

第7回:モデルの最適化:データ同化

モデルの最適化のためにデータ同化を用いる

グリーン関数法によってパラメータを推定する

データ同化の基礎: 線形不偏最適推定(BLUE)

「動的な」同化手法と、「静的な」同化手法

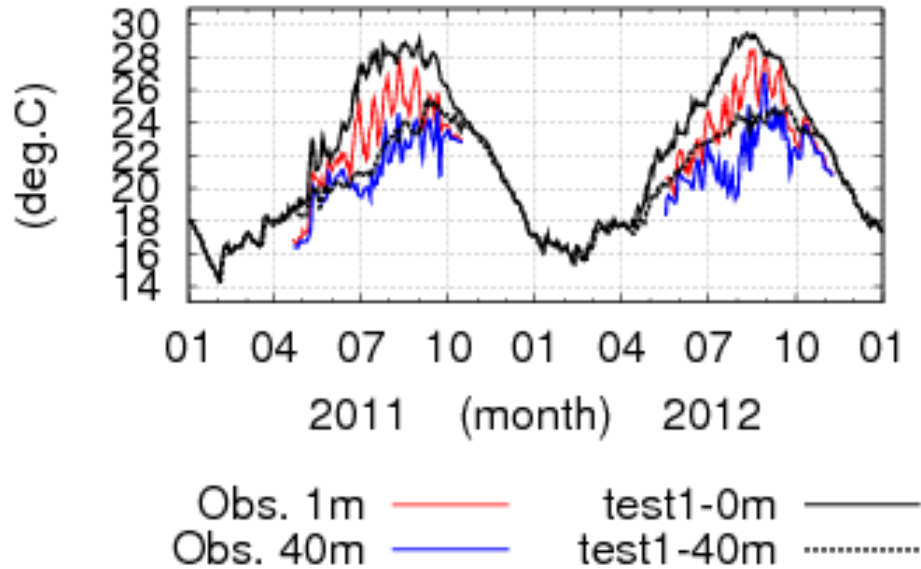
sbPOMにおける

外洋の海況を表現するための「簡易な」データ同化機能

パラメータ感度実験結果

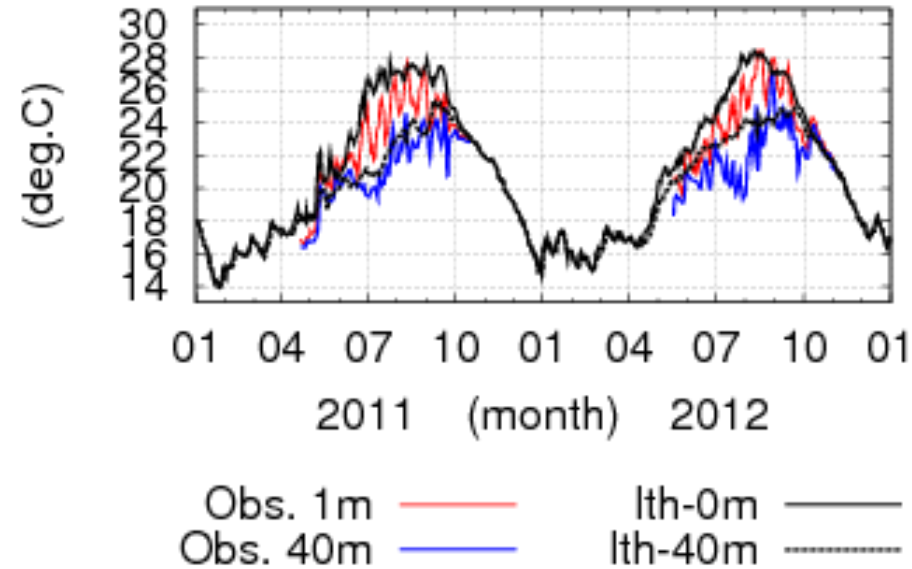
潜熱フラックスのバルク係数x1

Shitaba

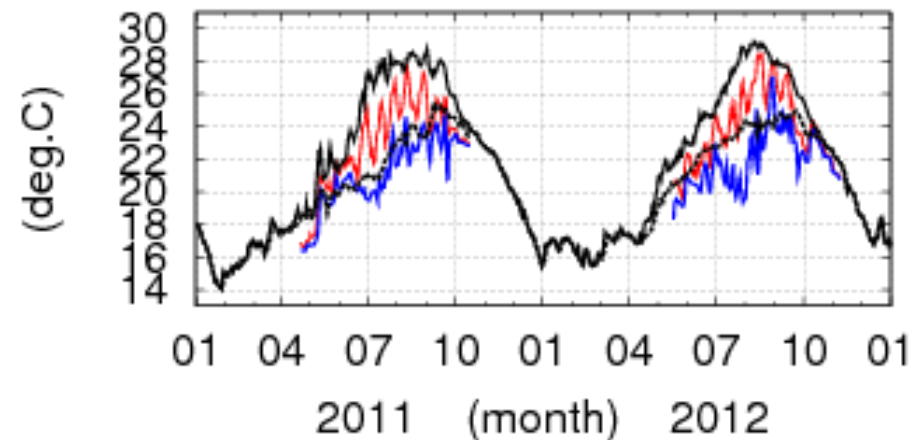


潜熱フラックスのバルク係数x2

Shitaba



顕熱フラックスのバルク係数x2



最適なパラメータの値は？
最適なパラメータの組み合わせは？
そもそも観測と比べて「最適」とは
どういう意味なのか？

データ同化：最小二乗法

初期推定値の誤差分散 p 観測値の誤差分散 r

パラメータの初期推定値 x^f (1個であると仮定)

パラメータの最適推定値 $x^a = x^f + \eta$ と表されると仮定

観測値 y^o (1個であると仮定)

観測値と計算結果の「関係」 $y^o = H(x^f) + G(\eta) + \varepsilon$

最適な推定値はコスト関数

$$J = \frac{\eta^2}{p} + \frac{\varepsilon^2}{r} = \frac{(x^a - x^f)^2}{p} + \frac{(y^o - H(x^f) - G(\eta))^2}{r}$$

を最小にすることで得られる

グリーン関数法

$G(\eta)$ は、パラメータの変化 η に対して、一般的には非線形に応答する関数である。

もし線形応答であるならば、 G は定数値(グリーン関数)になり、

$$y^o = H(x^f) + G\eta + \varepsilon$$

コスト関数は

$$J = \frac{\eta^2}{p} + \frac{(y^o - H(x^f) - G\eta)^2}{r}$$

となる。このとき、 η の最適値 η^a は、

$$\eta^a = \left(p^{-1} + r^{-1}G^2 \right)^{-1} Gr^{-1} \left(y^o - H(x^f) \right)$$

グリーン関数の求め方

$$G = \frac{\left(y(\eta_0) - H(x^f) \right)}{\eta_0}$$

η_0 パラメータ感度実験で与えたパラメータ変化

$y(\eta_0)$ パラメータ感度実験における観測値対応結果

$H(x^f)$ 基本ケースにおける観測値対応結果

観測値もパラメータも複数の場合

初期推定値の誤差分散行列 P 観測値の誤差分散行列 R

パラメータの初期推定値ベクトル $\overrightarrow{x^f}$

パラメータの最適推定値ベクトル $\overrightarrow{x^a} = \overrightarrow{x^f} + \overrightarrow{\eta}$

観測値ベクトル $\overrightarrow{y^o}$

グリーン関数行列 $\overrightarrow{y^o} = H(\overrightarrow{x^f}) + G\overrightarrow{\eta} + \overrightarrow{\varepsilon}$

最適なパラメータ推定値はコスト関数

$J = \overrightarrow{\eta}^T P \overrightarrow{\eta} + \overrightarrow{\varepsilon}^T R \overrightarrow{\varepsilon}$

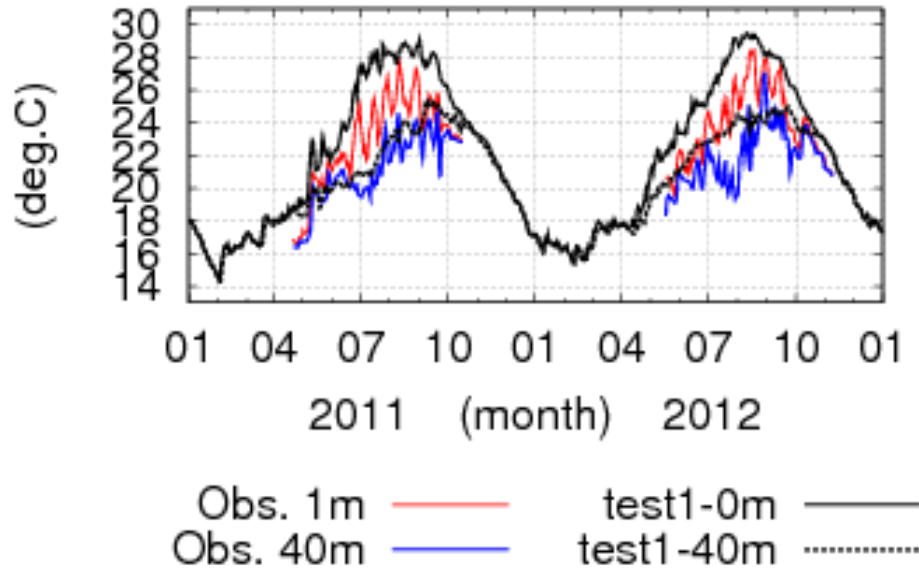
を最小にすることで得られる

$$\overrightarrow{\eta^a} = \left(P^{-1} + G^T R^{-1} G \right)^{-1} G R^{-1} \left(\overrightarrow{y^o} - H(\overrightarrow{x^f}) \right)$$

グリーン関数法によるバルク係数推定

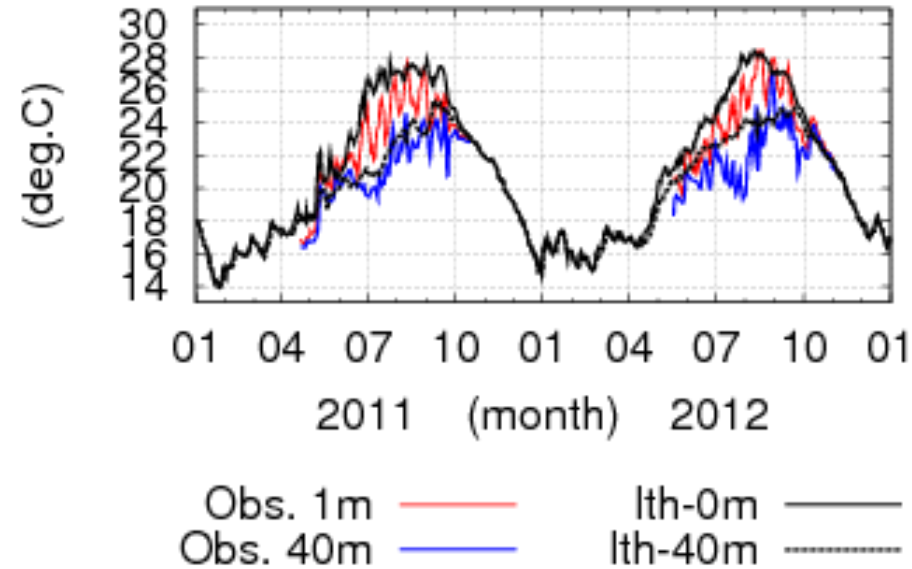
基本ケース

Shitaba



潜熱フラックスのバルク係数x2

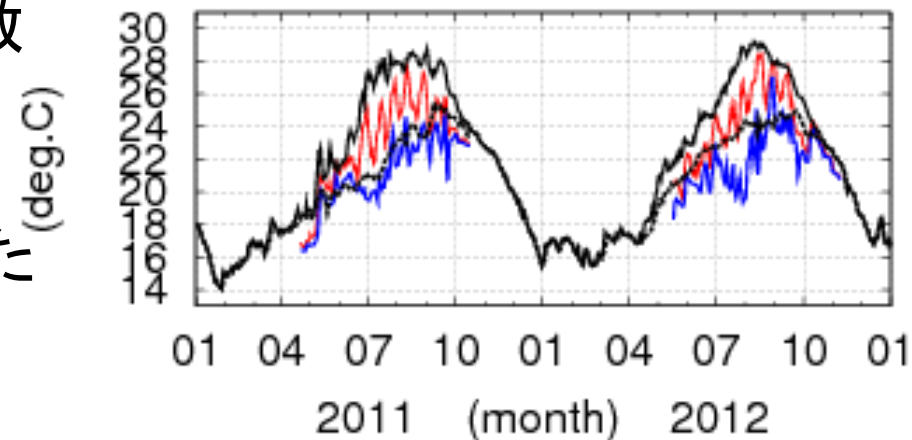
Shitaba



顕熱フラックスのバルク係数x2

線形応答と考えれば、グリーン関数法が適用できるはず

今回、時間切れで出来ませんでした



データ同化の基礎：線形不偏最適推定

h_1^o 観測データ

h_1^f 初期推定値

$\varepsilon^o = h_1^o - h_1^t$ 誤差

$\varepsilon^f = h_1^f - h_1^t$ 誤差

仮定その1：解析値は観測データと初期推定値の線形和

$$h_1^a = w^o h_1^o + w^f h_1^f$$

仮定その2：観測データと初期推定値の期待値は「真値」の期待値

$$\langle h_1^o \rangle = \langle h_1^f \rangle = \langle h_1^t \rangle$$

仮定その3：観測データの誤差は初期推定値の誤差と無相関

$$\langle \varepsilon^o \varepsilon^f \rangle = 0$$

線形不偏最適推定 (BLUE)

誤差分散

$$\langle (h_1^a - h_1^t)^2 \rangle = w^{o2} \langle \varepsilon^{o2} \rangle + w^{f2} \langle \varepsilon^{f2} \rangle + 2w^o w^f \langle \varepsilon^o \varepsilon^f \rangle$$

不偏性

$$1 = w^o + w^f$$

誤差が無相関

$$\langle (h_1^a - h_1^t)^2 \rangle = w^{o2} \langle \varepsilon^{o2} \rangle + (1 - w^o)^2 \langle \varepsilon^{f2} \rangle$$

最小誤差分散

$$\frac{\partial}{\partial w^o} \langle (h_1^a - h_1^t)^2 \rangle = 2w^o \langle \varepsilon^{f2} \rangle - 2 \langle \varepsilon^{f2} \rangle + 2w^o \langle \varepsilon^{f2} \rangle = 0$$

カルマンゲイン

$$w^o = \frac{\langle \varepsilon^{f2} \rangle}{\langle \varepsilon^{o2} \rangle + \langle \varepsilon^{f2} \rangle}$$

推定式

$$h_1^a = h_1^f + \frac{\langle \varepsilon^{f2} \rangle}{\langle \varepsilon^{o2} \rangle + \langle \varepsilon^{f2} \rangle} (h_1^o - h_1^f)$$

ガウス・マルコフの定理

コスト関数期待値の最小二乗法

$$\frac{(h_1^o - h_1^a)^2}{\langle \varepsilon^{o2} \rangle} + \frac{(h_1^f - h_1^a)^2}{\langle \varepsilon^{f2} \rangle}$$

$$h_1^a = w^o h_1^o + w^f h_1^f$$

カルマンゲイン

$$w^o = \frac{\langle \varepsilon^{f2} \rangle}{\langle \varepsilon^{o2} \rangle + \langle \varepsilon^{f2} \rangle}$$

推定式

$$h_1^a = h_1^f + \frac{\langle \varepsilon^{f2} \rangle}{\langle \varepsilon^{o2} \rangle + \langle \varepsilon^{f2} \rangle} (h_1^o - h_1^f)$$

一般化：変分法

コスト関数最小化

$$\left(y^o - H(x^a)\right)^T R^{-1} \left(y^o - H(x^a)\right) + \left(x^f - x^a\right)^T P^{-1} \left(x^f - x^a\right)$$

$H(x)$ が ~~線形~~ 非線形関数である場合に用いる。

H が線形関数である場合には、

$$x^a = x^f + K \left(y^o - Hx^f\right)$$

$$K = PH^T \left(HPH^T + R\right)^{-1} \quad \text{カルマンゲイン}$$

カルマンフィルター

$$x^a = x^f + K(y^o - Hx^f)$$

$$K = P^f H^T (HP^f H^T + R)^{-1}$$

$$x^f(t+1) = M(x^f(t))$$

$$P^f(t+1) = MP^f(t)M^T + Q$$

誤差共分散行列 **P** を力学モデルによって動的に推定しない場合
→「静的」同化手法

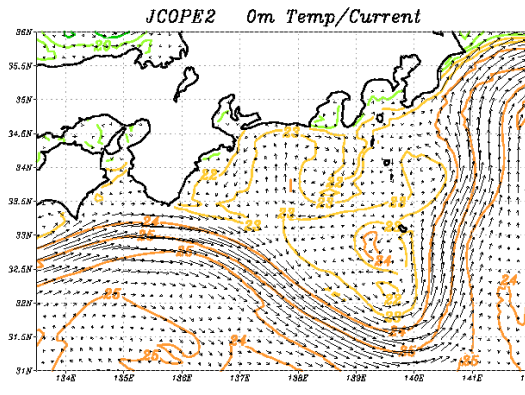
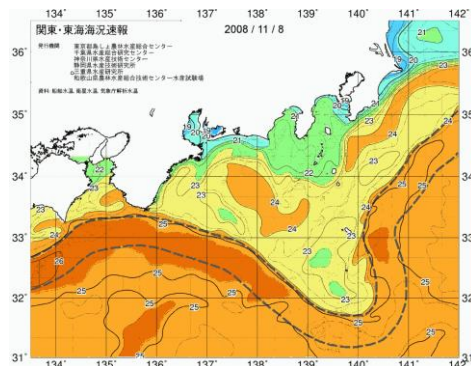
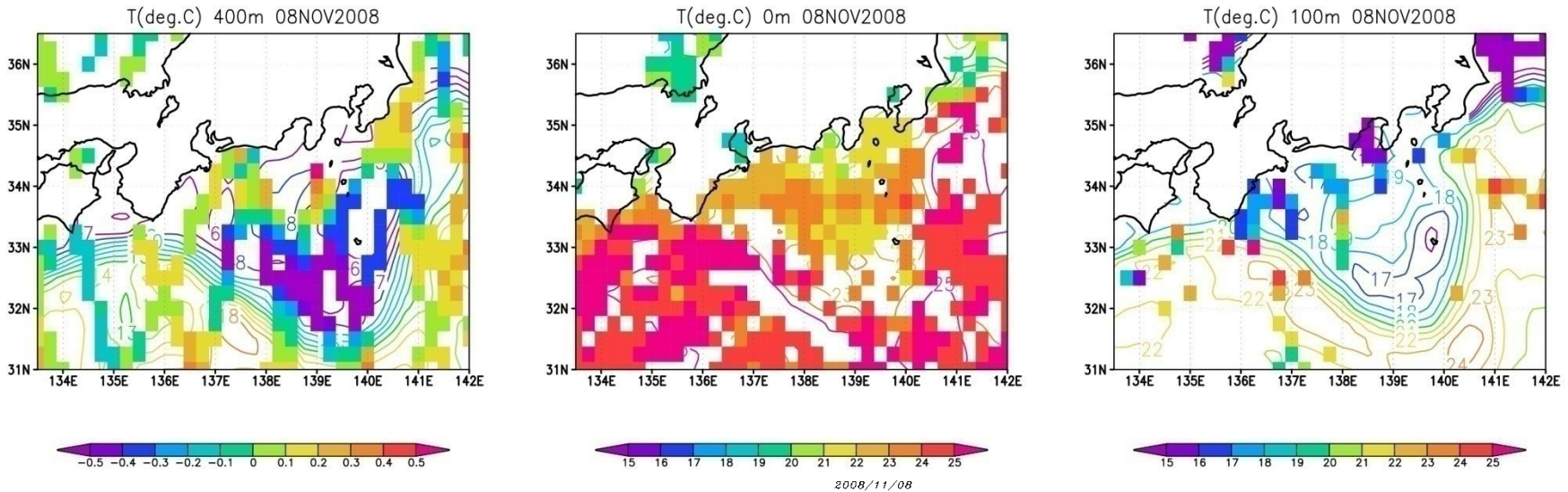
観測データを入れて現況を推定する

2008年11月8日の現況推定

海面高度

海面水温

100m深水温

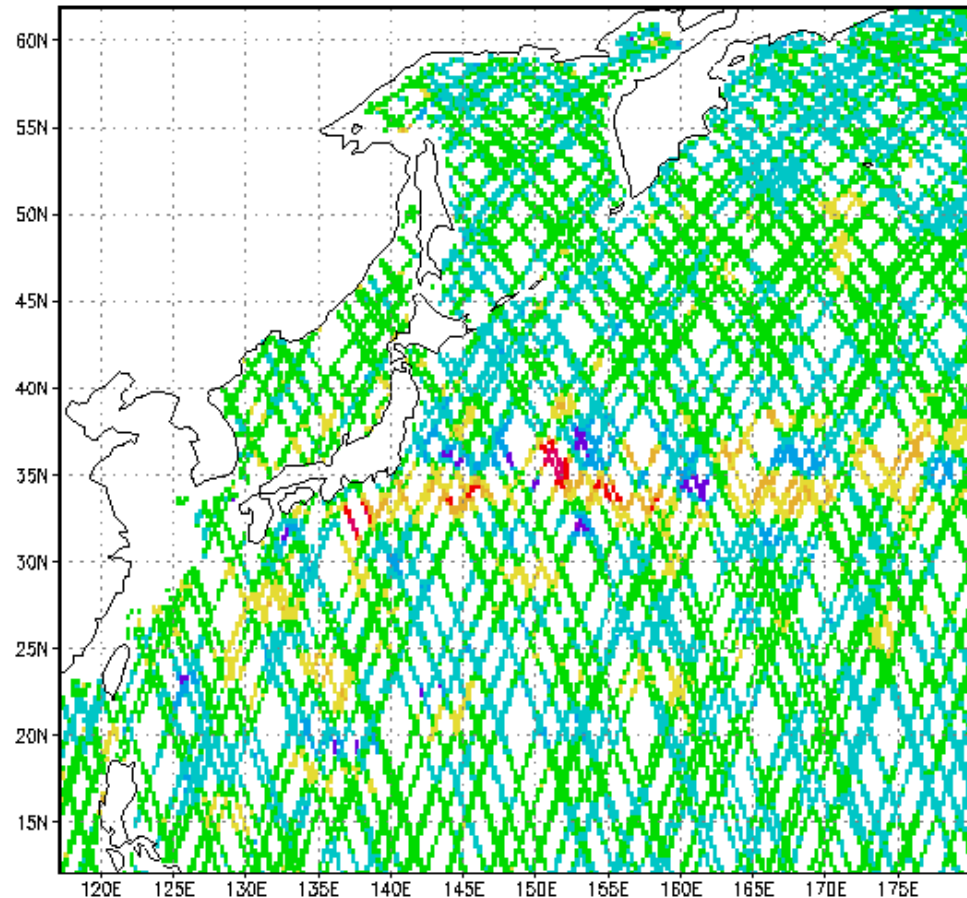


最新の状態を現況推定し，それを出発点としてモデルを走らせる。

1990年代に起こったこと 衛星海面高度の登場

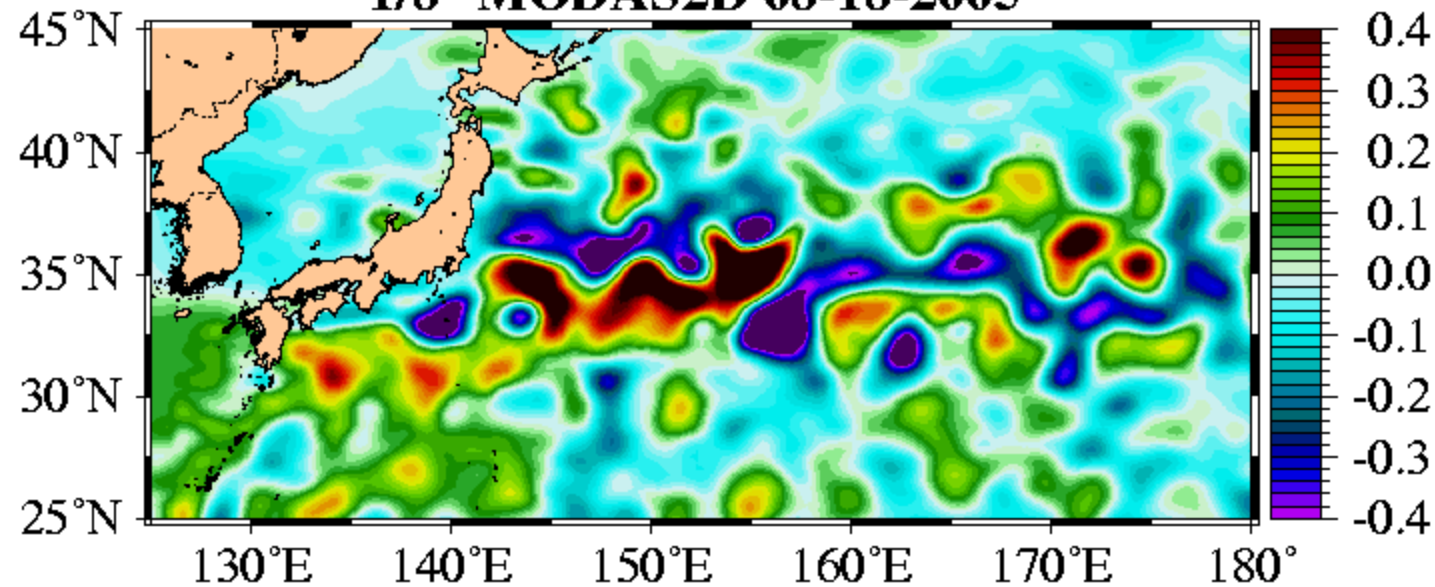
Jason-2 (NASA・フランス): 10日周期で地球を1週

GFO (米海軍): 17日周期で地球を1週



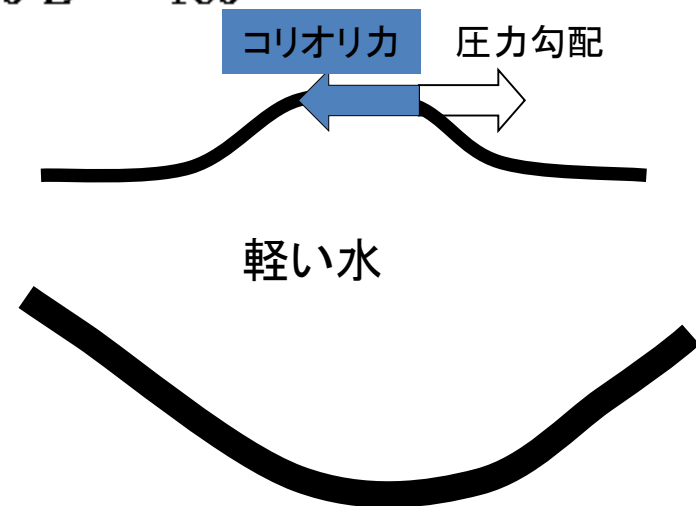
海面の高さを観測する人工衛星

Altimeter OI: Surface Height Deviation (m)
1/8° MODAS2D 08-18-2005



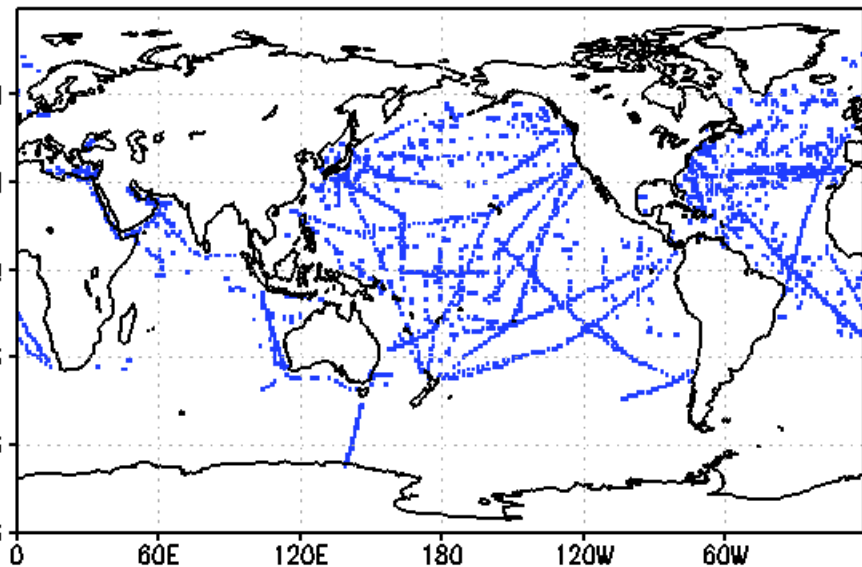
Naval Research Laboratory MODAS 2.1

海面の高さを観測
することで海の中の
水塊分布を推定できる

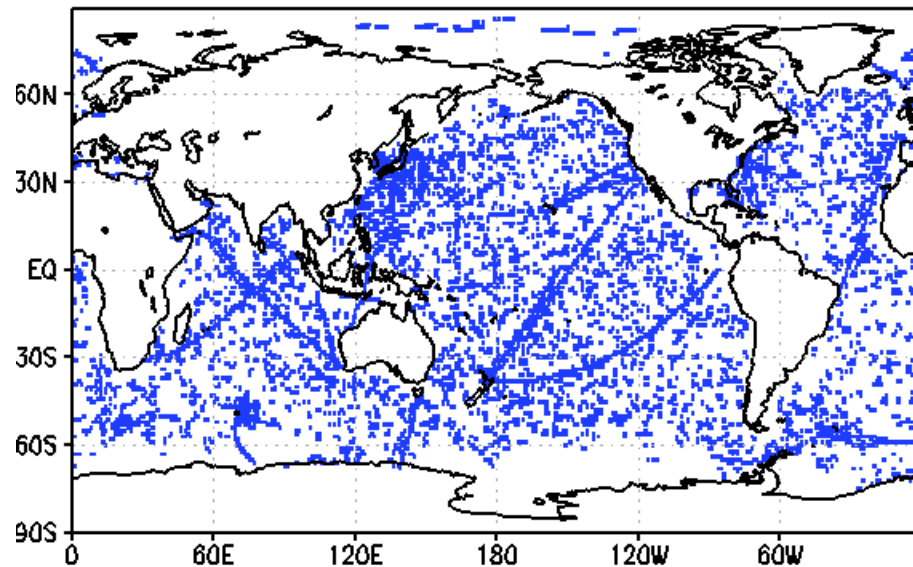


2000年代に起きたこと 全球気象通信網における 海面下観測の増加

JAN2002

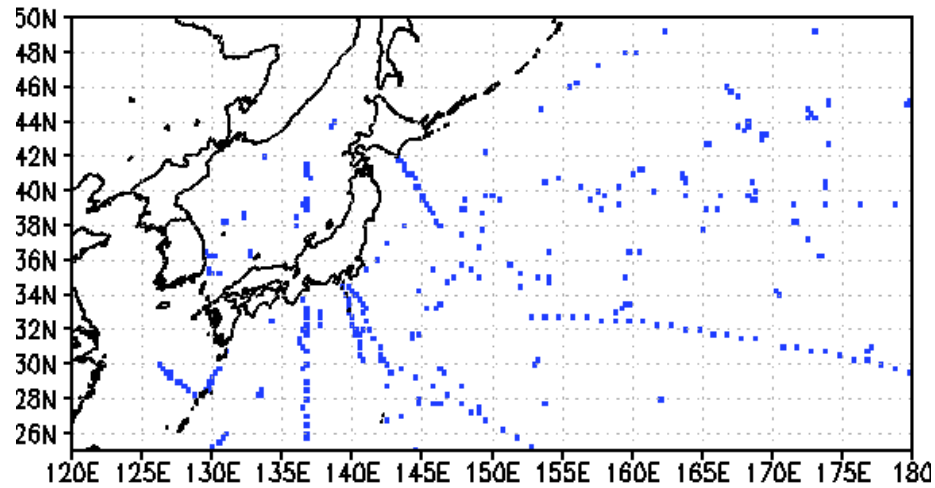


JAN2009

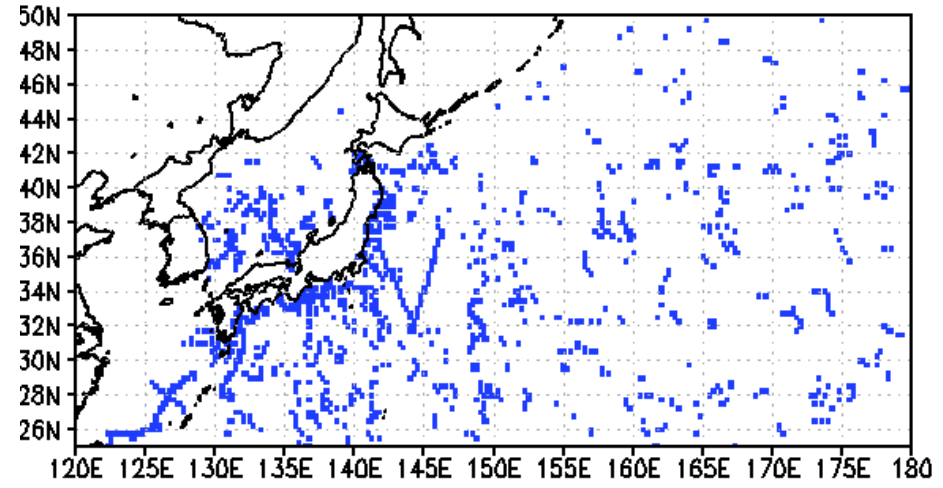


日本近海では

JAN2002

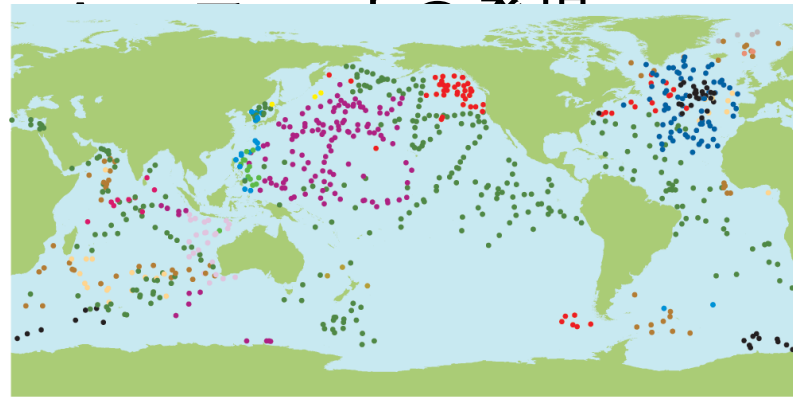
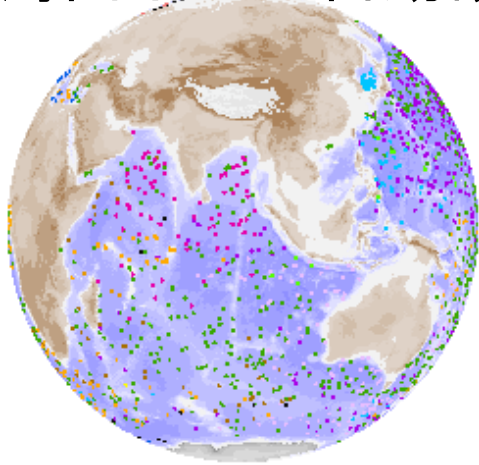


JAN2009



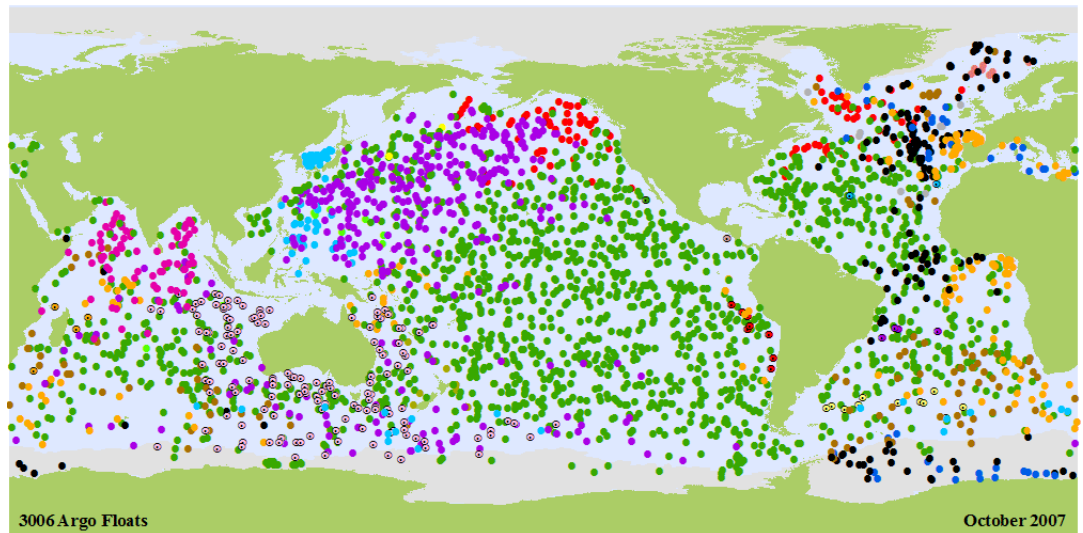
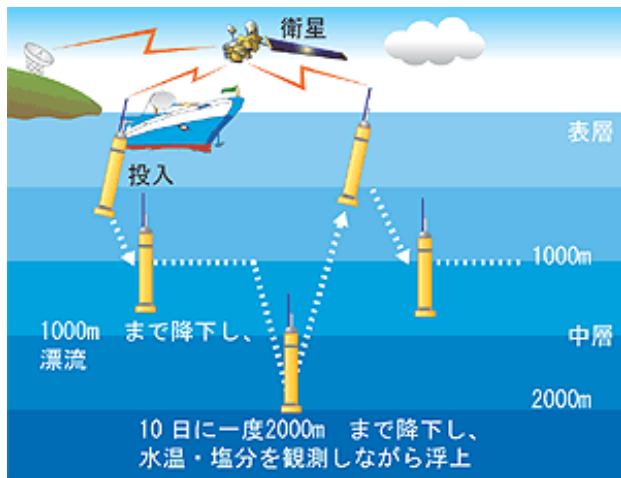
2000年代に起こったこと

海面下深層自動観測装置



Argo Network, as of April 2003 (770 Floats)

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| ● AUSTRALIA (24) | ● FRANCE (24) | ● NEW ZEALAND (3) |
| ● CANADA (59) | ● GERMANY (44) | ● NORWAY (3) |
| ● CHINA (13) | ● INDIA (9) | ● RUSSIAN FEDERATION (3) |
| ● DENMARK (4) | ● JAPAN (134) | ● UNITED KINGDOM (55) |
| ● EUROPEAN UNION (72) | ● KOREA (Rep. of) (25) | ● UNITED STATES (298) |



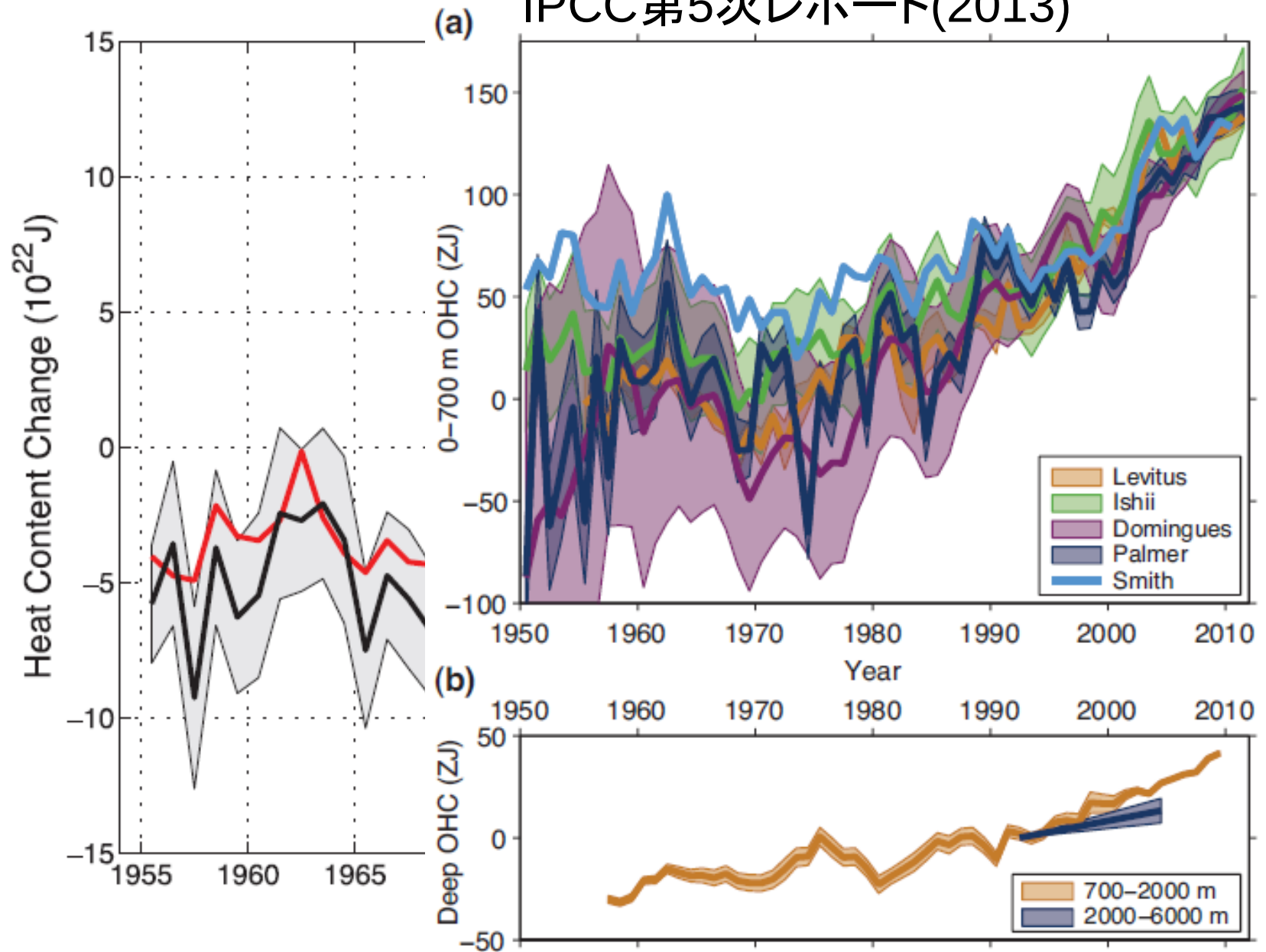
3006 Argo Floats

October 2007

- | | | | | | |
|-------------------|-----------------------|-----------------|---------------------|--------------------------|------------------------|
| ● ARGENTINA (11) | ● CHILE (8) | ● FRANCE (154) | ● JAPAN (369) | ● NETHERLANDS (10) | ● SPAIN (2) |
| ● AUSTRALIA (144) | ● CHINA (11) | ● GERMANY (153) | ● SOUTH KOREA (104) | ● NEW ZEALAND (8) | ● UNITED KINGDOM (58) |
| ● BRAZIL (4) | ● COSTA RICA (1) | ● INDIA (76) | ● MAURITIUS (4) | ● NORWAY (7) | ● UNITED STATES (1696) |
| ● CANADA (104) | ● EUROPEAN UNION (38) | ● IRELAND (0) | ● MEXICO (1) | ● RUSSIAN FEDERATION (2) | |

海の気候変動監視の精度が良くなった

IPCC第5次レポート(2013)

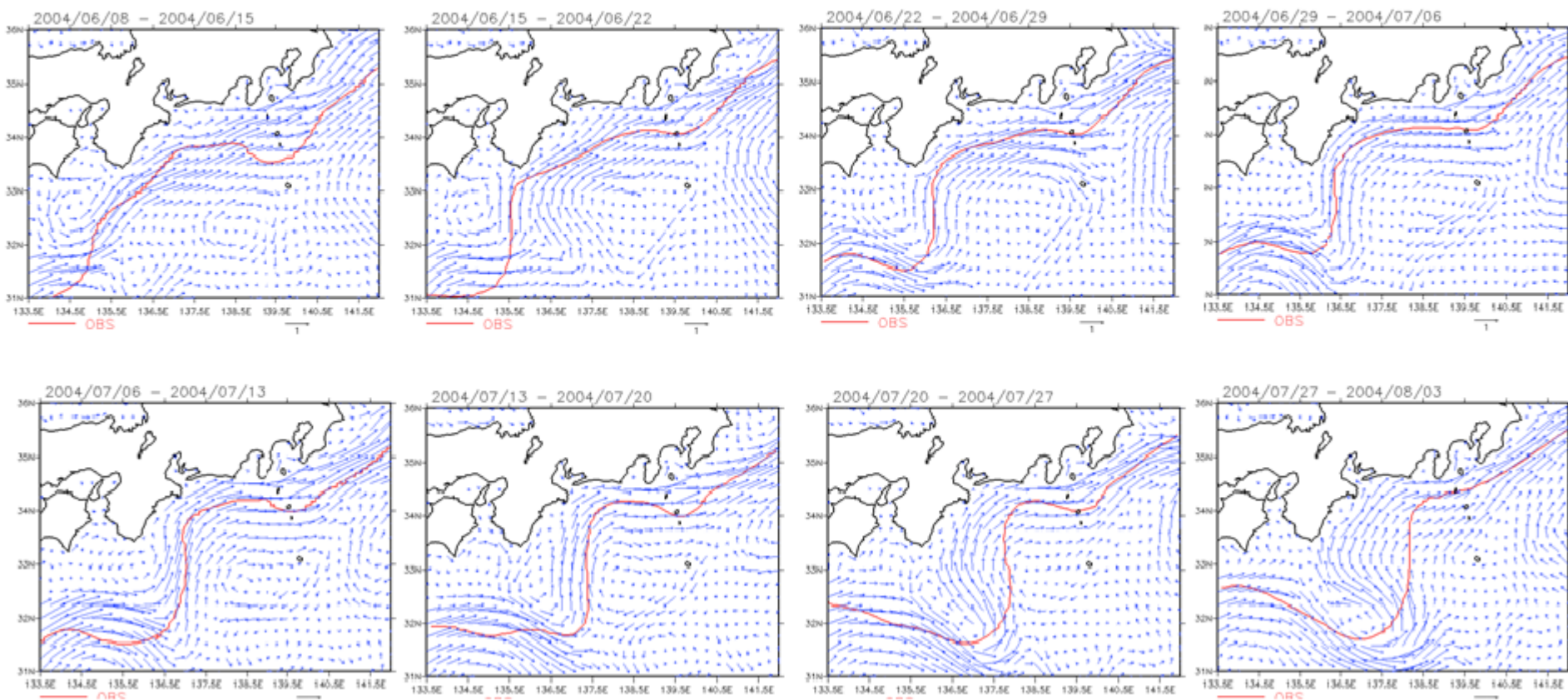


海洋再解析データ

< 2004 Kuroshio Large Meander Formation >

Vectors: surface current from the reanalysis

Red colored line: the Kuroshio axis positions reported by Japan Coast Guard



JCOPEウェブサイト -最新の予測-

<http://www.jamstec.go.jp/frcgc/jcope/>

JCOPE - Windows Internet Explorer

http://www.jamstec.go.jp/frcgc/jcope/

Google

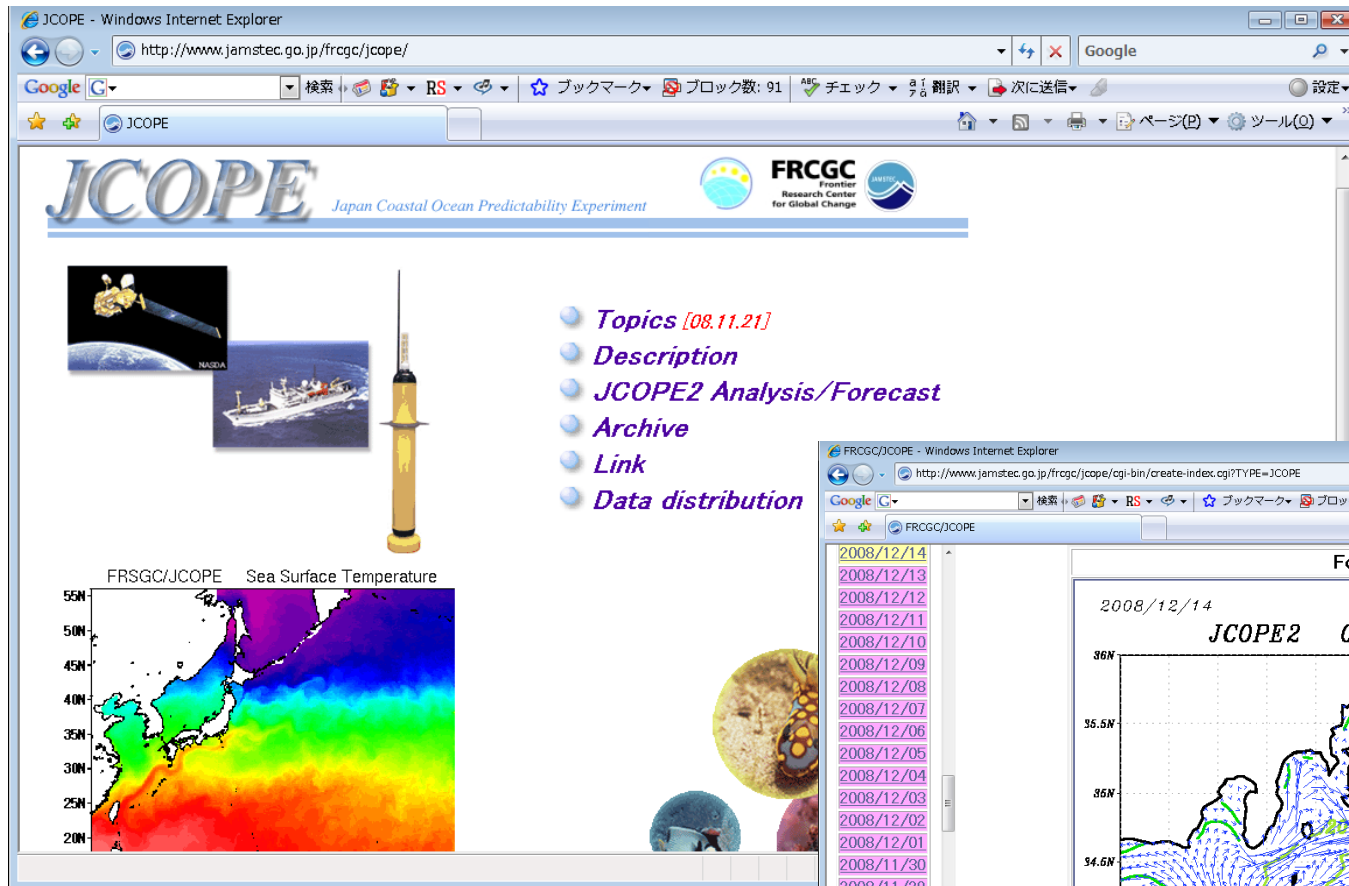
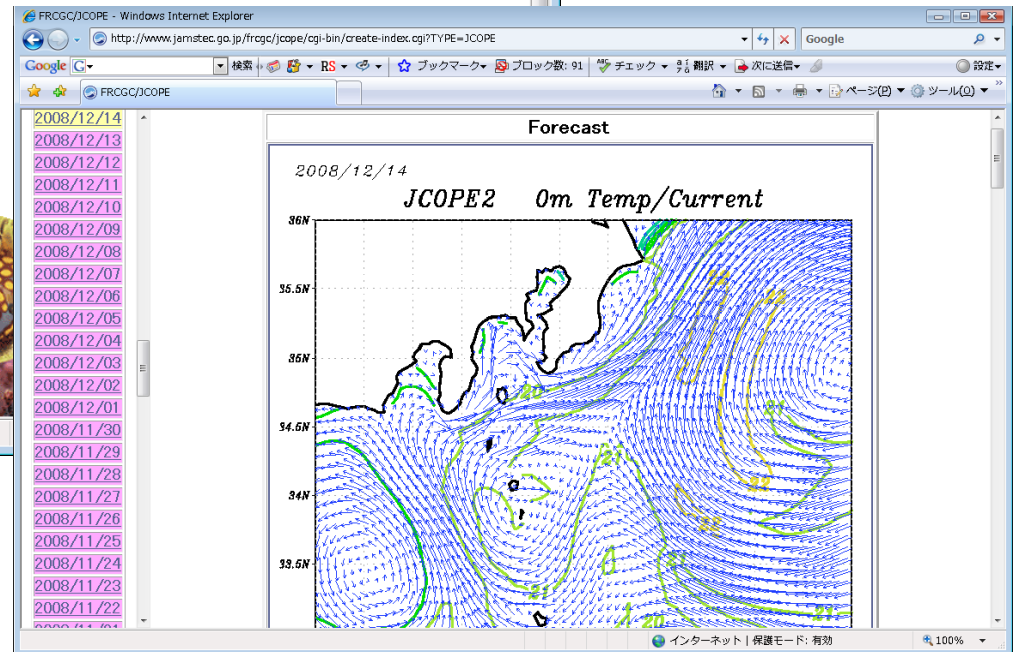
JCOPE

JCOPE Japan Coastal Ocean Predictability Experiment

FRCGC Frontier Research Center for Global Change

Topics [08.11.21]
Description
JCOPE2 Analysis/Forecast
Archive
Link
Data distribution

FRSGC/JCOPE Sea Surface Temperature

The screenshot shows the JCOPE website in a Windows Internet Explorer browser. The page features a header with the JCOPE logo and the Japan Coastal Ocean Predictability Experiment name. Below the header, there are images of a satellite, a research ship, and a buoy. A navigation menu lists various topics, including 'Topics [08.11.21]', 'Description', 'JCOPE2 Analysis/Forecast', 'Archive', 'Link', and 'Data distribution'. On the left side, there is a map titled 'FRSGC/JCOPE Sea Surface Temperature' showing a color-coded temperature distribution in the Japan Coastal Ocean, with latitude markers from 20N to 55N.

「簡易」データ同化

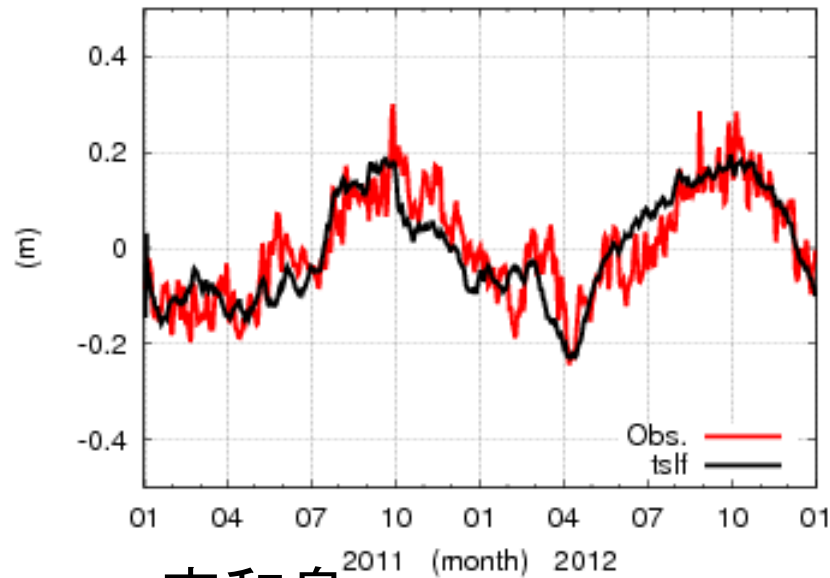
$$T(t+1) = T(t) + \frac{1}{2days(sec)} (T_{JCOPE2} - T_{lf})$$

$$S(t+1) = S(t) + \frac{1}{2days(sec)} (S_{JCOPE2} - S_{lf})$$

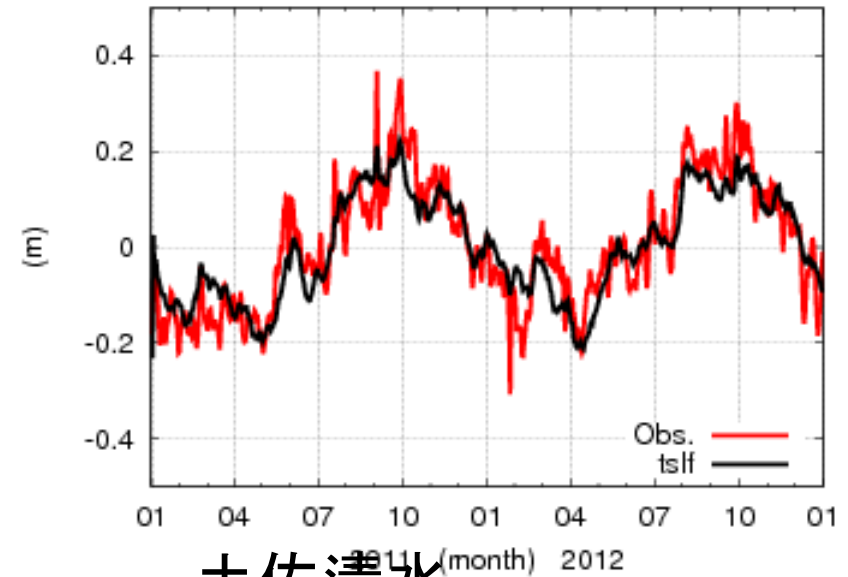
水深が200mより深い外洋で、再解析データに
近づくように水温、塩分を逐次修正することが可能

外洋のデータ同化を付加：潮位

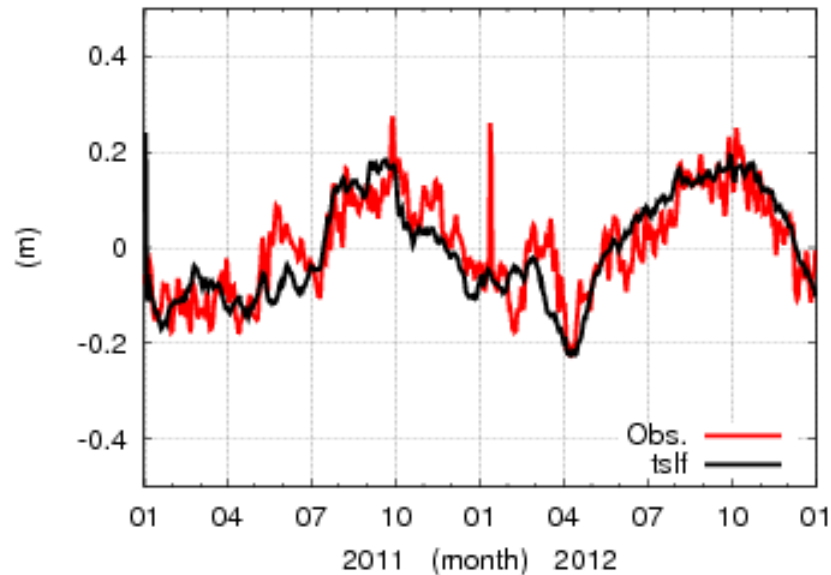
松山



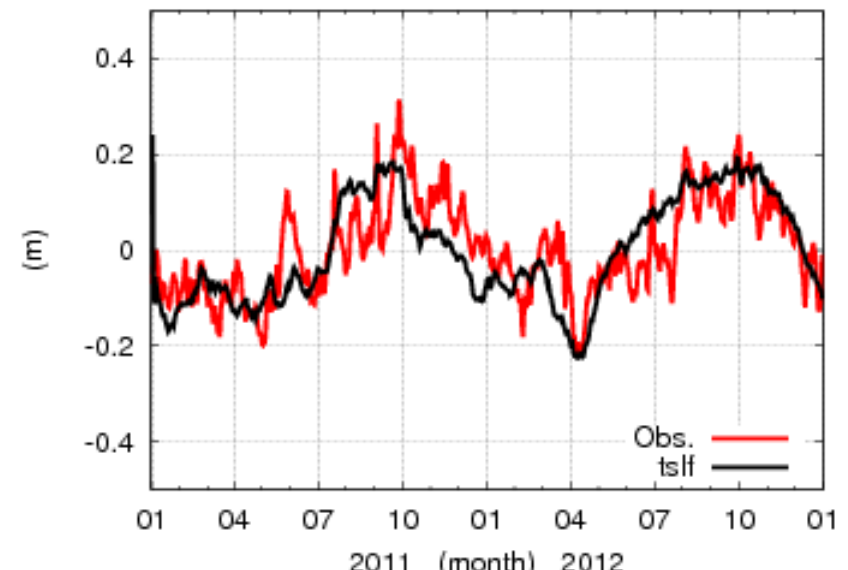
高松



宇和島



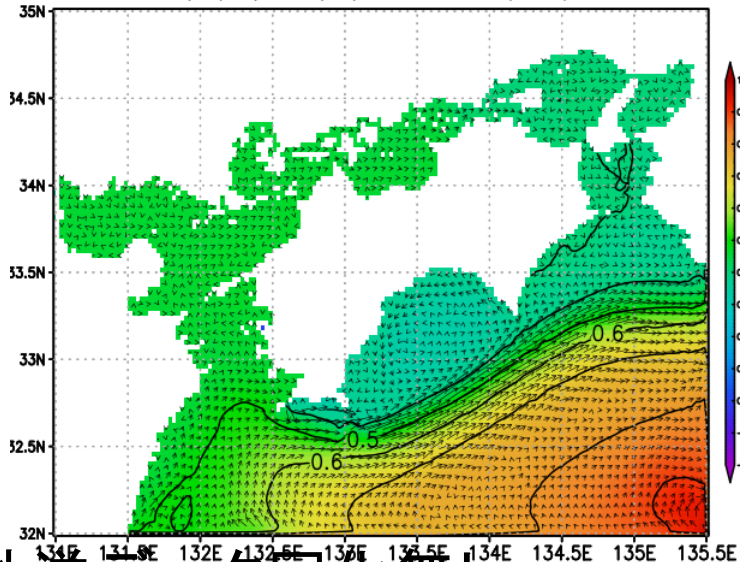
土佐清水



データ同化の効果：潮位

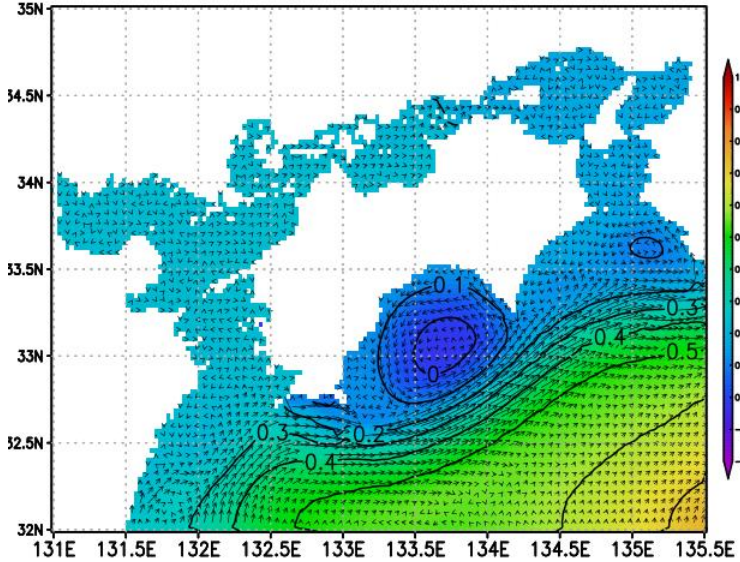
外洋データ同化有り

UV(m/s) SL(m) Om 2011/09/30

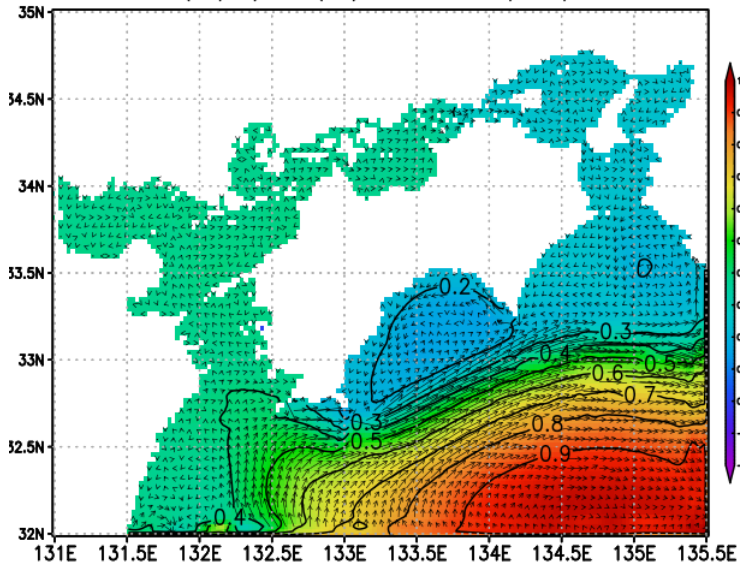


外洋データ同化無し

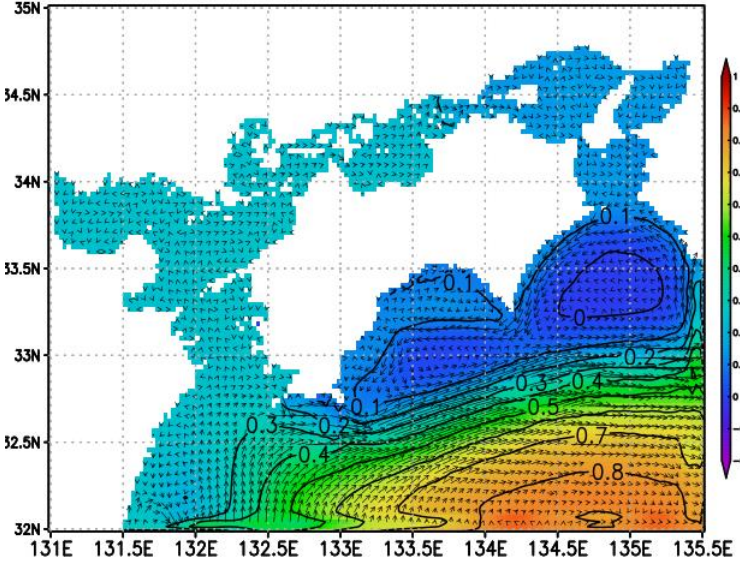
UV(m/s) SL(m) Om 2011/09/30



UV(m/s) SL(m) Om 2012/09/30

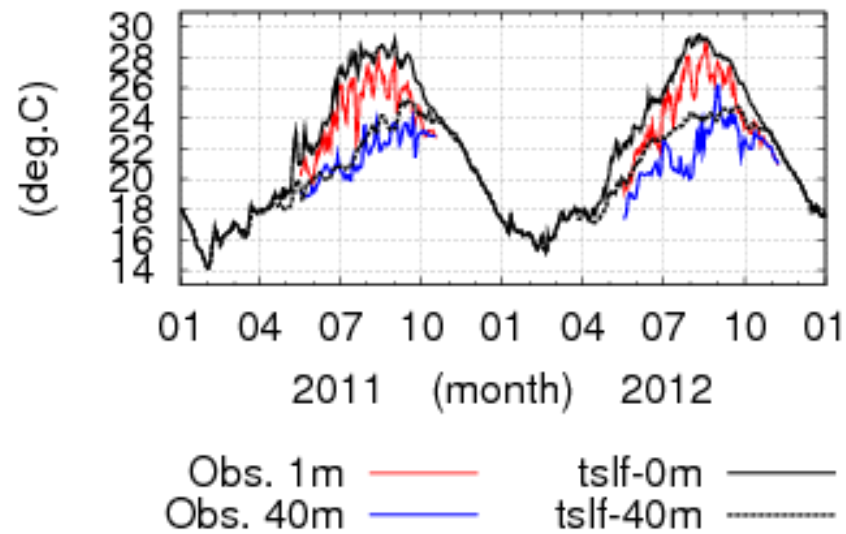


UV(m/s) SL(m) Om 2012/09/30

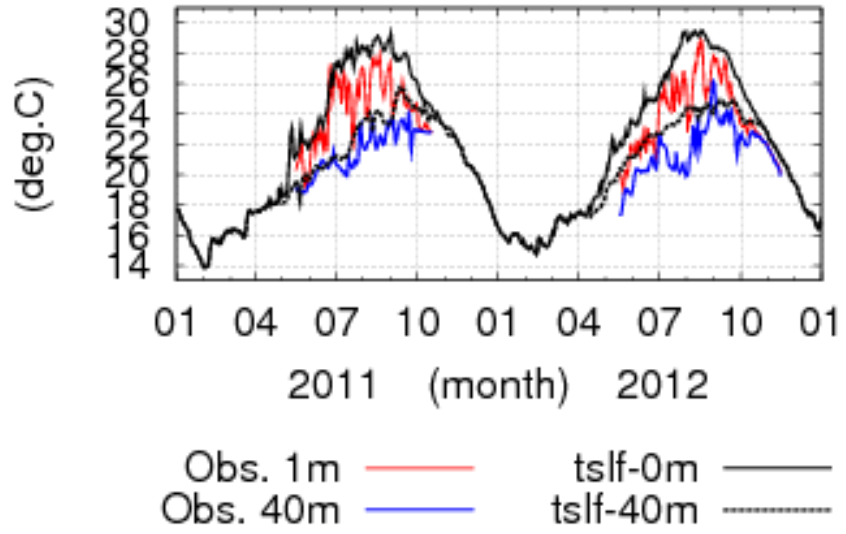


外洋のデータ同化を付加:水温

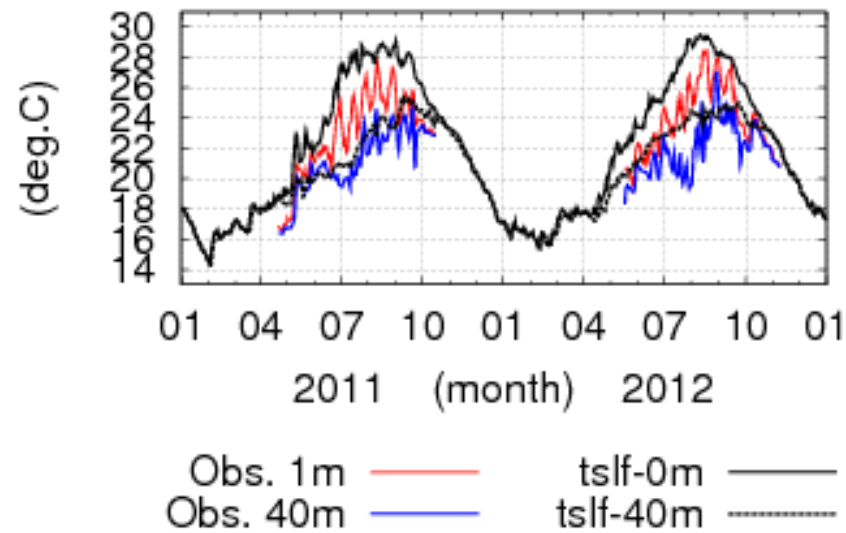
Yusu



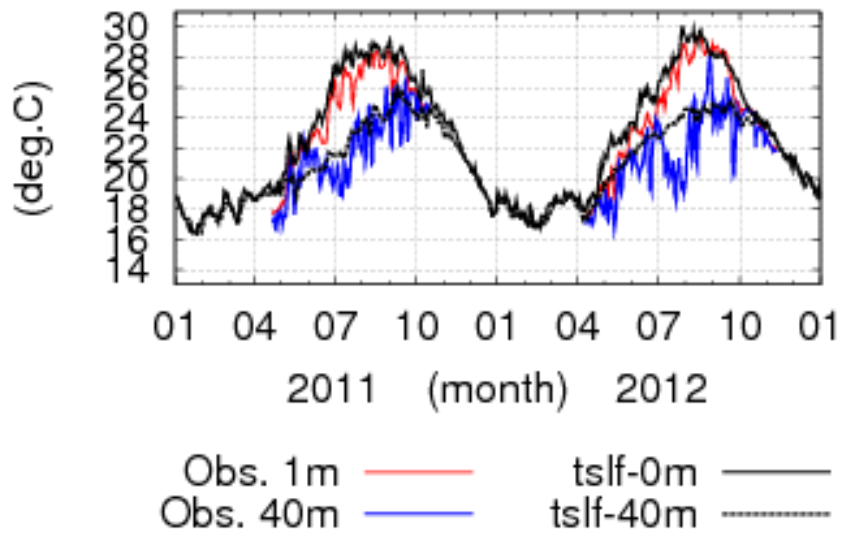
Hoketsu



Shitaba



Fukuura



海洋数値モデリングの使い方

利用できる計算資源の増加

観測データへのアクセス

従来は理想的なモデルを使って種々の検討

現実的なモデルを使って仮定の吟味が可能に

両方重要

再解析データと予測、観測網の展開

実利用の拡大へ