

磁気対流および回転対流と地球ダイナモに関する数値シミュレーション

課題責任者

柳澤 孝寿 海洋研究開発機構 地球深部ダイナミクス研究分野

著者

柳澤 孝寿 海洋研究開発機構 地球深部ダイナミクス研究分野

地球に磁場が存在することは地球環境を生命に適したものに保つ上での重要な要素である。地磁気は外核において溶融鉄が対流することによるダイナモ作用で生成されている。我々はその生成のメカニズムと変動の特性についての理解を深めるため、地球ダイナモのシミュレーションを進めるとともに、より単純な2つの系—磁場をかけた対流と回転系での対流—のシミュレーションをおこなってきた。磁場と回転のどちらの系についても、上下の温度差が駆動する矩形領域でのレイリー・ベナール対流が対象である。水平方向に磁場をかけた対流系ではその方向に軸を持つロール構造ができる。回転系での対流では回転軸の方向に伸びた渦構造ができる。このどちらも2次元性の強い構造ではあるが、固着壁で囲まれた空間のために軸方向へのエクマンパンピングによる流れが必然的に存在する。磁場あるいは回転を弱めていく過程において、対流場の構造は3次元性を増していくが、それにはこの流れが重要な役割を果たしていることが明らかになった。

キーワード：地磁気, 地球ダイナモ, 磁気対流, 回転対流, エクマンパンピング

1. はじめに

地球の磁場は溶融鉄を主成分とする外核での対流によるダイナモ作用で生成・維持されている。現在の磁場が時々刻々モニターされている一方で、過去の磁場は地質学的な記録から復元されている。それらが示すように地球の磁場は決して安定なものではなく、過去には磁極の反転が何度も起こっている。我々はさまざまな時空間スケールで起こる地磁気変動のメカニズムの解明を目的として、試料からの古地磁気の復元研究や対流の室内実験による研究と連携しつつ、シミュレーションによる研究に取り組んできた。地磁気は高エネルギーの宇宙線に対するバリアともなっているため、地磁気変動の研究は、生命の生存可能な環境がどのように進化し維持されてきたのか、という観点からも重要である。

近年の地球ダイナモの数値シミュレーションは、地磁気逆転の再現、外核内の対流の大規模パターンの予測等、大きな進歩を遂げてきている。しかし、計算機の限界から流体の粘性は実際の溶融鉄より著しく高くせざるを得ない。そのため同じメカニズムが実際に外核の対流で働いているかは必ずしも明らかではない。また、現時点においてもシミュレーションで得られる流れ場は相当に複雑なものであり、何が本質的に重要なのか見極めにくくなっている。ここでは高解像度のダイナモシミュレーションと並行して、より単純な系として、一様磁場をかけた液体金属の対流系（磁気対流）と回転場に置かれた水の対流系（回転対流）を扱う。この2つは室内実験で扱うことが可能な系であり、その研究自体が流体物理の上で重要であるだけでなく、ダイナモシミュレーションの結果の解釈にも新たな知見を与えるものである。ここでは

磁気対流の結果について詳しく述べ、回転対流とダイナモシミュレーションの結果は簡単に紹介する。

2. 系の設定

本課題では上述の目的のために3つの対流系を、いずれもブシネスク近似のモデルで扱っている。1つ目と2つ目ではダイナモ作用はないかあってもごく弱い系であり、3つ目は強いダイナモ作用を起こす系である。

1つ目は、磁場をかけた液体金属の対流実験 [1,2] に対応しており、アスペクト比が5の扁平な正方形容器内での、低プラントル数かつ良導電性の流体のレイリー・ベナール対流である。一様な水平方向の磁場を印加する。この系を特徴づけるパラメータは、浮力と粘性力の比であるレイリー数と、ローレンツ力と粘性力の比であるチャンドラセカール数である。液体の物性値であるプラントル数は液体ガリウムや水銀に相当する0.025、また磁気プラントル数はこの場合に液体金属を模擬するのに十分小さい0.0025を用いた。計算コードには有限差分法を用い、空間的には一様なグリッドを採用している [3]。

2つ目は、コリオリ力を考慮した回転系でのレイリー・ベナール対流である。水による可視化実験と比較するため、プラントル数は7とした。この系を特徴づけるパラメータは、コリオリ力と粘性力の比であるテイラー数とレイリー数である。テイラー数とレイリー数による対流パターンがレジームダイアグラムとしてまとめられている [4]。それによればテイラー数が極端に大きい場合（回転大）は対流が起きない (conduction regime)。ここからテイラー数を小さくしていく方向での対流のレジームの変遷は、テイラー・ブラウドマンの定理が理想的に成り立つ

regular vortex regime、渦が主体だが時間変動が大きくなっていく geostrophic turbulence regime、そして fully developed thermal turbulence へ、となる。系の熱輸送量について、レイリー数を固定しテイラー数を小さくしていくと、regular vortex から geostrophic turbulence のレジームにかけて最大をとることが知られている [5]。ここではアスペクト比が 5 という水平スケールの大きい容器内で、渦の大きさがテイラー数にどのように依存し、なぜ熱輸送量が大きくなるのかを調べた。

3 つ目は、外核を模した回転球殻間での導電性流体の対流系であり、磁気レイノルズ数が十分に大きくなり、地球のようなダイナモ作用を起こすことを主眼とする。計算コードは球面調和関数展開に基づくスペクトル変換法を用いている [6]。こちらではプラントル数は 1 近辺とし、磁気プラントル数について 50 から 0.5 という幅広い範囲を系統的に調べた。

3. 結果

3.1 磁気対流シミュレーション

我々はこのシミュレーションで、液体金属を用いた対流実験による流速場の計測と整合的な結果を得た。図 1-3 ではレイリー数を固定してチャンドラセカル数を下げていく（印加している水平磁場を弱くしていくことに対応する）場合において、対流場の 2 次元性が崩れていく状況を示している。このシミュレーションでは実験を模

擬することを目的としており、上下面・側面ともに速度は固着条件である。図 1-3 の (a) では速度勾配テンソルの第二不変量である Q_{3D} と呼ばれる量の等値面によって、ある瞬間での流れ場の構造を表示している。 Q_{3D} はロール構造や渦構造の把握に適した表示法である。図 1-3 の (b) では (a) と同じ瞬間について、高さ 1/2 の水平面上での磁場方向の流速成分をカラーで表示している。赤が奥向きの流れ、青が手前向きの流れである。強磁場の下では図 1(a) にあるように、流れ場は印加磁場に規定されて磁場方向に軸を持つロール状の構造をとる。ロールの数は 5 であり、個々のロールは縦横で同じスケール、つまりほぼ正方形である。また、隣り合うロール同士の収束域にあたる上面または下面の近くには 2 次的な渦構造が小さいながら手前から奥まで連続しているのが見て取れる。小さい渦構造は左右の壁際にも存在する。このように 2 次元性の強い構造であるが完全な 2 次元ロールではなく、図 1(b) に示すように磁場の方向にも流れが存在する。その流速はロールの循環の典型的な流速に対して 1/5 程度であり、無視することのできない大きさを持っている。ロールとの位置関係を見ると分かるようにその向きは、ロールの内部で手前と奥の壁から離れる方向、ロールとロールとの間で壁に向かう方向である。強磁場下でのこのような流速場の特徴は室内実験でも確認されている。これは側面の固着壁が存在するために生み出されたロールの中心に向かうエクマン収束、そして容器中央に向かうエクマンパンピングとその反流、として解釈できる。このように強磁場下で見られる対流は形態こそロール状であるが、臨界レイリー数の直上で見られる対流ロールとは性質が異なる。対流流速から見積もられるレイノルズ数は 1 千を超えていて、そのために壁際に薄いエクマン層が形成され、エクマンパンピングが顕著に現れると考えられる。また、手前と奥の壁付近には水平磁場によって形成される薄いハルトマン層も存在する。図 1-3 の対流では磁場強度から見積もられるハルトマン層の厚みがエクマン層よりも薄い、もしくは同程度の厚みという状況である。

図 2 では磁場強度を少し下げた状況を示す。ロールの 2 次元性が崩れてきており、(a) に示す Q_{3D} の面には凹凸が見られる。ロール上のこの凹凸はエクマンパンピングの反流によって、容器の中央付近から手前および奥の壁の方向に移動していく。また、ロール間および容器の隅にある 2 次的な渦構造は連続的ではなく千切れている。(b) に示す磁場方向の流速は、図 1 の分布の特徴を引き継いでいるが波打つようになっている。また、磁場方向の流速がゼロになる地点は手前と奥との間をゆっくりと振動するようになる。

図 3 ではさらに磁場強度を下げた状況を示す。5 ロールの構造は依然として存在するが、3 次元化が進んで複雑性を増している。(a) に見られるように、ロール間および壁際にあった 2 次的な渦がメインのロールに引き込まれてその周囲に巻き付いた構造となっている。(b) ではそれらの渦の断面に対応する細かい流速分布が見られる。時間変化で見ると、この構造は手前と奥の壁に向かって移流

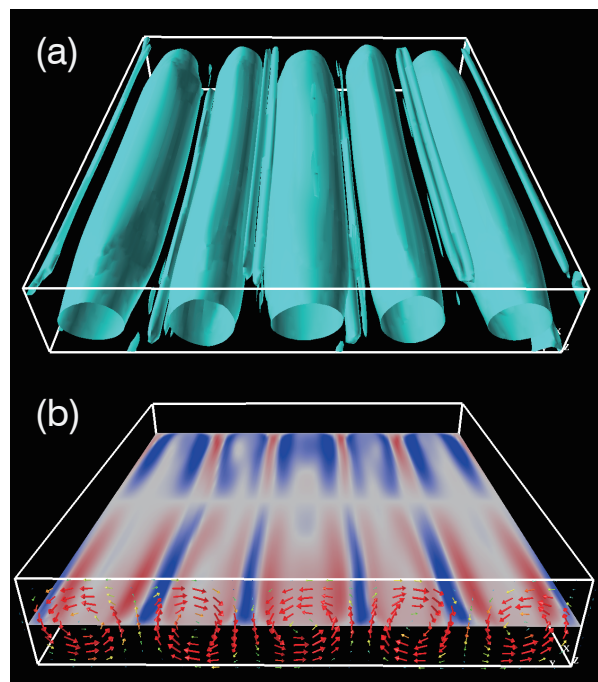


図 1 アスペクト比 5 の正方形容器で、手前から奥へ水平な一様磁場を印加した磁気対流。ほぼ定常な 5 ロール構造をとっている。(a) 流れ場から求める Q_{3D} の等値面。メインのロールに加えて、その間の収束域に 2 次的な渦が存在する。(b) 高さが 1/2 の水平面における流速の磁場方向の成分。赤は手前向き、青は奥向きの速度を表す。ロール内部で容器の中央への流れ、ロール間で壁への流れが見られる。矢印は手前の壁近くでの流れを示す。レイリー数は 3×10^4 、チャンドラセカル数は 6×10^3 。

していくのが分かる。室内実験によってもこの移流する2次渦と思われる時空間変化を検知することができている。

以上の変化をまとめると、2次元性の強いロール構造においても側壁の存在のためにエクマンポンピングによって磁場方向の流れが存在し、それは磁場を弱めた場合には2次的な渦の壁方向への移流を引き起こす、ということが明らかになった。

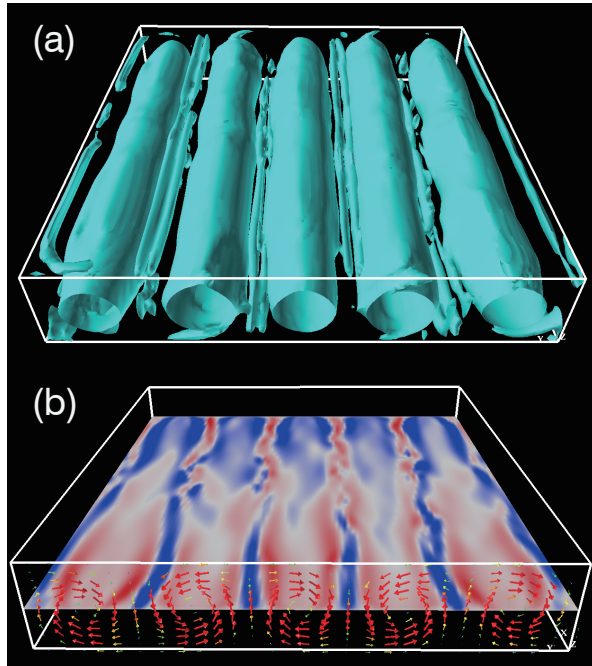


図2 図1の表示と同様だが、レイリー数は 3×10^4 、チャンドラセカル数は 3×10^3 の場合。5ロールではあるが、3次元性が出てくる。

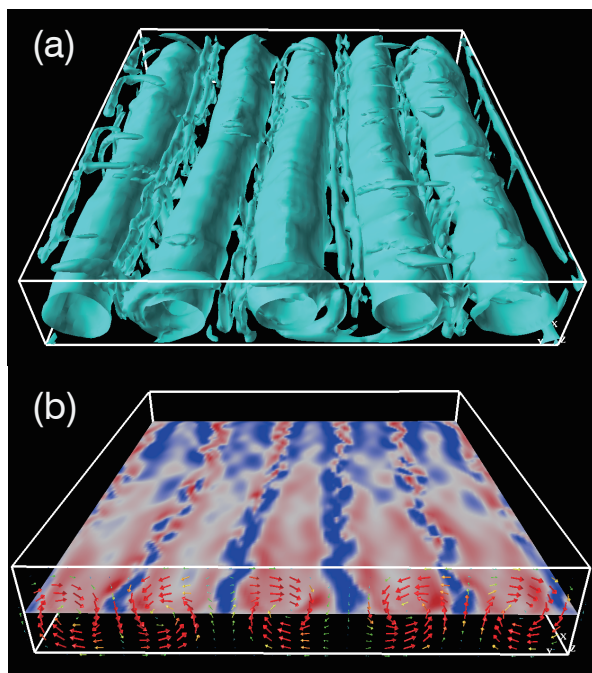


図3 図1の表示と同様だが、レイリー数は 3×10^4 、チャンドラセカル数は 2×10^3 の場合。5ロール構造は保っているが、3次元性が大きくなっている。2次的な渦はメインのロールに巻きつきつつ壁の方向に移流していく。

3.2 回転対流シミュレーション

レイリー数を固定し、テイラー数を大きいほうから小さくしていくことで、regular vortex regime から geostrophic turbulence regime にかけての渦の挙動の違いを詳細に調べた。まずは同じ形状の容器での水による対流実験と定量的に比較して、渦の回転速度や特徴的な波長が再現できていることを確かめた。図4では対流の構造を低温と高温の等温面で示す。この2例はともに geostrophic turbulence regime にあるが、(a) は regular vortex regime が出現する領域に近いパラメータのものである。テイラー数による対流構造の違いが顕著に見られる。テイラー数が大きい(a)のほうが渦の水平スケールが小さくその数は多いことがわかる。また、鉛直に立った渦の構造となっている。(b)では渦の鉛直性は減少し、パターンは時間的な変動が大きい。鉛直流速には回転の効果による個々の渦でのエクマンポンピングが寄与している。この両者で系全体としての熱輸送量を比較すると(a)のほうが大きいのだが、鉛直方向の流速は最大値・平均値とも(b)のほうが大きい。これらの結果から、熱輸送量の増大には回転によって乱流的な変動が抑えられ、形状の整った多数の渦となることが大きな役割を果たすことが分かった。

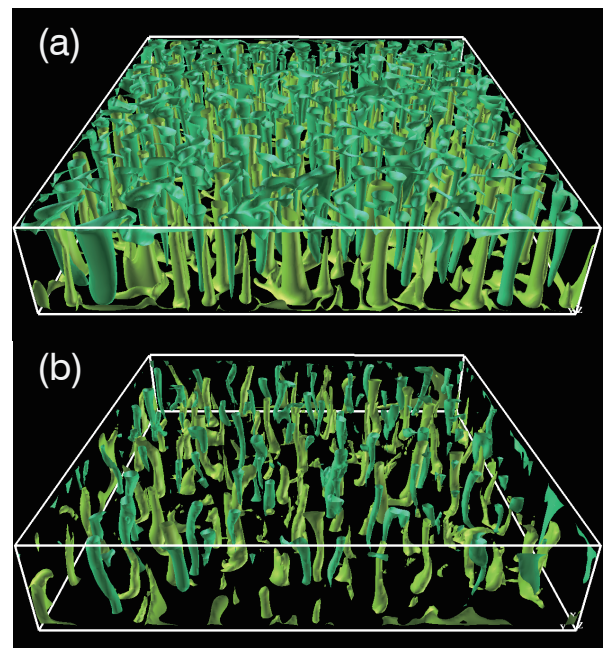


図4 アスペクト比5の正方形容器内での回転系での対流を低温と高温の等温面で表示。レイリー数はどちらも 1×10^7 で、テイラー数は(a)が 1×10^8 、(b)が 6×10^6 。テイラー数が大きいほど渦同士の間隔は狭い。

3.3 ダイナモシミュレーション

地球と同じ比率の内核をもつ回転球殻について電磁流体の計算を実行した。調査したテイラー数は 10^4 から 10^{10} の範囲で、レイリー数は各テイラー数での臨界レイリー数から1桁程度大きいところまでである。磁気プラントル数が大きいほど小さいテイラー数で自励ダイナモとなる。回転のために図5に見られるような回転軸方向に伸びた渦構造ができていく。テイラー数を固定してレイリー

数を大きくしていくと、あるところでダイナモ作用が始まり、安定した双極子磁場が作られるようになる。さらにレイリー数を上げると流れ場の変動が大きくなり、双極子磁場は安定しなくなる。この途中で磁極の反転が繰り返して起こるパラメータ領域がある。また、テイラー数を大きくすると3.2と同様に個々の渦のサイズは小さくなる。この系においても全二者と同様に、渦に伴ってマントルとの境界から赤道面に向かうエクマンポンピングによる流れが見られる。

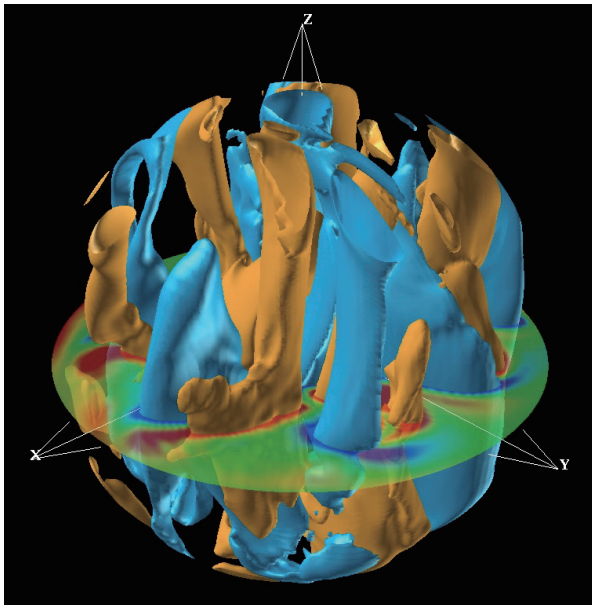


図5 ダイナモ作用を起こしている回転球殻内での対流について、渦度の回転軸方向成分の等値面（正と負）で表示。回転軸 z の方向に伸びた渦構造があり、それによって双極子磁場が作られている。これは流れ場の変動があり、不規則に磁極の反転を起こす例である。

4. まとめ

磁場と回転はどちらも対流場の2次元性を強めてその方向に対流ロールの軸を規定する働きを持つ。一方で固着壁の存在によりエクマン収束・エクマンポンピングが生じ、ロール軸の方向にも流れができる。ここで扱った3つの系ではいずれも、軸方向の流れが流れ場全体の変動に重要な役割を果たしている。

文献

- [1] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, "Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 88, 063020, 2013.
- [2] Y. Tasaka, K. Igaki, T. Yanagisawa, T. Vogt, T. Zuerner, and S. Eckert, "Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 93, 043109, 2016.
- [3] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, "Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations," *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.
- [4] P. Vorobieff and R. Ecke, "Turbulent rotating convection: an experimental study," *J. Fluid Mech.*, 458, 191-218, 2002.
- [5] R. Stevens, H. Clercx, and D. Lohse, "Heat transport and flow structure in rotating Rayleigh-Bénard convection," *Euro. J. Mech. B/Fluids*, 40, 41-49, 2013.
- [6] A. Sakuraba and P. H. Roberts, "Generation of a strong magnetic field using uniform heat flux at the surface of the core," *Nature Geosci.*, 2, 802-805, 2009.

Numerical Simulations of Magneto-convection in an Enclosed Vessel

Project Representative

Takatoshi Yanagisawa Department of Deep Earth Structure and Dynamics Research, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Author

Takatoshi Yanagisawa Department of Deep Earth Structure and Dynamics Research, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Geomagnetic field is maintained by the convective motion of liquid iron in the outer core of the Earth. To grasp the mechanism of geodynamo, it is important to understand flows of liquid metal under the effect of magnetic field. We simulated Rayleigh-Bénard convection of an electrically conductive low-viscosity fluid under an imposed uniform magnetic field. We can compare the result with laboratory experiments. With an intense horizontal magnetic field, the convective motion takes a form of 2-dimensional roll whose axis is in the direction of the magnetic field. We identified an existence of weak flow in this direction and made clear that it is induced by the Ekman pumping.

Keywords: geomagnetic field, geodynamo, magneto-convection, Ekman pumping

1. Introduction

The relation between organized flow structure and turbulence is a key for considering flows seen in geodynamo simulations. We focus on a collapsing of well-organized flow structure with generation of small fluctuations. Our target is thermal convection in a layer driven by a vertical temperature gradient, that is, Rayleigh-Bénard convection. Behaviors of thermal convection strongly depend on the Prandtl number (Pr) of the working fluid, and low Pr fluids such as liquid metals tend to be turbulent just after the onset of convection because of their low viscosity. On the other hand, liquid metals are electrically conductive, and applying magnetic field to the system can control the transition to turbulence. Controlling non-dimensional parameters in a Rayleigh-Bénard convection under an imposed uniform magnetic field are the Rayleigh number (Ra) and the Chandrasekhar number (Q). A regime diagram of convection behavior on Ra - Q plane has been established in laboratory experiments [1,2]. When Ra/Q is small, 2-dimensional rolls remain steady. In contrast to this situation, turbulence is dominant for cases with large Ra/Q . For a decreasing path of Q at a fixed Ra , an initially stable 2-dimensional convection rolls becomes unstable. Here we study the detailed structure of steady roll and the style of fluctuation emerged in reducing Q .

2. Result

We performed numerical simulations for the same setting as laboratory experiments [1,2], with a horizontal magnetic field imposed on the vessel enclosed by no-slip velocity boundaries. A set of magnetohydrodynamic equations are solved by a finite difference method with a uniform grid interval. We used

realistic low value of the Prandtl number for liquid metals. See [3] for more details of the simulation and evaluation of the code.

To show characteristic structures in flows, we used Q_{3D} criterion that is calculated by the second invariant of the velocity gradient tensor. The criterion is adequate for identifying roll and vortex structures. Figure 1(a) shows iso-surfaces of $Q_{3D}=0$

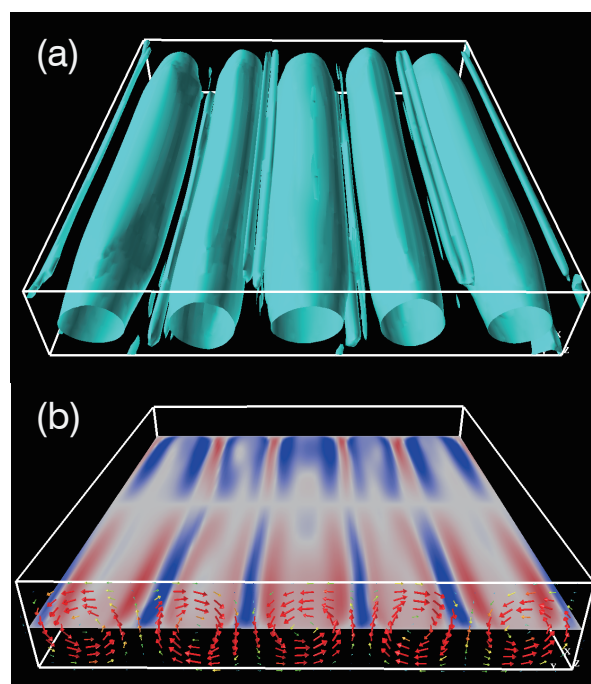


Fig. 1 Steady five-roll structure under a horizontal magnetic field. A uniform magnetic field is applied from front to back. $Ra=3 \times 10^4$ and $Q=6 \times 10^3$. (a) Iso-surfaces of $Q_{3D}=0$. (b) Component of flow in the direction of the magnetic field; red: flow toward back wall, blue: toward front wall.

for a case with steady five convection rolls. It indicates nearly 2-dimensional structure. One more interesting feature in this figure is the existence of secondary vortices. Pairs of smaller vortices are located at convergence regions between main rolls, and aligned to the direction of the magnetic field as well. Singular vortices can be found in the corner region of the vessel. These smaller elongated vortices play an important role in a destabilization of flow. Figure 1(b) shows the component of flow velocity in the direction of the magnetic field on a horizontal plane. The red (blue) color indicates flow toward the back (front) wall. A typical magnitude of this component of velocity is about 1/5 of the circulation velocity of the main roll. The reason for generating such a flow with complicated distribution is the Ekman pumping that takes place in the boundary layer where the convections rolls end at the front and back walls of the vessel. In the Ekman layers, fluid is pumped towards the rotational axis of the convection rolls. The fluid then leaves the boundary layer in the interior of the convection roll and creates an elongated recirculation. The flow with Ekman pumping is dominantly observed in this case because of the large flow velocity of the roll convection, that is maintained under a strong horizontal magnetic field. The Reynolds number estimated by the circulation velocity of rolls is over one thousand.

Figure 2 shows a snapshot of convection in a situation with reduced magnetic field. This figure shows a destabilization of the steady convection; undulations on the iso-surface are propagating slowly from the center of the vessel toward the sidewalls. Smaller vortices are pulled into the space between main rolls. The complicated roll structure in Fig. 2(a) with winding vortices are formed in this way. These vortices are advecting toward the sidewalls with the recirculation induced

by the Ekman pumping. Figure 2(b) shows very complicated distribution of flow, but the fundamental structure is maintained by the Ekman pumping as in Fig. 1(b). Small blobs of the velocity distribution correspond to the cross section of secondary vortices winding around the main rolls.

3. Summary

We successfully simulated interesting features of convection observed by laboratory experiments under a strong magnetic field. It never become a perfectly 2-dimensional structure but recirculations induced by the Ekman pumping are accompanied due to the existence of sidewalls.

References

- [1] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, "Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 88, 063020, 2013.
- [2] Y. Tasaka, K. Igaki, T. Yanagisawa, T. Vogt, T. Zuerner, and S. Eckert, "Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 93, 043109, 2016.
- [3] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, "Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations," *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.

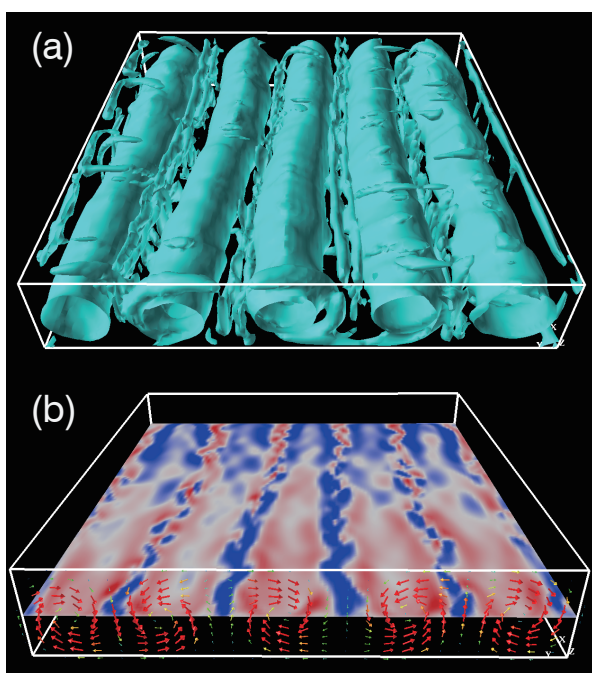


Fig. 2 Five-roll structure with advecting secondary vortices. $Ra=3 \times 10^4$ and $Q=2 \times 10^3$.