

塩分成層乱流における塩分攪乱の間欠的分布

課題責任者

花崎 秀史 京都大学 大学院工学研究科

著者

沖野 真也 京都大学 大学院工学研究科

海洋中では熱や塩分の分布によって、時間平均的には下方ほど密度の大きい密度成層がしばしば形成される。高プラントル数のスカラーは、その拡散が遅いため、速度場よりもはるかに細かい構造を有するが [1]、 $Pr=O(10^3)$ のスカラーによって形成される密度成層乱流について、その最小スケールまで解像する直接数値計算はこれまでおこなわれてこなかった。そこで本研究では、塩分成層流体 ($Pr=700$) 中の減衰乱流を直接数値計算によって解析し、塩分攪乱の振舞いや流れに及ぼす影響を明らかにすることを目的とする。

減衰初期においては、塩分攪乱は空間的に一様に分布し、ポテンシャルエネルギースペクトルは散逸移流領域ではバッチェラーの k^{-1} 則に従う。しかし、時刻が経過し、浮力の影響が速度場の最小スケールにまで及ぶと、塩分攪乱が間欠的に分布する様子が見られた。エネルギースペクトルの収支を評価することで、コルモゴロフ波数とオズミドフ波数の中間程度の波数域において鉛直塩分フラックスが常に負の値をとるために、ポテンシャルエネルギーから運動エネルギーへの一方的な変換が起こっていることが分かった。これは、その波数域に対応するスケールの流体要素が、浮力と粘性の効果を強く受けて、平衡位置へと単調に戻ることで、塩分攪乱が消滅する過程に相当する。

キーワード：成層流体, 乱流, 高プラントル数, エネルギースペクトル, 直接数値計算

1. 緒言

大気や海洋は、時間平均的には下方ほど密度の大きい密度成層を形成している。海洋における深層循環は海水の密度差によって駆動されるが、海水の密度は温度と塩分によって決定される。特に、塩分の拡散係数は非常に小さく、拡散係数 κ^* に対する流体の動粘性係数 ν^* の比であるプラントル数は非常に大きな値をとる ($Pr=\nu^*/\kappa^*=700$)。そのために、塩分攪乱の減衰は緩やかであり、速度場の最小スケールよりも十分に小さな構造を解像する必要が生じる。

流れに影響を及ぼすことなく、受動的に運動する“パッシブスカラー”の等方乱流中でのスペクトルに関する研究として Batchelor [1] が挙げられる。そこでは、 $Pr \gg 1$ のスカラーは速度場の最小スケールに相当するコルモゴロフ波数 k_k^* よりも大きな波数 ($k_b^*=Pr^{1/2} k_k^*$) において散逸し、散逸移流領域 ($k_k^* < k < k_b^*$) において、スカラースペクトルは波数 k^* の -1 乗に比例することが理論的に示された。後に、実験 [2] や数値計算 [3] によりバッチェラーの理論が成り立つことは確認された。

一方、密度成層乱流、すなわち熱や塩分のように浮力を介して流れに影響を及ぼす“アクティブスカラー”が鉛直方向に平均勾配をもつ流体中の乱流について、これまで数多くの研究がなされてきた (e.g. [4,5]) が、その多くの場合、 $Pr=1$ が対象であり、実用上重要な対象である、水中における塩分のプラントル数 ($Pr=700$) とは大きな乖離がある。本研究では、塩分成層流体中の減衰乱流を大規模直接数値計算によって解析し、塩分攪乱の振舞いや流れに及ぼす影響を明らかにする。

2. 対象とする系と数値計算法

周期境界を有する立方体領域中の塩分成層流体を取り扱う。本研究では、減衰乱流、すなわち初期攪乱の時間発展を計算の対象とした。初期速度場として等方的な攪乱を与え、初期密度場は攪乱がないものとした。

系を支配する方程式は、連続の式、ブジネスク近似を施したナビエ・ストークス方程式と塩分攪乱の輸送方程式である。フーリエ・スペクトル法によって支配方程式の直接数値計算を実施した。非線形項の評価の際に生じるエイリアス誤差は 3/2 則によって除去した。また、時間積分は 4 次精度のルンゲ・クッタ法により実行した。計算に用いる格子点数は初期には 4096^3 点とし、時間の経過につれて高波数成分が減衰するため、 $t=6$ 以降は格子点数を 2048^3 点に減らして計算を続けた。

本研究では、初期レイノルズ数と初期フルード数をそれぞれ $Re_0=U_0^* L_0^*/\nu^*=50$ 、 $Fr_0=U_0^*/(N^* L_0^*)=1$ として計算を実施した。ただし、 U_0^* は初期 rms 速度、 L_0^* は初期攪乱の積分長、 N^* はプラント・バイサラ振動数であり、 N^* は平均塩分勾配 $d\bar{S}^*/dz^*$ から決定される。以下では、アスタリスクなしの物理量は長さスケール L_0^* 、速度スケール U_0^* 、塩分スケール $-L_0^* d\bar{S}^*/dz^*$ によって無次元化されているものとする。

3. 計算結果

図 1 にポテンシャルエネルギー $S^2/(2Fr_0^2)$ の空間分布を示す。減衰初期 ($t=4$) では、オズミドフスケール (~ 0.13) はコルモゴロフスケール (~ 0.05) よりも大きく、コルモゴロフスケールにおける塩分攪乱は浮力の影響を受け

ていない。このとき、赤色の等値面で示されたポテンシャルエネルギーの大きい領域（すなわち、塩分攪乱の絶対値が大きい領域）はオズミドフスケールよりも若干小さく、概ね等方的に分布している（図 1a）。時間の経過につれて、オズミドフスケールは減少する一方、コルモゴロフスケールは増加する。これは浮力の効果が次第に小スケールにまで及ぶ一方、より大きなスケールの運動が粘性により散逸することを意味する。やがて、オズミドフスケールはコルモゴロフスケールを下回り、浮力の効果が速度場の最小スケールにまで及ぶことになる。図 1(b) に示す減衰後期 ($t=24$) においては、ポテンシャルエネルギーの分布には鉛直方向に薄く、水平方向に平たく伸びた構造（いわゆるパンケーキ構造）が現れている。ここで注目すべきは、レイノルズ数が小さいにもかかわらず、ポテンシャルエネルギーの分布が間欠的であることである。すなわち、細い筋状の、高ポテンシャルエネルギーの領域が集合することで、孤立したパッチが形成されている様子が見られる。

図 2 にポテンシャルエネルギースペクトルの時間変化を示す。ただし、散逸移流領域における k^1 則を見やすくするために、縦軸に k を掛けている。初期 ($t \leq 4$) には、 $E_p \propto k^{-1}$ を示す平坦な領域が一桁以上の波数の範囲にわたって確認できる。これは、散逸移流領域におけるバチエラーの理論 [1] と一致しており、コルモゴロフスケールにおいて浮力効果が顕著ではない時刻において、高プラントル数のアクティブスカラーはパッシブスカラーと同様に振舞うことを示唆している。しかしながら、時刻が経過するにつれ、浮力効果が流体運動の最小スケールにまで及ぶと ($t > 7$)、ポテンシャルエネルギースペクトルの形は次第に変化する。すなわち、 $k \sim 10$ の波数において、ポテンシャルエネルギーが他の波数領域よりも速く減少し、 $k \sim 1$ と $k \sim 40$ 付近に二つの極大値が現れる。前者は、図 1(b) で見られた大きなパッチに相当する一方、後者はパッチを構成する小スケールの構造に対応している。

特定の波数においてポテンシャルエネルギーが急速に

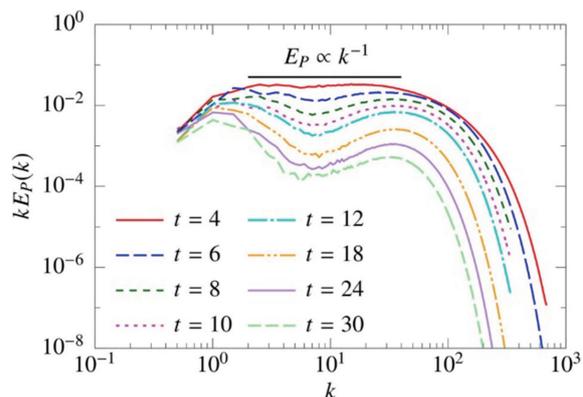


図 2 ポテンシャルエネルギースペクトルの時間変化。ただし、縦軸に k を掛けておくことで、散逸移流領域における k^1 則を見やすくしている。

減少する原因を特定するため、次のポテンシャルエネルギースペクトルの収支式を考える。

$$\frac{\partial E_p(k, t)}{\partial t} = -D_p(k, t) + C_{sw}(k, t) + T_p(k, t) \quad (1)$$

ここで、 D_p はポテンシャルエネルギー散逸スペクトル、 C_{sw} は鉛直塩分フラックススペクトル、 T_p はポテンシャルエネルギー輸送スペクトルである。時刻 $t=24$ における式 (1) の右辺各項を図 3(a) に示す。ポテンシャルエネルギーの減少が顕著であった $k \sim 10$ 付近において、鉛直塩分フラックス C_{sw} が他の二項に比べ特に大きな負の値をとる（いわゆる逆勾配拡散）ことが分かる。 $t=24$ に限らず、他の時刻においても $k_k < k < k_0$ の波数域では鉛直塩分フラックスは常に負の値をとっていた。これはポテンシャルエネルギーが鉛直塩分フラックスを通じて運動エネルギーへと一方的に変換されることを意味する。その結果、図 2 に示したような高ポテンシャルエネルギー領域の二極化が生じたと結論できる。

同様に、運動エネルギースペクトルの収支も以下の式で記述される。

$$\frac{\partial E_K(k, t)}{\partial t} = -D_K(k, t) - C_{sw}(k, t) + T_K(k, t) \quad (2)$$

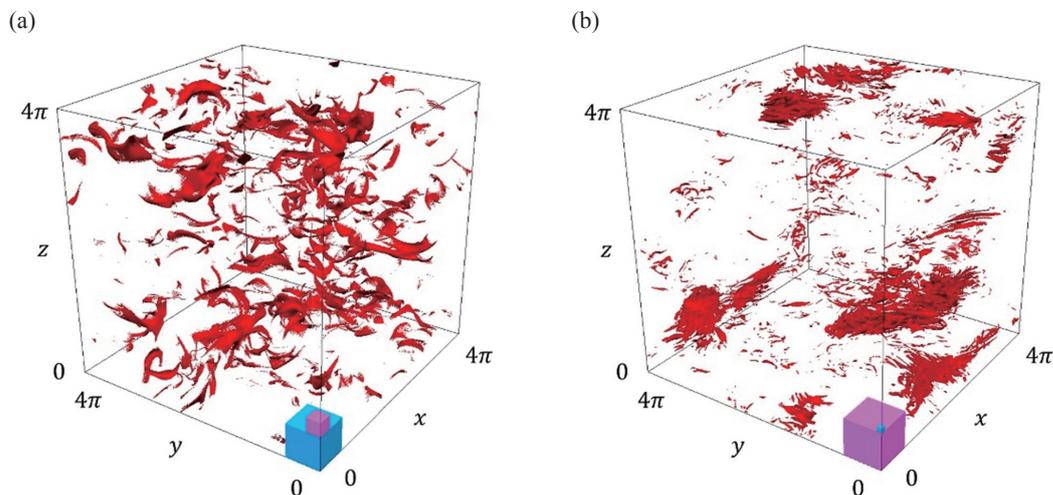


図 1 ポテンシャルエネルギー $S^2/(2Fr_0^2)$ の空間分布。(a) $t=4$ 、(b) $t=24$ 。赤色は各図における最大値の 25% の等値面を示す。青とピンクの立方体の一辺はそれぞれオズミドフスケール ($L_o^* = (\epsilon^*/N^3)^{1/2}$) とコルモゴロフスケール ($L_K^* = (v^{*3}/\epsilon^*)^{1/4}$) を示す。ただし、 ϵ^* は運動エネルギー散逸率である。

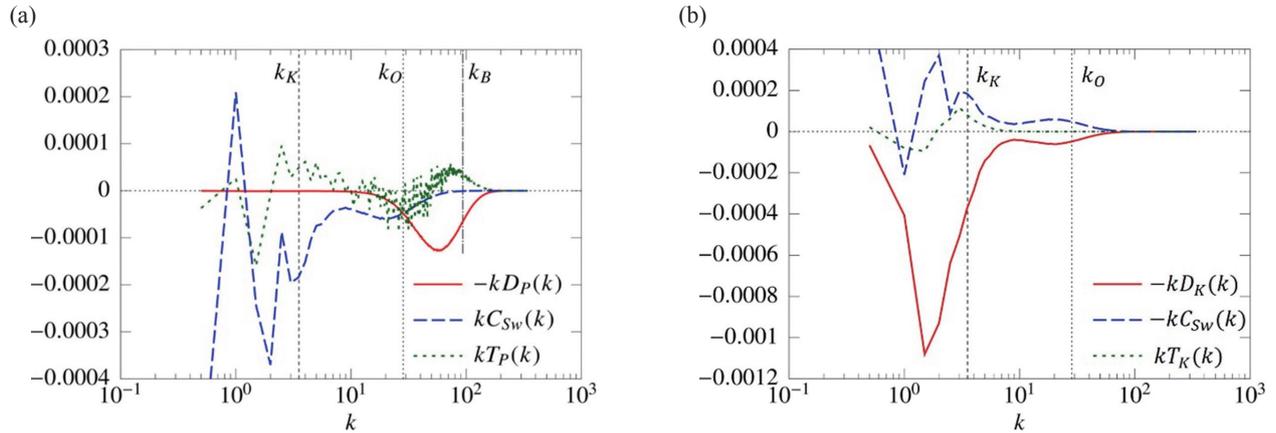


図3 時刻 $t=24$ における (a) ポテンシャルエネルギースペクトルの収支。(b) 運動エネルギースペクトルの収支。なお、鉛直破線によって、コルモゴロフ波数 (k_K)、オズミドフ波数 (k_O)、バッチェラー波数 (k_B) を示している。

ここで、 D_K は運動エネルギー散逸スペクトル、 T_K は運動エネルギー輸送スペクトルである。式 (1) と (2) の和をとると右辺の鉛直塩分フラックスがキャンセルすることからも分かるように、鉛直塩分フラックスはエネルギーの交換を担っているだけで、全力学エネルギーの時間変化には寄与しない。時刻 $t=24$ における式 (2) の右辺各項を図 3 (b) に示す。 $k > k_K$ において、エネルギーは概ね鉛直塩分フラックスを介してのみ供給され、 $|D_K| \sim |C_{Sw}|$ であることから、すぐさま粘性により運動エネルギーが散逸することが分かる。

以上は、エネルギー収支の観点から見た塩分攪乱の局在化メカニズムの説明であったが、実際の現象としては次のように説明づけられるであろう。 $k_K < k < k_O$ のスケールにある流体要素は浮力の影響を受け、もとの平衡位置にまで戻ろうとする。しかしながら、粘性の影響が強いため、流体要素の運動は振動的ではなく、減速しながら平衡位置へと単調に近づいていくだけである。この過程がポテンシャルエネルギーから運動エネルギーへの一方向的な変換と、同時に起こる運動エネルギーの散逸に相当する。その結果、 $k_K < k < k_O$ のスケールにある流体要素がもつポテンシャルエネルギーは急速に減少し、大きなパッチ ($k < k_K$) とそこに含まれる微細構造 ($k < k_O$) という二つの異なる長さスケールの塩分攪乱が明瞭に可視化されたといえる。

4. 結言

塩分 ($Pr=700$) によって形成される密度成層乱流の直接数値計算を実施し、減衰後期において塩分攪乱の間欠的な分布を発見した。

減衰初期においては、塩分攪乱は空間的に一様に分布し、ポテンシャルエネルギースペクトルは散逸移流領域ではバッチェラーの k^{-1} 則に従う。しかし、時刻が経過し、浮力の影響が速度場の最小スケールにまで及ぶと、塩分攪乱が間欠的に分布する様子が見られた。これは、 $k \sim 10$ の波数におけるポテンシャルエネルギーが他の波数領域よりも速く減少した結果、低波数領域 ($k \sim 1$) と高波数領域 ($k \sim 40$) 付近に二つのポテンシャルエネルギー保有のピークが現れたためである。前者が間欠的な分布のパッ

チに相当する一方、後者はパッチに含まれる微細構造に対応する。 $k \sim 10$ の波数におけるポテンシャルエネルギーの急速な減少は、 $k_K < k < k_O$ において鉛直塩分フラックスが常に負の値をとることによって、ポテンシャルエネルギーが運動エネルギーへと一方向的に変換されるために生じる。これは実現象としては、コルモゴロフスケールより小さく、オズミドフスケールよりも大きいスケールの流体要素が浮力と粘性の効果を強く受けて、平衡位置へと単調に戻ることで、塩分攪乱が消滅する過程に相当する。

謝辞

本研究成果は平成 29 年度地球シミュレータ公募課題により、海洋研究開発機構の地球シミュレータを利用して得られたものである。

文献

- [1] G. K. Batchelor, “Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid”, J. Fluid Mech. 5, pp.113-133, 1959.
- [2] C. H. Gibson, and W. H. Schwarz, “The universal equilibrium spectra of turbulent velocity and scalar fields”, J. Fluid Mech. 16, pp.365-384, 1963.
- [3] P. K. Yeung, D. A. Donzis, and K. R. Sreenivasan, “Simulations of three-dimensional turbulent mixing for Schmidt numbers of the order 1000”, Flow, Turbul. Combust. 72, pp.333-347, 2004.
- [4] J. J. Riley, R. W. Metcalfe, and M. A. Weissman, “Direct numerical simulations of homogeneous turbulence in density-stratified fluids”, Proc. AIP Conf. on Nonlinear Properties of Internal Waves (ed. Bruce J. West), pp.79-112, 1981.
- [5] O. Métais, and J. R. Herring, “Numerical simulations of freely evolving turbulence in stably stratified fluid”, J. Fluid Mech. 202, pp.117-148, 1989.

Intermittent Distribution of Salinity Perturbations in Salt-Stratified Turbulence

Project Representative

Hideshi Hanazaki Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

Author

Shinya Okino Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

Turbulence in a salt-stratified fluid ($Pr=700$) is investigated by means of a direct numerical simulation which does not invoke a turbulence model. We have found that the salinity perturbation shows a spatially intermittent pattern after the buoyancy effect comes into play even at the smallest scale of the fluid motion. Examination of the potential energy spectrum and its budget reveals that the intermittent pattern is generated by the persistent counter-gradient vertical salinity flux, which converts the potential energy at a particular wavenumber range into the kinetic energy and makes the potential energy decrease significantly.

Keywords: Stratified Fluid, Turbulence, High Prandtl Number, Energy Spectrum, Direct Numerical Simulation

1. Introduction

The atmosphere and the ocean, when temporary averaged, are the density stratified fluids with larger density at lower altitude. The circulation in the deep ocean is driven by the density difference of seawater, whose density is determined by salinity and temperature. The salinity, in particular, has a very small diffusion coefficient, so that the Prandtl number Pr , which is the ratio of the kinematic viscosity of fluid ν^* to the diffusion coefficient κ^* , is very large ($Pr=\nu^*/\kappa^*=700$). Thus, the salinity perturbations decay slowly, and we need to resolve a structure much smaller than the smallest-size eddies in the flow.

The convection of a passive scalar in isotropic turbulence was investigated in a seminal paper by Batchelor [1], which predicted that the high- $Pr(\gg 1)$ scalar dissipates at the wavenumber of $k_B^*=Pr^{1/2} k_K^*$ (k_K^* : the Kolmogorov wavenumber), and the scalar variance spectrum is proportional to k^{-1} in the viscous-convective subrange ($k_K^* < k < k_B^*$). These results have been confirmed later by experiments [2] and numerical simulations [3]. On the other hand, stratified turbulence has been investigated by a number of numerical simulations (e.g. [4,5]). Most of them, however, assume $Pr=1$, and the behaviour of the high- Pr stratifying scalar and its effect on the fluid motion have been largely unknown. In this study, we investigate the decaying turbulence in a salt-stratified fluid ($Pr=700$) to shed some light on these problems.

2. Direct numerical simulation

We consider a salt-stratified fluid in a cubic region with the periodic boundary condition. Decaying turbulence in the stratified fluid, i.e. the temporal evolution of an initially prescribed perturbation, is analyzed by direct numerical simulation. As the initial condition, an isotropic velocity

distribution is given, and the salinity perturbation is set to zero.

The system is governed by the continuity equation, the Navier-Stokes equation under the Boussinesq approximation and the transport equation of the salinity perturbation. The governing equations are solved by the Fourier spectral method. As a time-stepping algorithm, the 4th order Runge-Kutta method is adopted. We begin the computation with 4096^3 grid points, and reduce the grid points to 2048^3 to save the computational resource after the high-wavenumber components of the salinity perturbation decay ($t=6$).

The initial Reynolds number and the initial Froude number are fixed at $Re_0=U_0^* L_0^*/\nu^*=50$ and $Fr_0=U_0^*/(N^* L_0^*)=1$, respectively, where U_0^* is the initial rms velocity, L_0^* the initial integral scale and N^* the Brunt-Väisälä frequency determined by the mean salinity gradient $d\bar{S}^*/dz^*$. In this study, the variables without an asterisk represent the non-dimensional quantities scaled by the length scale L_0^* , the velocity scale U_0^* and the salinity scale $-L_0^* d\bar{S}^*/dz^*$.

3. Results

At an early time of $t=4$ (fig. 1a) when the Ozmidov scale (~ 0.13) is larger than the Kolmogorov scale (~ 0.05), the salinity perturbation below the Ozmidov scale is free from the buoyancy effects since the regions of high potential energy, visualised by the iso-surfaces with scales smaller than the Ozmidov scale, look isotropic. As time proceeds, the Ozmidov scale decreases while the Kolmogorov scale increases and the Ozmidov scale finally becomes smaller than the Kolmogorov scale. Then, even the smallest scale of fluid motion is affected by stratification. In this final period of decay (fig. 1b), the large-scale structure shows a typical "pancake" structure, but the small-scale structures show a spatially intermittent pattern, gathering together to form a larger isolated patch.

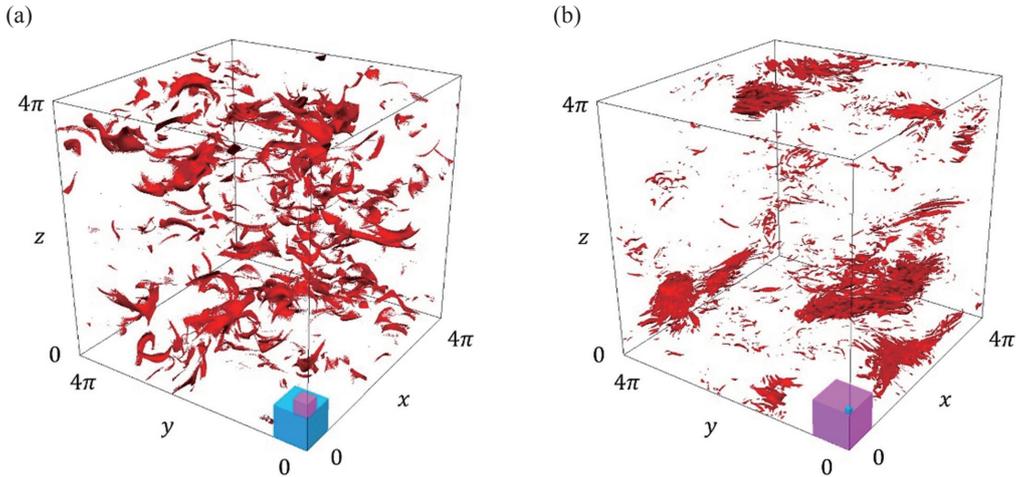


Fig. 1 Spatial distribution of the potential energy $S^2/(2Fr_0^2)$ at (a) $t=4$ and (b) $t=24$. Iso-surfaces of 25% of the maximum value in each figure are red-coloured. The sides of the blue and pink cube correspond to the Ozmidov scale ($L_O^*=(\epsilon^*/N^3)^{1/2}$) and the Kolmogorov scale ($L_K^*=(\nu^3/\epsilon^*)^{1/4}$), respectively, where ϵ^* is the kinetic energy dissipation rate.

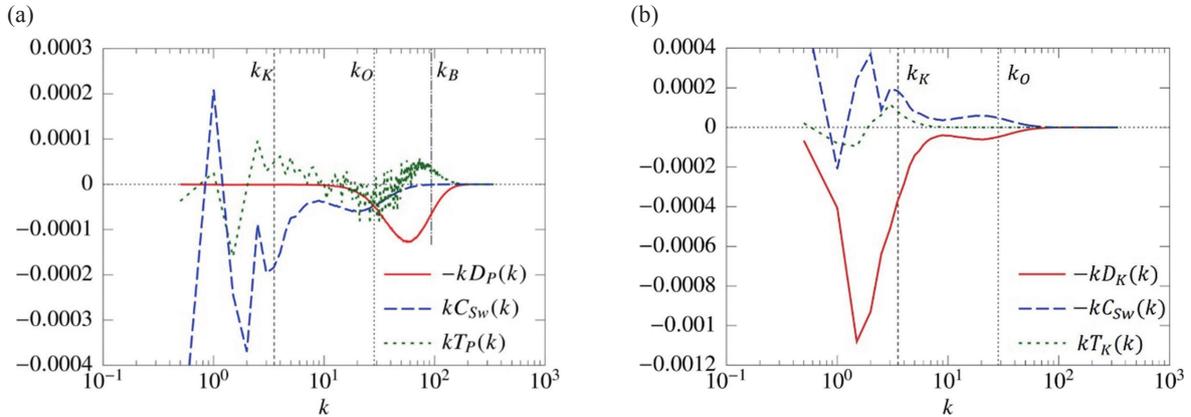


Fig. 2 (a) Temporal variation of the compensated potential energy spectrum. (b) The budget of the potential energy spectrum at $t=24$ (D_p : potential energy dissipation spectrum, C_{sw} : vertical salinity flux spectrum, T_p : potential energy transfer spectrum). The vertical lines show the Kolmogorov (k_K), the Ozmidov (k_O) and the Batchelor wavenumber (k_B).

Figure 2(a) shows the temporal variation of the compensated potential energy spectrum. Initially ($t \leq 4$), a plateau corresponding to $E_p \propto k^{-1}$ is observed, consistent with the Batchelor's prediction for the viscous-convective subrange [1]. This shows that the high- Pr active scalar behaves similarly to the high- Pr passive scalar, as far as the buoyancy effect is negligible. However, after the buoyancy becomes effective at the smallest scales of fluid motion ($t > 7$), the potential energy spectrum begins to take a different form. The potential energy components with the wavenumber of $k \sim 10$ decreases faster than the other components, making two local maxima at $k \sim 1$ and $k \sim 40$. The former corresponds to the scale of the large isolated patches observed in fig. 1(b), while the latter corresponds to the small-scale structures constituting each patch. The rapid decrease of the potential energy at $k \sim 10$ would be explained by the vertical salinity flux. The budget of the potential energy spectrum in the final period of decay (fig. 2b) shows that the persistent negative/counter-gradient vertical salinity flux is dominant in the range of $k_K < k < k_O$, and the potential energy is persistently converted to the kinetic energy.

References

- [1] G. K. Batchelor, "Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid", J. Fluid Mech. 5, pp.113-133, 1959.
- [2] C. H. Gibson, and W. H. Schwarz, "The universal equilibrium spectra of turbulent velocity and scalar fields", J. Fluid Mech. 16, pp.365-384, 1963.
- [3] P. K. Yeung, D. A. Donzis, and K. R. Sreenivasan, "Simulations of three-dimensional turbulent mixing for Schmidt numbers of the order 1000", Flow, Turbul. Combust. 72, pp.333-347, 2004.
- [4] J. J. Riley, R. W. Metcalfe, and M. A. Weissman, "Direct numerical simulations of homogeneous turbulence in density-stratified fluids", Proc. AIP Conf. on Nonlinear Properties of Internal Waves (ed. Bruce J. West), pp.79-112, 1981.
- [5] O. Métais, and J. R. Herring, "Numerical simulations of freely evolving turbulence in stably stratified fluid", J. Fluid Mech. 202, pp.117-148, 1989.

