

# 液体金属の対流と地球ダイナモに関する数値シミュレーション

課題責任者

浜野 洋三 海洋研究開発機構 地球深部ダイナミクス研究分野

著者

柳澤 孝寿 海洋研究開発機構 地球深部ダイナミクス研究分野

地球に磁場が存在することは地球環境を生命に適したものに保つ上での重要な要素である。過去にさかのぼると地球磁場はその極性の逆転も含めて大きな変動をしてきたことが知られている。磁場は外核での溶融鉄の対流運動によるダイナモ作用で生成されている。我々はその生成のメカニズムと変動の特性を知るために、地球ダイナモのシミュレーションと液体金属対流のシミュレーションとを並行して行ってきた。ダイナモシミュレーションでは回転する球殻の全体を対象として磁場の生成過程を実際より高粘性の状況で調べる。これに対して、液体金属対流のシミュレーションでは実際の低い粘性値を用いて磁場は与えた状況での流れ場の特性を調べる。ここでは後者の液体金属対流を中心に述べる。対象としたのは水平磁場の影響下でのレイリー・ベナル対流である。その結果、以下のことが分かった。強磁場でのロール状対流から、弱磁場での方向性のない乱流状態に至るまで、対流パターンの水平スケールは徐々に大きくなる。また、ロール数が安定せずに流れ場の遷移が繰り返して起こるパラメータ領域が存在する。このような流れ場の遷移は磁場逆転にも重要な役割を果たすと考えられる。

キーワード：地磁気, 地球ダイナモ, 液体金属, 乱流, 流れ場の遷移

## 1. はじめに

地球の磁場は、溶融鉄を主成分とする外核 (outer core) での対流によるダイナモ作用で生成・維持されている。過去の地球磁場の様子は地質学的な記録から復元することが可能である。それらが示すように、地球磁場は決して安定なものではなかった。特に大きな変動として、地磁気のN極とS極が過去に何度も逆転を繰り返したことが知られている。加えてこれら磁極の逆転の際には、地表の磁場強度は著しく弱まったことも明らかになっている。地磁気逆転は数十万年という時間スケールを持つ変動である。一方、堆積物にはより短い時間スケールの変動も記録されていて、気候変動と磁場変動との関連性も指摘されている。更に、数千万—数億年というより長い時間スケールで見ると、逆転頻度の変化や逆転の起こらない地磁気静穏期が存在したことが知られている。また、地球の誕生からどのくらい経過した時点で磁場をまとうようになり、地磁気が長期的にどのように進化してきたか、という点も興味深い。

我々は、こうしたさまざまなスケールで起こる地磁気変動のメカニズムの解明を主題として、実際の試料からの古地磁気の復元研究や、液体金属対流の実験などと連携しつつ取り組んできた。地磁気は高エネルギーの宇宙線に対するバリアともなっているため、地磁気変動の研究は、生命の生存可能な環境がどのように進化し維持されてきたのか、という観点からも重要である。

近年の地球ダイナモ研究は、地磁気逆転の再現、外核内の対流の大規模パターンの復元等、大きな進歩を遂げてきている。しかし、計算機の限界から流体の粘性は実際の溶融鉄より著しく高くせざるを得ない。また実際の溶融鉄は低粘性であることに加えて、熱拡散率、磁気拡

散率、物質拡散率、等の各種の拡散係数の比が1とは大きく異なるのであるが、ダイナモシミュレーションでは同じく計算機の制約から1近辺として扱ってきた。我々はまず粘性と熱拡散の比であるプラントル数 (Pr) を取り上げ、低プラントル数流体の熱対流について、ダイナモ作用を起こさないような状況において実現する流れ場の特性を調べた。そして強磁場によって乱流が抑制された状態から、無磁場での乱流状態まで、流れ場の構造の遷移を系統的に調査した。これは、液体金属が不透明流体であることもあり、可視化実験による流れ場の把握が十分にはなされてこなかった対流系である。

我々は地球型ダイナモのシミュレーションも並行して進めた。回転する球殻全体を扱い、自発的に磁場を生成させるため、こちらではダイナモ作用を起こしやすいように現実とは異なる物性値を用いている。様々な時間スケールでの地磁気変動の中でも特に、地磁気の逆転は重要な問題であり、それを引き起こしたと考えられる外核の流れ場の変動について数値シミュレーションによって迫っていく。

## 2. 系の設定

本課題では上述の目的に対応して電磁流体現象に関する2つの対流系を、いずれもブシネスク近似のモデルで扱う。

1つ目は、液体金属を用いた対流実験 [1][2] に対応しており、扁平な正方形容器内での、現実に即した小さいプラントル数かつ良導電性の液体のレイリー・ベナル対流を扱うものである。水平方向の一樣な外部磁場を印加する。この系では回転の効果は考慮していない。系のスケールが小さく実現する流れの速度も小さい (つまり磁気レイノルズ数が小さい) 状況を対象としており、ダイ

ナモ作用はごく弱い。この系を特徴づけるパラメータは、浮力と粘性力の比であるレイリー数 (Ra) と、ローレンツ力と粘性力の比であるチャンドラセカル数 (Q) である。液体の物性値であるプラントル数は液体ガリウムや水銀に相当する 0.025、また磁気プラントル数はこの場合に液体金属を模擬するのに十分小さい 0.0025 を用いた。有限差分法を用い、空間的には一様なグリッドを採用している。実現する対流の形態について既存の理論及び室内実験との比較を注意深く行って、コードの信頼性を保証している。容器の高さに対する水平スケールの比 (アスペクト比) を 1 から 10 まで変えてシミュレーションを行った。熱拡散時間と比較して 50-100 倍という長時間の計算を実施し統計的な性質を調べた [3]。

2 つ目は、外核を模した二重回転球殻間での導電性流体の対流系であり、こちらでは磁気レイノルズ数が十分に大きくなり、地球のようなダイナモ作用を起こすことを主眼としている [4]。計算には球面調和関数展開に基づくスペクトル変換法を用いている。これまでに地球シミュレータ上で使用してきたコードに改良を重ねて ES に適合させ、より広範囲の問題に対応し、また高解像度で高い性能を発揮できるようになった。計算資源の都合上こちらではプラントル数は 1 近辺としている。

### 3. 結果

#### 3.1 液体金属シミュレーション

我々はこのシミュレーションで、液体金属を用いた対流実験での流速場の計測と整合的な結果を得た。図 1 にはレイリー数を固定してチャンドラセカル数を下げていく (印加している水平磁場を弱くしていくことに対応) 場合に、対流場が遷移する状況を示している。容器のアスペクト比は 5 であり、実験と同様に上下面・側面ともに速度は固着条件である。図では速度勾配テンソルの第二不変量による  $Q_{3D}$  と呼ばれる量の等値面によって、ある瞬間での流れ場の構造を表示している。 $Q_{3D}$  はロール構造や渦構造の把握に適した表示法である。図 1a のように、強磁場下では流れ場は印加磁場に規定されて磁場方向に軸を持つロール状の構造をとる。存在するロールの数は 5 であり、個々のロールは縦横で同じスケールを持っている。図 1 を上から下に見ていくと明らかなように、磁場強度つまり Q の減少に伴って、揺らぎが大きくなっていくばかりでなく、ロール構造は横長になっていく。容器という有限な空間であるので、存在するロール数は減っていく。

図 1a は完全に層流の状態である。ロール構造は容器に対して固定ではなく、振幅は小さいながらも左右に振動している。図 1b に示したスナップショットでは、ロール構造の湾曲があるが、これは容器の手前と奥とでロールが左右の反対の方向に動く、つまり上から見ると容器の中央を中心とするような大スケールの水平循環が生じる、ということに起因する。壁に押し付けられたロールが縮小して消滅することで 5 ロールから 4 ロールの構造になる。しかし 4 ロールで安定するわけではなく、再び 5

ロール目が成長してくる。つまり図 1b では 5 ロールと 4 ロールの構造遷移を繰り返している。図 1c は同様にロールが湾曲してその数の変化を繰り返す状態であるが、図 1b では支配的な構造、つまり長時間観察される構造は 5 ロールであるのに対して、図 1c ではそれが 4 ロールである、という違いがある。また、主要なロール構造ばかりでなくそれに付随するような 2 次的な渦が多数生成している。これらに対して図 1d では、ロール数は 4 に保たれたまま、ロール構造は大きな振幅で波打ち、振動を繰り返している。また、付随的な細かい渦も生成・移流・消滅を繰り返す。振動の周期はロールの流れの周回時間と同程度である。図 1e では、もはやロールと呼べるような顕著な方向性を持った構造は存在せず、発達した乱流の状態にある。

ここに示したロール数の変化についての結果は次のよ

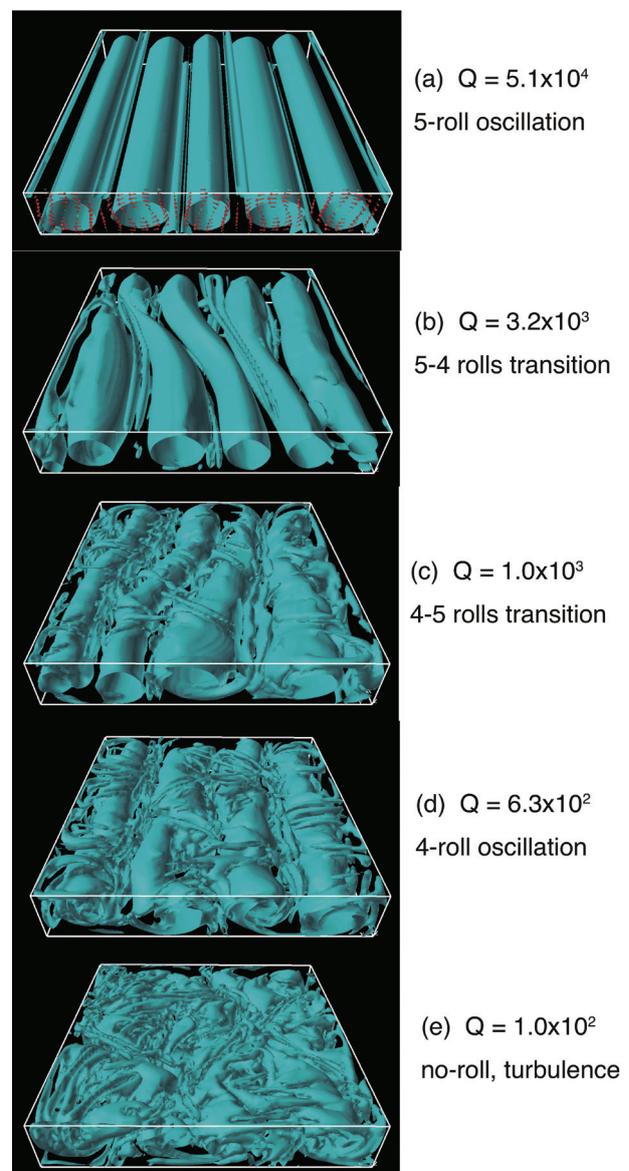


図 1 アスペクト比 5 の正方形容器で、手前から奥へ水平な一様磁場を印加している。レイリー数は  $3.0 \times 10^4$  に固定して、チャンドラセカル数を下げていった場合の対流の遷移の様子を示す。流れ場から求める  $Q_{3D}$  という値の等値面で表示。方向性の強い 5 ロール状態から方向性のない状態に段階的に遷移していき、水平スケールは大きくなっていく。

うに解釈できる。個々のロールがとりやすいアスペクト比は強磁場での1から、磁場の減少とともに大きく（つまり横長に）なっていくが、容器という制約があるためにそのアスペクト比を持つ形状が常に実現されているわけではない。とりやすいアスペクト比の状態というのは、ロール数が異なる複数の状態を時間平均した構造と対応している。そしてロール数が変化するには水平面内の

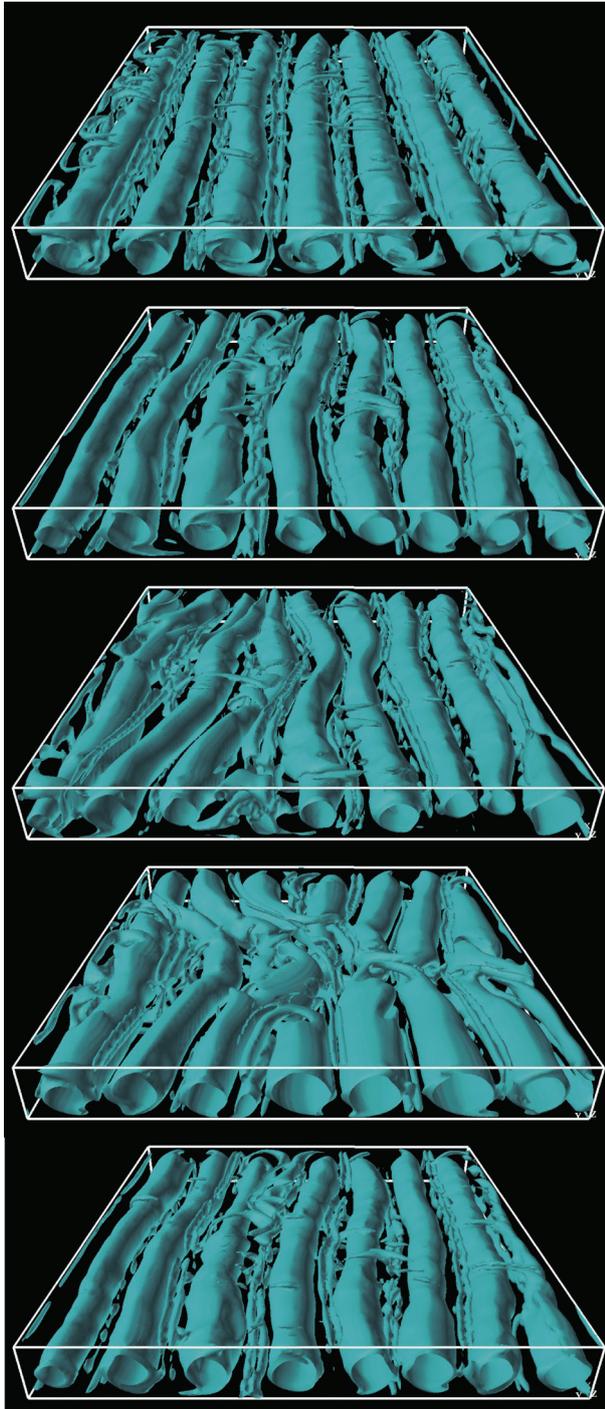


図2 アスペクト比8の正方形容器内での対流の時間変化を $Q_{3D}$ の等値面で表示。パラメータの設定は $Q=1.0 \times 10^3$ 、 $Ra=1.4 \times 10^3$ 。手前から奥の方向への水平の一樣磁場を印加。平均的にはその方向に対流ロールの軸が向いている。ロール数が変化する過程はアスペクト比5の容器の場合より複雑である。上から下に時間が経過しているが、時間間隔は一定ではない。

循環の発生が重要であり、これが構造を全体的に歪ませてロール間の再結合を引き起こす。容器自体のアスペクト比が、個々のロールのとりやすいアスペクト比の整数倍と一致する場合は、ロール数は変化する必要がなく振動状態が続く。磁場をかけたこの系での乱流への遷移は、水平スケールが増すとともに構造の方向性を減じていく過程として捉えることができる。

容器のアスペクト比が更に大きい場合について、ロール数が変化を繰り返す状態を見てみる。図2に示す例では容器のアスペクト比は8であり、ここでは7ロールを基本構造として、8ロールや6ロールの状態が短時間ではあるが存在する。容器のアスペクト比が5の場合には5ロールと4ロールの状態間の遷移は、ほぼ容器スケールに匹敵する水平循環によって引き起こされていたのに対して、このようにアスペクト比が大きい容器では、必ずしも容器スケールではなくもっと小さな水平循環によっても、ロール数の変化が局所的に引き起こされている。

このように数値シミュレーションと室内実験を合わせて、これまで理解が手薄だった低プラントル数の熱対流について、磁場の影響下における乱流への遷移の詳細を明らかにすることができた。

### 3.2 ダイナモシミュレーション

ESに適するように改良を施したコードによって、従来の研究で知られているダイナモの挙動が再現できることを確かめた上で、長時間にわたる結果から流れ場の詳細な解析を行った。回転球殻内での対流場は、回転の影響を強く受けて、回転軸の方向に軸を持つロール構造をとる（図3）。このケースでは双極子型の磁場が生成されるとともに、その極性が不規則に逆転を繰り返しており、地球的なダイナモの挙動が再現されている。流れ場の時間変化から以下のことが分かった。流れ場には全体がほ

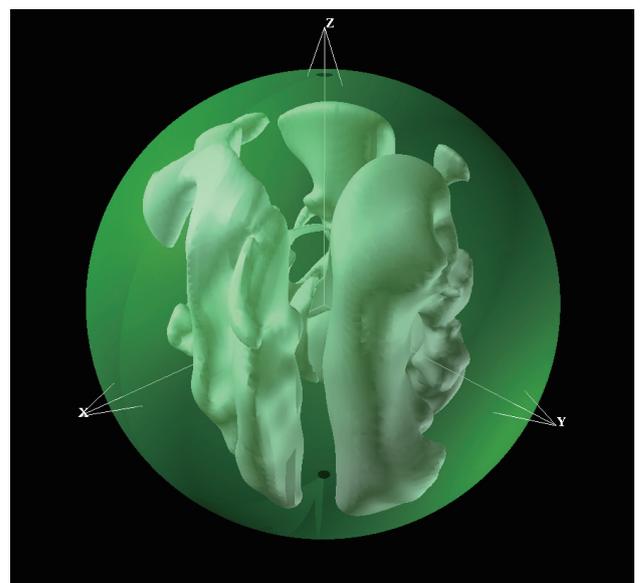


図3 ダイナモ作用を起こしている回転球殻内での対流について、 $Q_{3D}$ の等値面を表示。回転軸はz向きであり、その方向に伸びた対流ロールが存在している。

ほぼ同じ角速度をもって回転する成分があるが、極性の逆転の前にはその回転速度が緩やかになる。それと同時にロール構造が変化し、ロールの数が減少する。再びロール数が増えて全体的な回転速度も増加し、逆転の完了時には元の状態を回復している。ダイナモシミュレーションの結果にはこのように、液体金属シミュレーションで見られたような流れ場の状態間の遷移が存在し、これが磁場の逆転と関係すると考えられる。

#### 4. まとめ

一様な磁場と回転はどちらもその方向に対流ロールの軸を規定する働きを持つ。ここで扱った2つの系は、磁場や回転という外部条件によって規定されたロール構造が間欠的にその数を変化させる、という共通の性質を持つ。今後はダイナモシミュレーションで、より低粘性かつ長時間での流れ場と磁場の変化を調べていく。

#### 文献

- [1] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, "Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 88, 063020, 2013.
- [2] Y. Tasaka, K. Igaki, T. Yanagisawa, T. Vogt, T. Zuerner, and S. Eckert, "Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 93, 043109, 2016.
- [3] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, "Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations," *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.
- [4] A. Sakuraba and P. H. Roberts, "Generation of a strong magnetic field using uniform heat flux at the surface of the core," *Nature Geosci.*, 2, 802-805, 2009.

# Numerical Simulations of Liquid Metal Convection and Geodynamo

Project Representative

Yozo Hamano

Department of Deep Earth Structure and Dynamics Research, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Author

Takatoshi Yanagisawa

Department of Deep Earth Structure and Dynamics Research, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Geomagnetic field is generated and maintained by the convective motion of liquid iron in the outer core of the Earth. It is important to know features of liquid metal flow under the effect of magnetic field. In general, viscosity of liquid metals is very low and flow easily becomes turbulent, but when a magnetic field is applied on liquid metals, it makes anisotropic flow structure with suppression of turbulence. We simulated Rayleigh-Bénard convection of an electrically conductive low-viscosity fluid under the effect of uniform horizontal magnetic field. In decreasing the intensity of magnetic field, several transitions of flow patterns were identified between two extreme regimes, that is, laminar two-dimensional flow and developed turbulence. Focusing on the feature of convection rolls, the horizontal scale of rolls increases with losing distinct roll structure. We found a regime of convection showing repetitions of roll number transitions. This regime provides important insight to the mechanism of geomagnetic field reversals.

**Keywords:** Geomagnetic field, Geodynamo, Liquid metal convection, Turbulence, Flow transitions

## 1. Introduction

The relation between organized flow structure and turbulence is a key in considering flows obtained by geodynamo simulations. Here we focus on features of turbulence in a magnetoconvection. A typical setting to study transitions to turbulence is thermal convection in a layer driven by a vertical temperature gradient, that is, Rayleigh-Bénard convection (RBC). Behaviors of thermal convection strongly depend on the Prandtl number ( $Pr$ ) of the working fluid, and low  $Pr$  fluids such as liquid metals tend to be turbulent just after the onset of convection because of their low viscosity. On the other hand, liquid metals are electrically conductive, and applying magnetic field to the system can control the transition to turbulence.

The controlling non-dimensional parameters in a RBC system under an imposed uniform magnetic field are the Rayleigh number ( $Ra$ ), and the Chandrasekhar number ( $Q$ ). The region where two-dimensional (2D) rolls remain steady in the wave number-Rayleigh number space (the Busse balloon) is very limited in RBC of low  $Pr$  fluid like liquid metals. With a uniform horizontal magnetic field imposed, however, the Busse balloon extends by the increase of the onset  $Ra$  of oscillatory instability, and the values of  $Ra$  for further transitions to turbulence also increase. Based on our result of simulations, we can clearly grasp a route from a laminar flow with 2D rolls to a turbulent state.

## 2. Result

We performed numerical simulations for the same setting

as laboratory experiments [1,2], with horizontal magnetic field imposed on the vessel of no-slip velocity boundaries. A set of magnetohydrodynamic equations are solved by a finite difference method with a uniform grid interval. We used realistic low value of Prandtl number for liquid metals ( $Pr=0.025$ ). See [3] for more details of the simulation and evaluation of the code.

We identified several flow regimes depending on  $Ra$  and  $Q$ , between steady 2D laminar flow states and fluctuating large-scale flows with turbulence. We report here transitions on the decrease in  $Q$ , at a fixed  $Ra$ . Snapshots of 3D flow structures in the whole vessel are presented in Fig. 1 by showing the isosurface of the  $Q_{3D}$ , that is the second invariant of the velocity gradient tensor.

In Fig. 1, the intensity of the magnetic field, that is  $Q$ , is decreasing from top to bottom. Fig. 1(a) shows a laminar flow structure that has 5 rolls, with the roll axis parallel to the direction of the magnetic field. Oscillatory behavior of the rolls is reproduced with a very small amplitude. It comes from a periodic horizontal movement of the rolls, while the pattern keeps 2D state. This laminar state represents a typical flow regime under a strong horizontal magnetic field.

In Fig. 1(b), the pattern keeps roll-like structure with dominant flow velocities perpendicular to the magnetic field, but repetitions of roll number transitions mainly 5–4 rolls are observed. Reversals of the flow direction in the rolls occur accompanied by the transitions. A typical process of roll number transition is as follows. A 5-roll structure bends horizontally, and a roll at a sidewall is shrinking to make a 4-roll structure. Then,

reconnection of the rolls between front and back occurs; Fig. 1(b) shows just before the timing of a reconnection. A new roll is growing along a sidewall, and 5-roll structure is reproduced. In this process, the key mechanism is an emergence of a global circulation in the horizontal plane. The horizontal circulation is related to the skewed-varicose instability of two-dimensional roll structure aligned in the direction of the magnetic field. This process of roll number transition can be thought as a repetition of two states those have different roll numbers. Figure. 1(c) is also the regime of roll number transitions, but 4-roll structure is dominant in this case, and there exist many secondary vortices.

Figure. 1(d) is a snapshot of 4-roll oscillating convection. The period of oscillation is nearly equal to the circulation time of the flow for a roll. The axes of rolls are winding and the amplitude of horizontal movement is large. A remarkable feature

of this case is that many secondary vortices are accompanied by the oscillation of main rolls.

Figure. 1(e) shows a state after a transition to turbulence occurred, where whole- or half- vessel scale flows exist with short-time fluctuations, and the magnitude of the velocity is similar in both directions perpendicular and parallel to the magnetic field. There are no roll-like structures, though the experiment is conducted with a horizontal magnetic field imposed. Many secondary vortices are drifting with rise and fall on vessel-scale circulations.

These results indicate that the number of rolls decreases with decrease in  $Q$ , from 5 to 1 or 2. The amplitude of spacial fluctuation increases in accordance with the decrease of the roll number, and continues to the fully developed turbulent state.

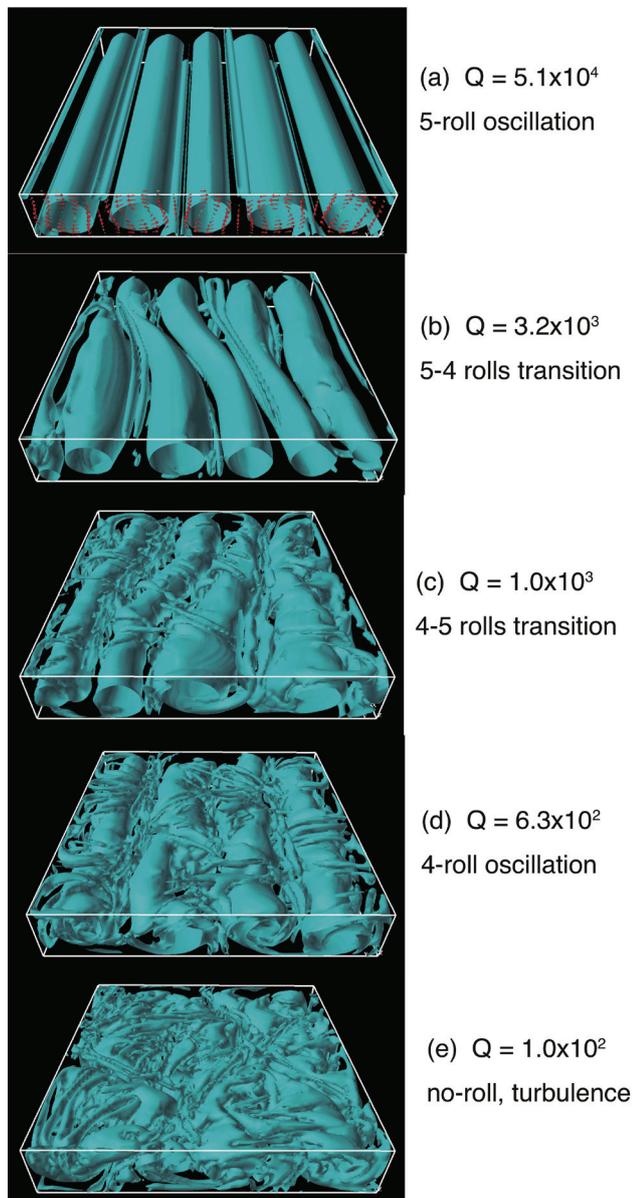


Fig. 1 Transitions of flow structures in a liquid metal convection. The isosurfaces of  $Q_{3D}=0$  are shown. A uniform magnetic field is applied from front to back; its intensity decreases from the top panel to the bottom one.  $Ra$  is fixed as  $3 \times 10^4$ .

## References

- [1] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, "Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 88, 063020, 2013.
- [2] Y. Tasaka, K. Igaki, T. Yanagisawa, T. Vogt, T. Zuerner, and S. Eckert, "Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 93, 043109, 2016.
- [3] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, "Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations," *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.