

# マントル対流の数値シミュレーション

利用責任者: 深尾 良夫

メンバー (全18名):

深尾 良夫 (IFREE1), 中久喜 伴益 (広大理), 亀山 真典 (ESC),  
柳澤 孝寿 (IFREE1), 山岸 保子 (IFREE1), S.J. Zhao (IFREE3),  
木戸 元之 (神戸大理), 鈴木 厚 (九大理), 本多 了 (東大地震研),  
小河 正基 (東大教養), 江口 孝雄 (防大), 岩瀬 康行 (防大),  
M.F. Coffin (東大海洋研), J. Baumgardner (LANL), M. Richards (UCB),  
D. Stegman (Monarsh U.), B. Steinberger (IFREE1),  
鈴木 雄治郎 (東大地震研)

平成15年度地球シミュレータ利用報告会 (2004年1月11日)

# マントル対流論の解くべき問題

## 地球型惑星の熱・化学進化

マントル対流の原動力  
核・マントル相互作用

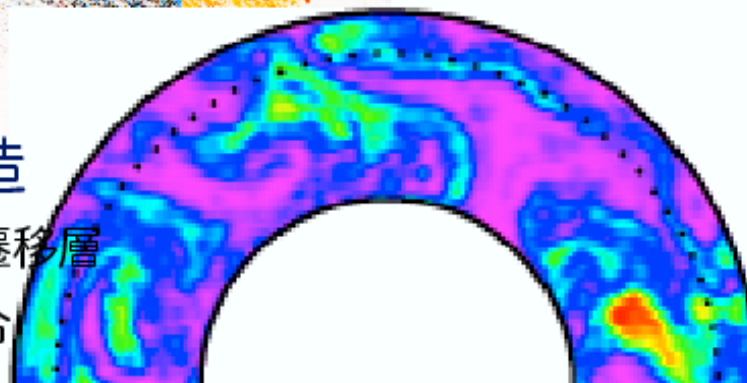


## 惑星表層運動の再現

プレートテクトニクスの成因

## マントル対流の不均質と構造

マントル対流の層構造：マントル遷移層  
マントル深部の不均質：形成と混合



左：本多による、右：中川による

# 平成15年度の研究計画

---

## ■ 「フォワード的」モデリング (時間発展を解く問題)

- 各プログラムのES向け最適化、ベンチマーク、性能評価
- 高Rayleigh数、大粘性変化の3次元マントル対流の系統的シミュレーションによる、マントル対流の基礎的性質の研究
- 大陸プレートとマントル対流の相互作用による、プレート境界の自律的形成とマントル対流のダイナミクス・進化過程
- 沈み込み帯の温度構造・物質進化過程
- マントルの化学進化・マントル深部の物質構造形成過程
- マグマの発生・固相 - 液相 - 気相3相系のダイナミクス

## ■ 「バックワード的」モデリング (時間発展を解かない問題)

- ▶ 各プログラムのES向け最適化、ベンチマーク、性能評価

# マントル対流の基礎方程式

無次元化された基礎方程式系 (Boussinesq近似、非弾性近似)

- 熱輸送方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \tilde{\kappa} \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) + q$$

- Navier-Stokes 方程式

$$0 \simeq \frac{1}{Pr} \left[ \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \tilde{\eta} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + RaT \delta_{i3}$$

- 連続の式

$$0 = \frac{\partial v_k}{\partial x_k}$$

- ... (物質の輸送方程式など)

## ■ マントル対流の方程式の特徴

- 非圧縮性流体
- 粘性率 が非常に大きい (Prandtl数 ~ )
- 粘性率 の空間変化が非常に大きい

# 平成15年度の研究成果の概略

---

## ■時間発展を解く問題

- 3次元球殻FEMモデル「TERRA」(柳澤、山岸、Stegman)
  - ▶128ノード、全球で30km以下の分解能の計算を実現
  - ▶種々の物理過程が対流に与える影響を調べるための系統的シミュレーションに着手
- 3次元球殻安定化FEMモデル(鈴木(厚))
  - ▶ベクトル化効率の向上を達成
- 3次元箱型FVMモデル(亀山)
  - ▶新しくコードを開発(多重格子法+新しい緩和手法)  
「コア-マントル結合系のダイナミクス」グループとの共同成果

## ■時間発展を解かない問題

- 3次元球殻FVMモデル(本多、木戸)
  - ▶現在のプレート運動を再現するマントル対流モデルの構築、及び計算精度の検証

# 3次元球殻FEMモデル TERRA

研究担当者: 柳澤、山岸、Stegman

Los Alamos National Lab. 作の有限要素法プログラム

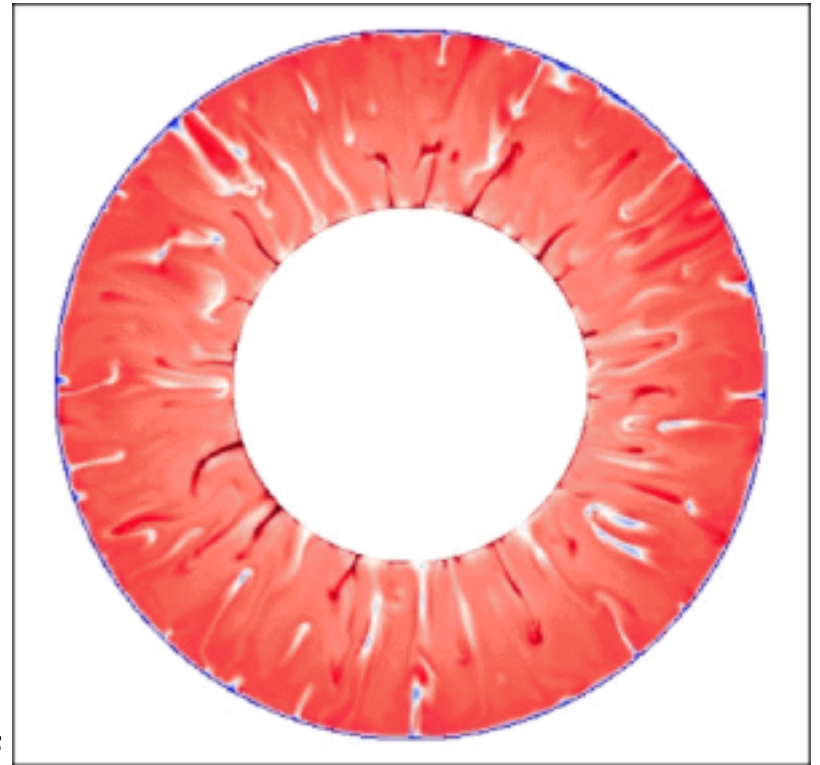
## ■さまざまな物理過程が対流に及ぼす影響を調べたい

- 高Ra、内部発熱、粘性率の温度依存性、相転移...

## ■128ノードまでの計算規模の拡大を達成

- 地球スケールで地表で水平・垂直30km以下の分解能を実現
- Ra=1e8まで動作確認、粘性率の温度依存性も2桁変化まではOK
- 一様な内部発熱、非ブジネスク性と非ニュートン性についても試行済

Ra=7x10<sup>7</sup>

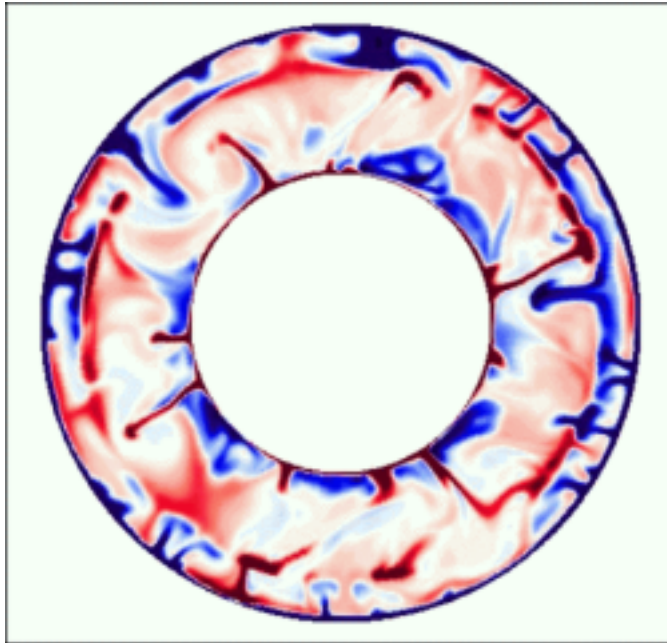


一様粘性、相変化なし、ある経線断面での温度場

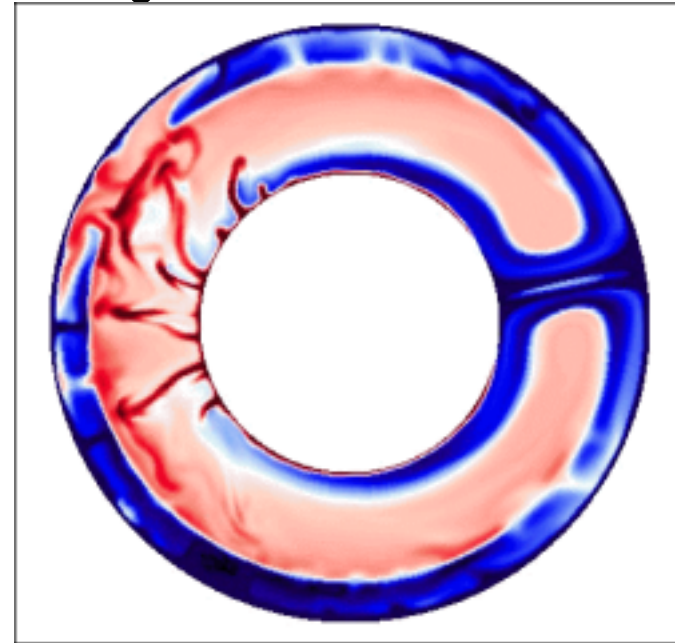
# 3次元球殻FEMモデル TERRA

## ■ 660km相転移面の効果の検討

$Ra=7 \times 10^6$ ,  $dP/dT=-4\text{MPa/K}$   
small-scale "avalanche"



$Ra=7 \times 10^6$ ,  $dP/dT=-8\text{MPa/K}$   
large-scale "avalanche"



- 相転移の Clapeyron Slope の値を系統的に変えた計算の実行  
一層対流、間欠的な一層対流、二層対流のパターンが再現できた
- 層状構造崩壊の時空間スケールについて調査中

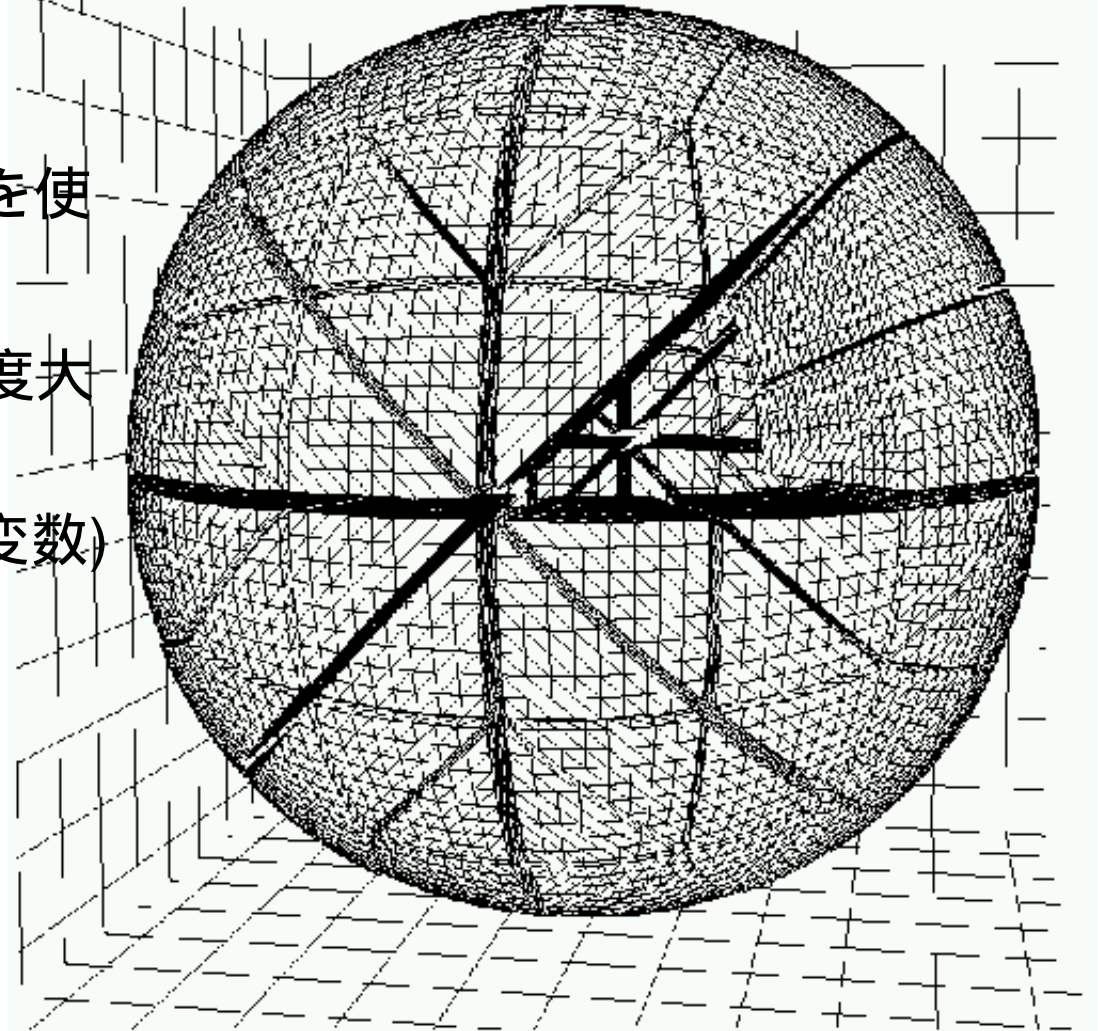
# 安定化有限要素法による3次元球殻モデル

研究担当者: 鈴木(厚)

安定化有限要素法を用いた計算コードの移植+最適化

## ■特徴

- デカルト座標系+非構造格子を使用
  - ▶ メッシュの取り方に自由度大
  - ▶ ベクトル化困難
- Stokes方程式(流速+圧力の4変数)を直接解く
  - ▶ 計算量大
- 計算の精度がよい
- 粘性率の空間変化にも頑健



メッシュ分割と領域分割 (非構造格子)

# 安定化有限要素法による3次元球殻モデル

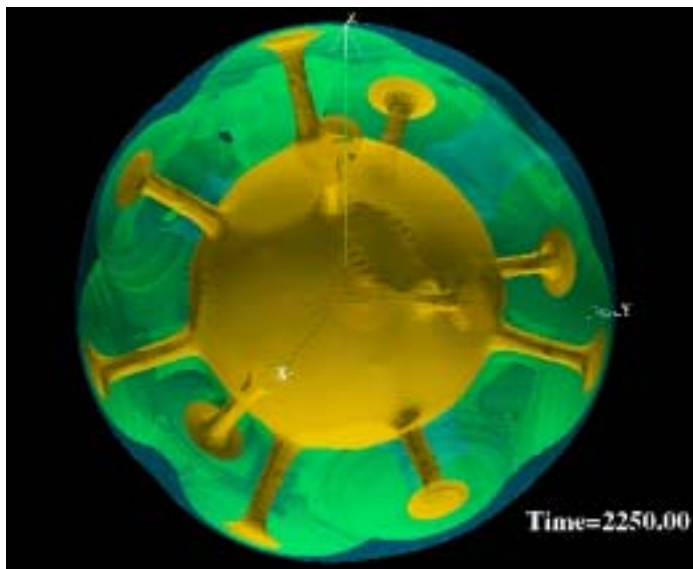
## ■ベクトル化効率の向上

- 並列処理用だったループをベクトル処理用に転用  
ベクトル化99.86%、単体CPUで811MFlops の性能を得た  
(前年度版は単体CPUで400MFLOPS)
- 現在MPI並列化の作業中

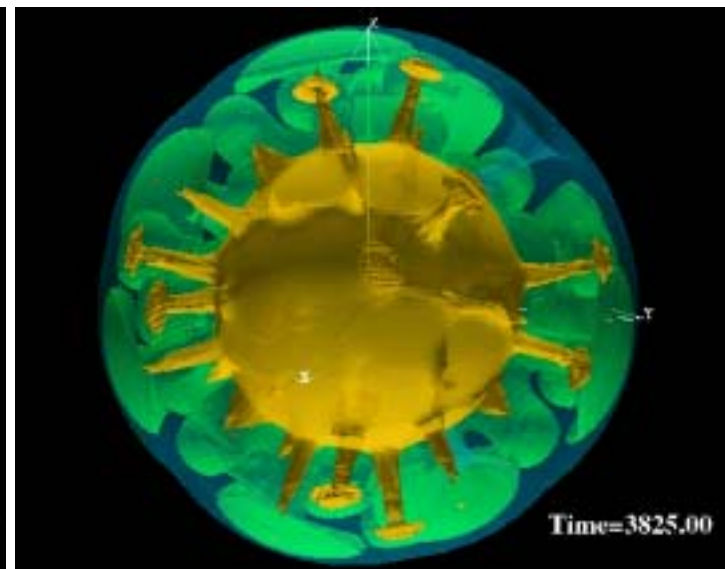
## ■計算結果の一例 (10000倍の粘性率コントラストあり)

snapshots of temperature field

$Ra=70000$ ,  $\eta_{\max}/\eta_{\min}=10000$ , temperature-dependent viscosity



time=0.0321



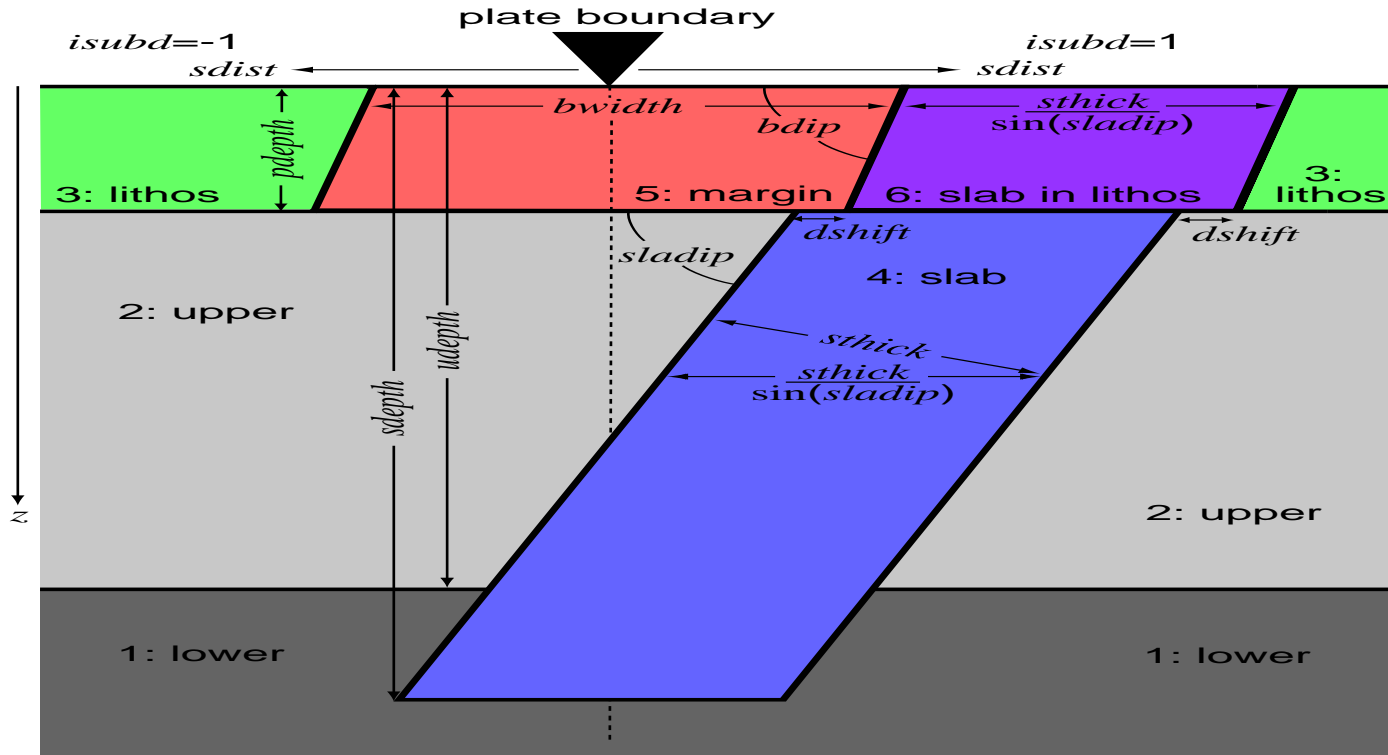
time=0.0546

# 現在のプレート運動を再現するマントル対流モデルの構築

研究担当者: 本多、木戸

## ■ 沈み込みの非対称性 == プレート運動再現の鍵

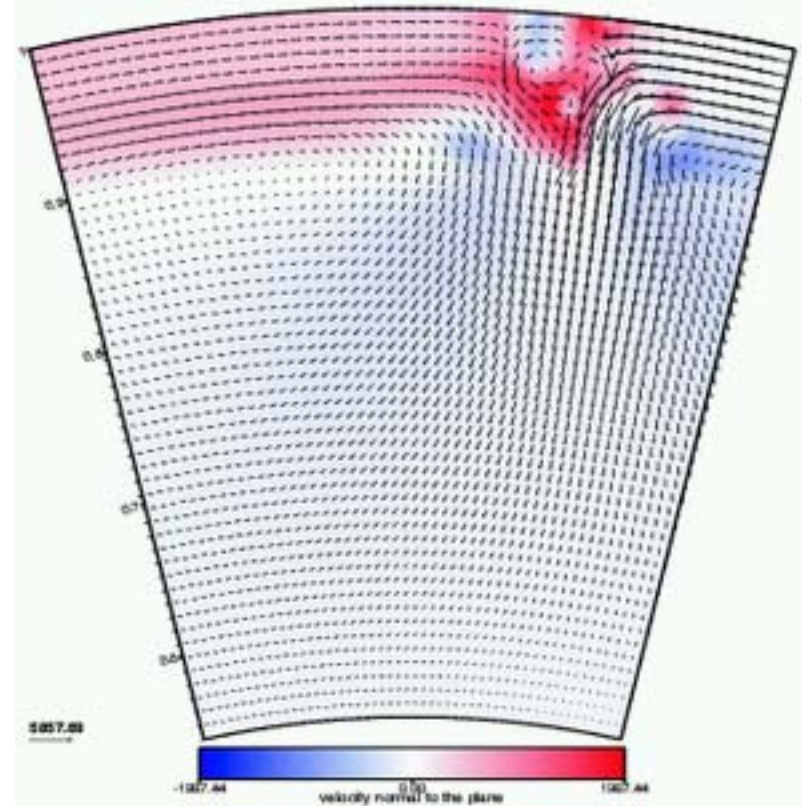
- プレート境界を「低粘性領域」として仮定
  - ▶ プレート境界とスラブの粘性率を変える
- 低粘性領域とスラブとの位置関係がプレート運動に与える効果を検討



# 現在のプレート運動を再現するマントル対流モデルの構築

密度・粘性率の空間分布を仮定して、マントル全域での瞬間的な流れ場を求める

- 表面のプレート運動とある程度調和的な流れ場が得られた
  - 現在、計算精度の検証中



マリアナ海溝付近の東西断面  
矢印: 面内の流速、色: 面に直交する方向の流速

# 次年度以降の研究計画 (仮)

---

## 平成15年度利用申請書より

- 複雑なレオロジーや相変化などを組み込んだモデルの構築
- 沈み込み帯のテクトニクス・進化過程に関するモデリング
- コア-マントル相互作用の解明
- プレート運動や地球の冷却を考慮したマントル進化の統合モデルの構築
- 地震波によるマントル構造やプレート運動の復元との統合
- 現在から2億年前までのマントル流れ場の履歴を再現

## + 今年度未消化の課題

- 大陸プレートとマントル対流の相互作用による、プレート境界の自律的形成とマントル対流のダイナミクス・進化過程
- 沈み込み帯の温度構造・物質進化過程
- マントルの化学進化・マントル深部の物質構造形成過程

以下は補足資料です

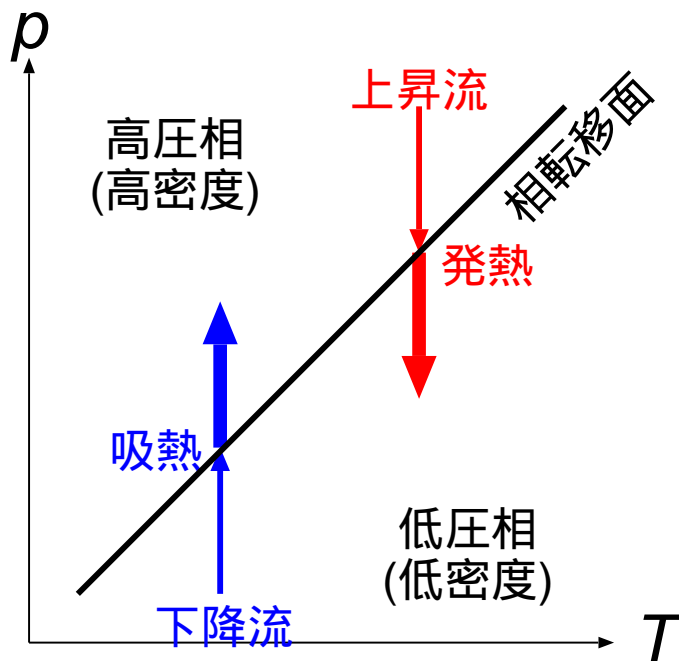
---

# 相転移がマントル対流に与える影響

Clausius-Clapeyron の式

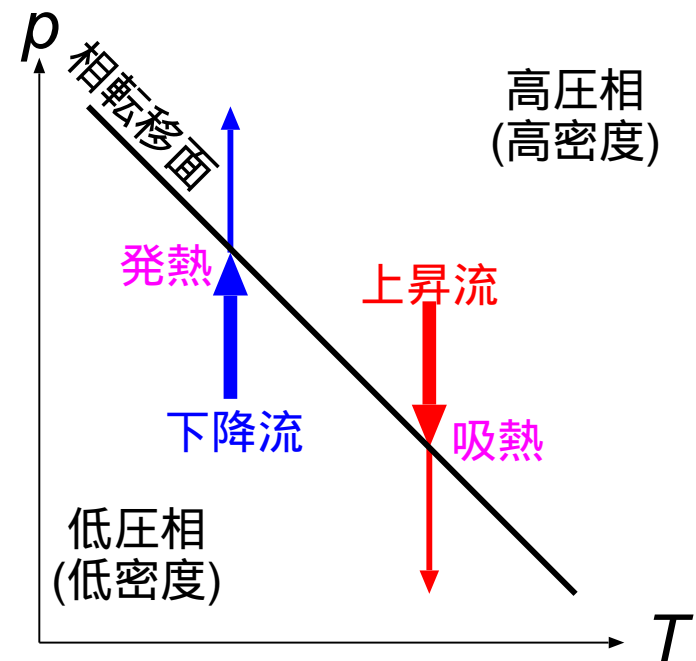
$$\gamma \equiv \frac{dp}{dT} = \frac{q}{T\Delta V}$$

$\gamma > 0$  のとき



相転移面を横切る  
流れを加速

$\gamma < 0$  のとき



相転移面を横切る  
流れを妨害

# マントル対流シミュレーションの困難な点

## ■ 運動方程式を解くのが非常に大変

$$0 \simeq \frac{1}{Pr} \left[ \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \tilde{\eta} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + RaT \delta_{i3}$$

- Prandtl数が非常に大きい (粘性率  $\eta$  が非常に大きい)
  - ▶ 各時間ステップで運動方程式の定常解を求める必要あり
- 粘性率  $\eta$  の空間変化が非常に大きい
  - ▶ スペクトル法が使えない
- 各時間ステップでPoisson方程式の求解が必要
  - ▶ (e.g.) SIMPLE 法では(圧力1回、速度3回) × 反復回数
  - ▶ 必ずしも「時間ステップ1回に要する計算時間 格子点数/使用CPU数」というわけではない

高分解能計算では膨大な計算時間を要する

# 3次元箱型FVMモデル

---

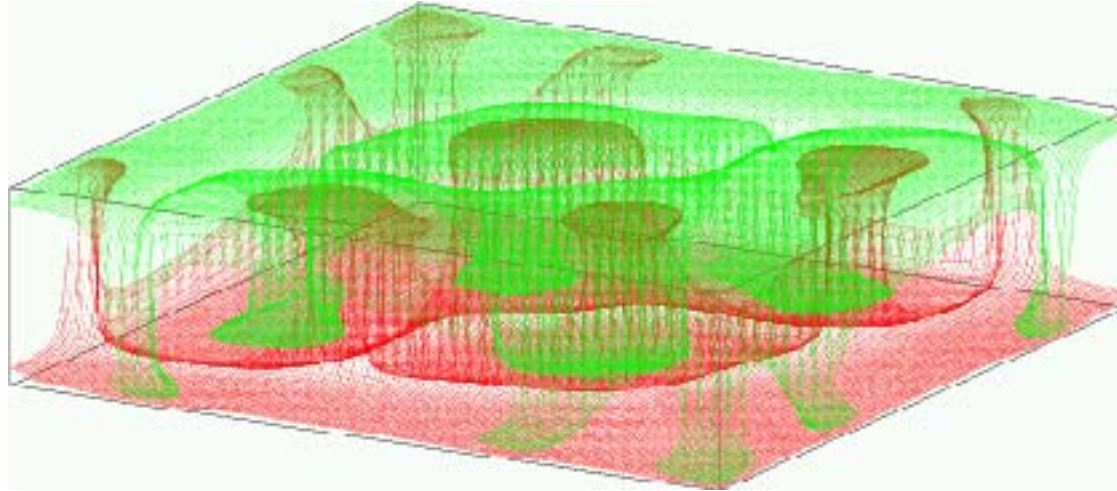
研究担当者: 亀山 (「コア-マントル結合系のダイナミクス」グループと共同)

## マントル対流シミュレーションに適した解法アルゴリズムの開発

- 前年度開発のプログラム(SIMPLER法)は計算速度が不十分
  - ▶ Poisson方程式の求解が多い; (圧力2回+速度3回) × 反復回数
- 新開発アルゴリズムの特徴
  - 多重格子法+粘性率の空間変化に適した緩和手法を採用
  - 現在は並列化効率の向上を検討中
- 3次元箱型FVMモデルでのテスト
  - 一様粘性の計算は前年版の15%程度の計算時間で実行可能
  - 粘性率変化があっても一様粘性時の数倍程度の計算時間で実行可能
- 現実のマントルダイナミクスの問題への適用を目指す

# 3次元箱型FVMモデル

## ■ 計算結果の一例



- $Ra=100000$ 、一様粘性
- 等温面: 赤は無次元温度 $T=0.7$ 、緑は無次元温度 $T=0.3$
- 14000ステップめ、無次元時刻 $3.247836816849225D-02$
- $4 \times 4 \times 1$ の箱を $640 \times 640 \times 160$ メッシュに分割
- 地球シミュレータ10ノードで計算
  - ▶ 昔のSIMPLER法では約9000秒/100ステップ
  - ▶ 新開発版では約6600秒/500ステップ
  - ▶ ただし並列化率は約98%程度