段半周分の計算格子を作成した。

初段上流と下流の境界条件として入口全圧、入口全温および出口静圧を固定した。動翼(図中・赤) の回転数は3000rpmである。本条件下において流れ場が準定常状態に達した際の平均流入マッハ数は 0.13、平均流出マッハ数はおよそ0.19となった。



(a) 部分流入段形状と解析例 (流速分布)¹⁴⁾



(b) 計算格子俯瞰図



(c) 閉止部周辺



(d) 静翼のある翼列蒸気通路部

図 2.1 部分流入段形状と計算格子

2.2.3 動翼に働く非定常流体力

図 2.2(a) は動翼が閉止部近傍を通過する際に経験する非定常流体力の解析結果である。縦軸は動翼 に加わる変動流体力の揚力方向成分(回転方向が正)、横軸は動翼1ピッチ長さで無次元化された標準 位置からの動翼の変位である。'whole' は翼表面全体に働く揚力の瞬間値、その他は、各スパン断面(16%、 50%、86%)における揚力の瞬間値である。図 2.2(b) はある瞬間におけるフランジ近傍の壁面圧力分布 である。図 2.2(a) の A. および B. は動翼に働く揚力のピークを示しており、図 2.2(b) の A. および B. は ピークを経験する動翼のおおよその位置を示している。

動翼は閉止部下流(y/Pitch=10~11)に差し掛かると小さな揚力のピークA.を経験する。図2.3(b), (c), (d) はフランジ近傍における各スパン断面毎のマッハ数分布であるが、どの断面においても静翼端近傍 においてマッハ数の上昇が捉えられており、図2.2(b)-A.の翼背面前縁近傍における静圧の低下がこの 局所的な流速の上昇をもたらしていると考えることができる。さらに、閉止部下流側においては蒸気 の供給量が低下するために、動翼背面の圧力は全体的に低下する。これらの要因によって、動翼は一 時的な揚力の増加を経験することになる。

動翼が閉止部下流側 (y/Pitch=11 ~ 15) へと進入すると、揚力は徐々に低下する。図 2.3(a) は、ミッ ドスパン断面におけるマッハ数分布の俯瞰図であるが、部分流入段全体の中でも、特に閉止部下流側 において流れの停滞する様子を確認することができる。また、図 2.3(b), (c), (d) より、Hub 側において は蒸気が殆ど停滞しているのに対し、Tip 側においては流速がある程度、維持されている様子が分か る。各スパン断面における揚力変動の違いは、この様な三次元的な流れ場の差異によって生じる。図 2.4 は同時刻における閉止部近傍の瞬間エントロピ分布であり、閉止部壁面より発生した後流が下流を 通過する複数の動翼に影響を及ぼしていることが分かる。この領域では閉止部下流より発生した渦が 断続的に動翼間へと流れ込むため、動翼に働く揚力は大きく変動する。また、渦によって境界層と主 流との間で運動量の交換が促進されるため、通風損失が増大する。

動翼が次の静翼下流 (y/Pitch=15 ~ 16) へ移動すると、動翼間の淀んだ蒸気は静翼から供給される高速の蒸気によって圧縮され、運動エネルギーの一部は熱へと変換される。これが噴射端部損失に相当する¹³⁾。この時、動翼背側の圧力が腹側より高くなることで、動翼には負の揚力 (Negative lift) が働く事になる (図中 B.)。閉止部を完全に通過した動翼は、その後、徐々に揚力を回復する。

以上より、動翼が経験する非定常流体力は静翼閉止部下流に形成される特徴的な流れ場に起因する ことがわかり、動翼に生ずる変動流体力の大きさと変動力が生じるメカニズムを定量的に明らかにす ることができた。更に、図 2.2、2.3、2.4 により、動翼に生じる変動流体力には閉止部における 2 次元 的な流れのステップ状の変化が最も大きく影響を及ぼしており、動翼が閉止部に入る瞬間より、閉止 部から再び主流部に入る瞬間において、大きな逆揚力方向の流体力を受けることが分かった。





(b) 壁面圧力分布

図 2.2 動翼に働く非定常流体力と瞬間の壁面圧力分布



(a) 俯瞰図

(b) Hub 近傍 (c) Mid-span 図 2.3 瞬間 Mach 数分布



(d) Tip 近傍



図 2.4 瞬間エントロピ分布

2.2.4 地球シミュレータにおける実装

部分流入段半周を対象に生成した計算格子の格子点数は約1580万点であり、地球シミュレータ1 node 上にて数値タービンを実行した場合のメモリ使用量はおよそ 24.7GByte であった。また、1 ジョ ブ当たり 130 Node-hour を要した。

2.3 低圧最終段下流ディフューザ流れの数値解析

2.3.1 低圧最終段下流流れの特徴

低圧タービンを通過した湿り蒸気は、外部ケーシングとディフューザから構成される排気室を経て復 水器へと流入する。ディフューザの役割は、低圧タービンを通過した高速の蒸気流れを十分に減速し、 その運動エネルギーを圧力へと変換することである。復水器には海水を通すためのパイプが多数設置さ れており、蒸気は冷却されて水へと戻る。 復水器内部の圧力(復水圧)は海水温や地域によって異なるが、 日本の蒸気タービン発電システムで採用している標準的な圧力は 5kPa(0.05 気圧)前後と真空に近い低 圧である。ディフューザの静圧回復性能が高いほど、低圧タービンの出口静圧をさらに低下することが でき、タービン出力を増加することができる。このように、ディフューザの静圧回復性能は低圧タービ ンの性能を大きく左右する。更に、最終段動翼の流れは下流側のディフューザ流れと相互に影響しあっ ているので、湿り蒸気の特性を考慮できる、精度の良いディフューザ解析が最初のステップとなる。

実機での計測データを有する発電用大型蒸気タービン低圧排気ディフューザを解析対象とした。図

3.1 はディフューザ周りに生成した計算格子の俯瞰図である。赤枠で示された 1/4 周期が計算領域であ り、周方向の両端には周期境界条件を適用する。ディフューザはいくつかの部品より構成されているが、 簡単のため、ここでは回転軸側の曲面全体を内周壁、ケーシング側(外側)の曲面全体を外周壁と呼ぶ。

境界条件として、ディフューザの入口全圧、出口静圧を計測値に合わせて設定した。本解析の大き な特徴は、入口境界における蒸気の流入角度を、実機での計測値に基づいて与えている点である。更 に上流翼列後流の影響を考慮するために、多段翼列解析で求めた乱流量を上流境界条件として与えた。

解析法を実機計測データを用いて検証するために、凝縮を考慮しない Dry と凝縮を考慮した Wet の 2つの場合について計算した。

2.3.2 計算結果

図 3.2 および図 3.3 は解析より得られた瞬間のマッハ数分布である。Dry、Wet ともに外周壁側出口 付近に剥離域が形成されている。これは、入口境界においては、外周壁近傍に最終段長翼の翼端漏れ 流れを反映した小さな流速が与えられているために、流れ場全体に形成された逆圧力勾配によって、 容易に境界層が剥離してしまうためである。一方、剥離域によって見かけの流路断面積が縮小した分、 内周壁側では蒸気が十分に減速されないまま流出している。図 3.4 は図 3.3 と同時刻における液滴の質 量分率分布である。入口境界より流入した液滴は流れ場の圧力と温度の上昇によって緩やかに蒸発す るため、出口湿り度はやや低下する。図 3.5 はディフューザ入口部と出口部の静圧及び全圧を計測値 と比較している。解析静圧分布は計測された壁面静圧とほぼ一致している。このことより、解析はディ フューザ性能を良好に予測できることが分かる。更に、ディフューザ出口における解析全圧分布は計 測値の範囲内にほぼ入っており、本解析は剥離の発生に起因するディフューザ損失を精度良くとらえ ていることが分かる。

以上の結果より、地球シミュレータ上で最適化された「数値タービン」はディフューザ内部の様な 逆圧力勾配を持つ剥離のある流れ場においても、精度良く流れ場を解析できることが確認できた。



図 3.1 計算格子の 俯瞰図



図 3.2 マッハ数分布 (乾燥条件)



図 3.3 マッハ数分布 (湿り条件)



図 3.4 湿り度分布 (湿り条件)



3. 社会的・経済への波及効果の見通し

- 平成22年度の研究成果を用いることにより、設計負荷運転時の上流翼列後流及び上流周方向不均一 流れによる非定常流体力の計算予測精度の向上を図ることができ、流動現象のメカニズムの解明に より設計改善に有効な知見を得ることができる見通しを得た。
- 2. 部分負荷運転時の周方向不均一流れによる非定常流体力の計算予測精度の向上、メカニズムの解明 については、引き続き地球シミュレータを用いた研究を平成 23 年度も継続することとした。
- 3. 上記1、2の成果を反映した高性能蒸気タービンの開発、実用化を行うために必要な実機データを 用いた解析法の検証を行い、ディフューザ流れに関しては検証を完了した。

従来のタービン動翼設計においては、流体力学的な損失を最小化できる理想的な形状に対して、運転中に想定される非定常流体力を経験的に予測して、剛性を増すために翼厚みを増加させた設計を用いていることが多い。非定常流体力の計算精度を向上できれば、剛性の制約条件を緩和させて、より 流体損失を低減した最適設計が可能になる。その結果、蒸気タービンの効率を向上させることができる。

日本のメーカーで製造される蒸気タービンは北米、東南アジアなど広く世界各国に輸出されており、 中国においても、技術提携により日本の技術で中国メーカーが高性能の蒸気タービンを生産するフォー メーションを構築している。従って、今回のプロジェクトで開発した技術は日本国内だけでなく、世 界各国における発電効率向上に貢献できる。

参考文献

- Tanuma, T., Sasao, Y., Yamamoto, S., Takada, S., Niizeki, Y., Shibukawa, N. and Saeki, H., "Numerical Investigation of Exhaust Diffuser Performances in Low Pressure Turbine Casings", ASME Turbo Expo GT2011-45677, 2011.
- Ishizaka, K., Ikohagi, T. and Daiguji, H., "A High-Resolution Numerical Method for Transonic Non-Equilibrium Condensation Flow through a Steam Turbine Cascade", Proc. of the 6th ISCFD, 1, pp. 479-484, 1995.
- 3) Frenkel, J., "Kinetic Theory of Liquids", Dover, 1955.
- Young, J. B., "An Equation of State for Steam for Turbomachinery and Other Flow Calculations", Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines Power, 110, pp. 1-7, 1998.
- Gyarmathy G,. "Zur Wachstumsgeschwindigkeit kleiner Flussigkeitstropfen in einer ubersattigten Atmosphare", Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik, 14-3, pp. 280- 293, 1963.
- Roe, P.L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes", Journal of Computational Physics, 43, pp. 357-372, 1981.
- Yamamoto, S. and Daiguji H., "Higher-Order-Accurate Upwind Schemes for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations", Computers and Fluids, 22-2/3, pp. 259-270, 1993.
- Menter, F.R., "Two-equation Eddy-viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA Journal, 32-8, pp. 1598-1605, 1994.
- Yoon, S. and Jameson, A. "Lower-upper Symmetric-Gauss-Seidel method for the Euler and Navier-Stokes equations", AIAA Journal, 26, pp. 1025-1026, 1988.
- He, L., "Computation of unsteady flow through steam turbine blade rows at partial admission", 1997 Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, 211, Part A, 197-205, 1997.
- Sakai, N., Harada, T. and Imai, Y., "Numerical Study of Partial Admission Stages in Steam Turbine", 2006 JSME International Journal, Series B, 49, 2, 212-217, 2006.
- 12) Gao, L., Dai, Y., "Rotor dynamic analysis on partial admission control stage in a large power steam turbine", Proceedings of ASME Turbo Expo 2010, GT2010-22608, CD-ROM, 2010.
- Hushmandi, N., B., Fridh, Jens E., Fransson, T., H., "Unsteady Forces of Rotor Blades in Full and Partial Admission Turbines", Journal of Turbomachinery, 133, 041017-1-041017-12, 2011.
- 14) 田沼唯士、佐々木隆、新関良樹、"CFD を活用した高性能蒸気タービンの開発設計"、東芝レビュー、
 62, 9, pp. 22-29, 2007.