

磁気対流および地球ダイナモに関する数値シミュレーション

課題責任者

柳澤 孝寿 海洋研究開発機構 地球深部ダイナミクス研究分野

著者

柳澤 孝寿 海洋研究開発機構 地球深部ダイナミクス研究分野

地磁気は外核において溶融鉄が対流することによるダイナモ作用で生成されている。我々はその生成のメカニズムと変動の特性についての理解を深めるため、回転する球殻での地球型ダイナモのシミュレーションを進めるとともに、磁場と流れ場の基礎的な関係の理解を目的として強い磁場の下での熱対流のシミュレーションをおこなった。上下の温度差が駆動するレイリー・ベナール対流が対象である。水平方向に磁場をかけた系ではその方向に軸を持つロール状の対流が実現する。これは2次元性の強い構造ではあるが、流速がゼロとなる壁の存在によりその近傍ではエクマン境界層およびハートマン境界層が形成される。そしてロール軸方向へのエクマンパンピングによる流れが存在する。2つの境界層厚さの大小関係は流れ場全体の振る舞いにも大きな影響を与えることが分かった。

キーワード：地磁気, 地球ダイナモ, 磁気対流, 境界層

1. はじめに

地球に磁場が存在することは人間や動物が方位を知ることに関与している。大気とともに地磁気は、太陽風や高エネルギーの宇宙線に対するバリアとなっており、地球環境を生命に適したものに保つ上での重要な要素である。過去の磁場は地質学的な記録から復元されてきた。それらが示すように地球の磁場は決して安定なものではなく、過去には磁場強度の大きな変動、そしてN極とS極という磁極の反転が何度も起こった。我々はさまざまな時空間スケールで起こる地磁気変動のメカニズムの解明を目的として、試料からの古地磁気の復元研究や対流の室内実験による研究と連携しつつ、シミュレーションによる研究に取り組んでいる。

地球の磁場は、溶融鉄を主成分とする外核での対流によるダイナモ作用で生成・維持されている。地球ダイナモを考察する際に重要な要素として、エネルギー源としての浮力による対流、高い電気伝導度を持つ流体、地球が自転する効果、マントルと内核に囲まれた球殻という形状、そして対流による流れ場と自己が生み出す磁場との相互作用、などが挙げられる。近年の地球ダイナモの数値シミュレーションはこれらの要素を組み込み、双極子的な磁場の生成メカニズム、磁気極性の反転の再現、外核内の対流の大規模パターンの予測等、大きな進歩を遂げてきている。しかし、計算機の限界から流体の粘性は実際の溶融鉄より高くせざるを得ない。そのため同じメカニズムが実際に外核の対流で働いているかは必ずしも明らかではない。また、シミュレーションで得られる流れ場は相当に複雑なものであり、何が本質的に重要なのか見極めにくくなっている。ここでは高解像度のダイナモシミュレーションと並行して、より単純な系として、一様磁場をかけた液体金属の対流系、すなわち磁気対流も扱う。これは室内実験で扱うことが可能な系であり、その研究自体が流体物理の上で重要であるだけでなく、

ダイナモシミュレーションの結果の解釈にも新たな知見を与えるものである。

2. 系の設定

本課題では上述の目的のために磁気レイノルズ数 R_m の小さい系と大きい系の双方について、いずれもブシネスク近似のモデルで扱い、特に流れ場の特徴に着目した。磁気レイノルズ数は、誘導される磁場とかけた磁場との強度の比を与えるものであり、大きければダイナモ作用が起こっている。

1つ目は磁気レイノルズ数の小さい系であり、磁場に対する流れ場の応答を調べる。磁場をかけた液体金属の対流実験 [1,2] に対応しており、アスペクト比が5の扁平な正方形容器内での、低プラントル数かつ良導電性の流体のレイリー・ベナール対流である。一様な水平方向の磁場を印加する。この系を特徴づけるパラメータは、浮力と粘性力の比であるレイリー数 Ra と、ローレンツ力と粘性力の比であるハートマン数 Ha (またはその二乗であるチャンドラセカール数 Q) である。粘性拡散と熱拡散の比であるプラントル数 Pr は典型的な液体金属の値である0.025、また粘性拡散と磁気拡散の比である磁気プラントル数 Pm はこの場合に液体金属を模擬するのに十分小さい0.0025を用いた。計算コードには有限差分法を用い、空間的には一様なグリッドを採用している [3]。

2つ目は磁気レイノルズ数が大きい系であり、外核を模した回転する球殻間での導電性流体の対流が起こす地球のようなダイナモ作用を調べる。計算資源との兼ね合いから、現実の溶融鉄より粘性が高いことに対応する、高いエクマン数 E かつ低いレイリー数を用いている。計算コードは球面調和関数展開に基づくスペクトル変換法に基づくものである [4]。ダイナモ作用を起こしやすいよう、プラントル数は1近辺とし、磁気プラントル数は10から0.5とした。

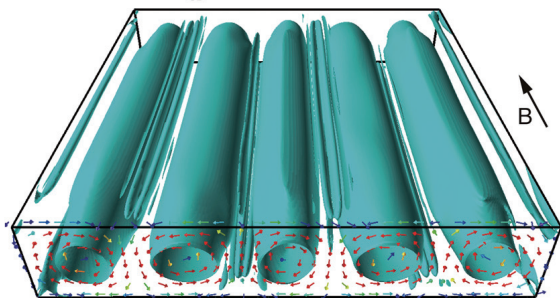
3. 結果

3.1 磁気対流のシミュレーション

これは良導性の流体に外部から強い磁場をかけた場合の流れ場の変形を調べるための研究である。磁場を横切る方向に導体の移動があると電流が発生し、ローレンツ力が生じるために流れ場はもとの状態から変化する。一方、磁気レイノルズ数は小さく、流れによって誘導される磁場はごく小さい状況を再現している。つまりダイナモ作用は働いていない。設定は図1に示すように、上下の温度差による浮力で駆動される固着壁に囲まれた系での熱対流に、水平方向の様な磁場を印加するというものである。これは実験室で実現できる系であり、我々は実験による結果と数値シミュレーションとを合わせて、対流場の興味深い振る舞いを明らかにすることに成功した [2]。

水平磁場が十分に強いと、水平方向に無限に広がった領域に対する理論 [5] が予測するように、磁場と平行に軸を持つ時間変化のない2次元ロール対流が実現する。しかし壁のある有限の領域では完全に2次元的な流れ場は実現しないことが明らかとなった。図1(a)では速度勾配テンソルの第二不変量である Q_{3D} の等値面によって、ある瞬間での流れ場の構造を表示している。 Q_{3D} はロール構造や渦構造の把握に適した表示法である。磁場方向に伸びたロール構造が見られる。これを詳しく調べると、壁面では速度ゼロの条件を満たすため、二種類の境界層が

(a) isosurfaces of $Q_{3D} = 0$



(b) u_x on the plane $z=1/4$

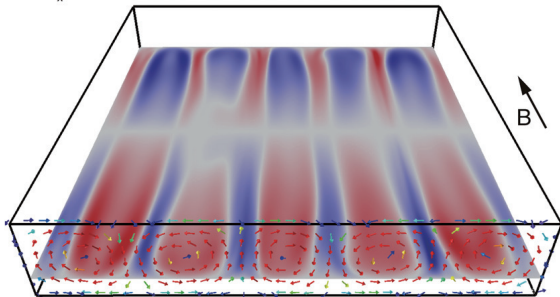


図1 固着壁に囲まれたアスペクト比5の正方形容器で、下面を加熱・上面を冷却することによる導電性流体（液体金属）の熱対流に、手前から奥に水平な様な磁場を印加した状態。(a) 流れ場から求める Q_{3D} の等値面。2次元的な5ロールの構造であるが、手前と奥の壁の近傍には回転の遅い部分ができる。(b) 下から1/4の高さの水平面における流速の磁場方向の成分。赤は手前向き、青は奥向きの速度を表す。ロール内部で容器の中央への流れ、ロール間で壁に向かう流れが見られる。矢印は手前の壁近くでの流れを示す。レイリー数は 3.0×10^4 、ハートマン数は75。

形成されることが分かる。1つは強い水平磁場によるハートマン境界層である。ハートマン境界層の厚さは流速には関係なく磁場の強さで決まり、 $\delta_H \sim Ha^{-1}$ で見積もることができる。もう1つは対流ロールの高速回転に伴うエクマン境界層（ベデワット境界層）である。エクマン境界層の厚さは回転流速とともに薄くなり、 $\delta_E \sim E^{1/2}$ で見積もることができる。そして境界層でない内部領域においてはほぼ理想的なロール対流となる。

今の場合、強い磁場のためにロール対流が、高いレイリー数によって回転流速が大きい状況においても実現されている。流速からレイノルズ数 Re を見積もると 10^3 のオーダーであり、この速度とロールの半径から回転速度を見積もってエクマン数を計算すると 10^4 のオーダーとなっている。つまり熱対流で普通にイメージする小さい流速のロール対流とは異なり、このロール対流はティーカップをスプーンでかき混ぜたときに見られるような回転流の特徴を持っていて、壁際にはエクマン境界層の形成に伴うエクマンパンピングが生じている。そのため対流ロールの内部ではロール軸方向に壁から容器の中央に向かう流れが、そしてロールとロールの間では壁の方向への流れが生じることになる。その様子を示したものが図1(b)であり、流れの磁場方向成分を色で表現している。赤が奥向き、青が手前向きであり、実際に(a)のロールの構造と対応した流れとなっている。このパラメータのケースでは、このような磁場方向の流速の大きさはロールを形成する流速（つまり磁場と直交する方向の流速）に対して1/5程度と、無視できない大きさを持っている。

このようにして形成されるハートマン境界層とエクマン境界層の厚さの関係が、磁場方向の流れの大きさを規定する重要な要素である。ロール対流が実現している状態では、対流流速は磁場強度にはあまり依存せずにはほぼレイリー数で決まる値を示す。そのためあるレイリー数に対してエクマン境界層の厚さは一定としてよい。一方、ハートマン境界層の厚さは磁場強度とともに減少する。

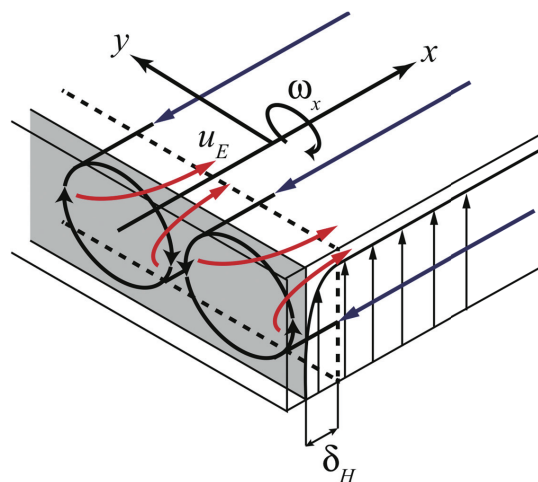


図2 図1の設定での壁近傍の模式図。ロールの回転によるエクマン境界層と、水平磁場によるハートマン境界層が形成される。赤い矢印がロール内部でのエクマンパンピングによる流れ、青い矢印はロール間でのその反流。両者の厚さの大小関係によって磁場方向の流れの大きさは変化する。

そして図1に示した例では、両者の境界層の厚さが同程度と見積られる状態にある。ロール構造とこれらの境界層、そして磁場方向の流速との関係を壁付近について拡大して模式的に示したのが図2である。磁場がより強い状況ではハートマン境界層の方が薄くなり、実質的にはこちらが速度境界層ということになる。ハートマン境界層の方が薄い場合はエクマンポンピングの大きさ、すなわち磁場方向の流れの大きさは磁場強度に応じて小さくなる。高解像度のシミュレーションによる一連のパラメータスタディから、これらのことが確認できた。エクマン境界層とハートマン境界層の厚さの比の二乗、すなわち $(\delta_E/\delta_H)^2$ はエルザッサー数 Λ と呼ばれるものである(例えば[6])。エルザッサー数は回転球殻でのダイナモ作用の評価においても、ローレンツ力と回転によるコリオリ力との大小関係を与える重要なパラメータである。

3.2 地球ダイナモのシミュレーション

これは磁気レイノルズ数が大きく実際にダイナモ作用を起こす系を対象として、流れ場と生成される磁場との関係を調べるための研究である。地球と同じ比率の内核をもつ回転球殻について電磁流体の計算を実行した。双極子が卓越するような磁場が生成されているケースから、流れ場に関する結果を2つのパラメータセットについて図3に示す。これは自転軸方向の渦度の成分を等値面で表示したものである。自転軸の方向に伸びた時計回りと反時計回りの渦構造が見てとれる。(a)はエクマン数が大きめの場合であり、比較的波数の小さいロールの構造を持っている。それに対して(b)はエクマン数が小さめの場合であり、波数はより大きくシート状の構造を持っている。どちらのケースでも流れの構造は常に揺らいでいるが、(a)の方が流れ場の変動は顕著である。双極子磁場としての強度の変動はどちらも常に生じているが、(a)では磁極の反転が不規則に起こるのに対して、(b)ではこれまでに調べた期間では反転は起こっていない。

図4は地球ダイナモのシミュレーションで得られた磁極の反転を繰り返すケースについて、双極子成分のもつ方向と強度の時間変化を示したものである。実時間に換算すると百万年程度の期間となる。古地磁気学から明らかになっている地磁気の振る舞いの顕著な特徴として以下のような点が挙げられる。ほとんどの期間で自転軸に近い向きに双極子が卓越する、数十万年ごとに磁極が反転するがその間隔は不規則である、磁極期の継続時間に比べて反転に要する時間は数千年と短い、反転の際には双極子が顕著に弱くなる、反転よりも頻繁に磁場強度は弱くなっている、などである。図4に示した例はこれらの特徴をよく再現していることがわかる。

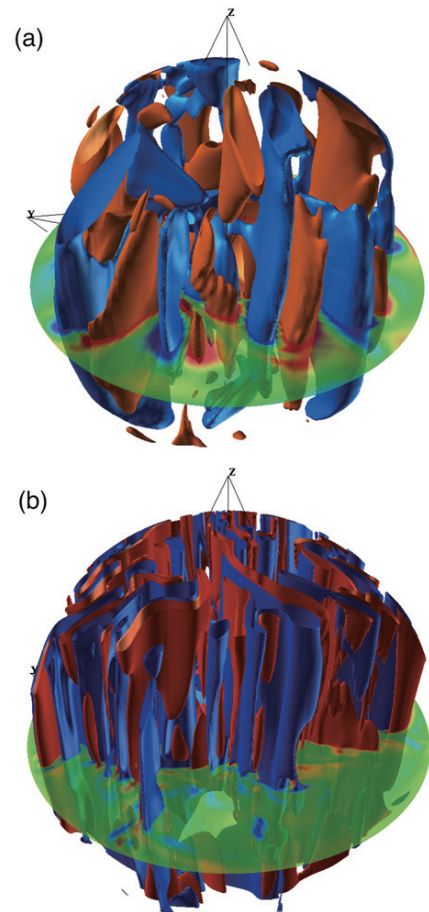


図3 ダイナモ作用を起こしている回転球殻内での対流について、渦度の回転軸方向成分の等値面(正と負)を表示。回転軸 z の方向に伸びた渦構造があり、それによって双極子磁場が作られている。(a)は回転の効果が相対的に弱い場合であり、磁場は不規則に極性の反転を起こす。エクマン数は 5×10^4 、レイリー数は 1×10^6 。(b)は回転の効果が強い場合であり、今のところ極性の反転は起こしていない。エクマン数は 1×10^5 、レイリー数は 3×10^8 。

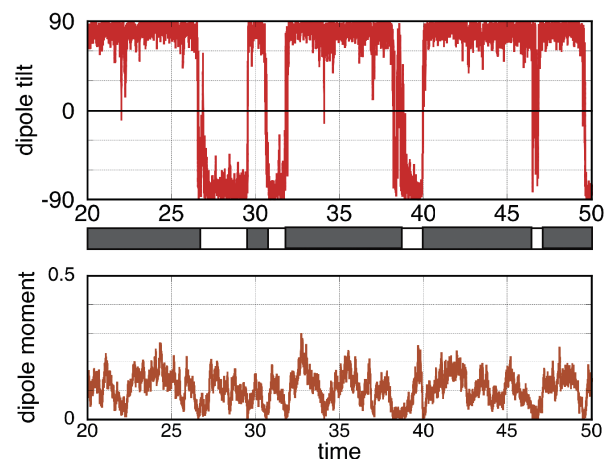


図4 ダイナモシミュレーションで得られた、双極子磁場が極性の反転を不規則に繰り返す例。時間スケールは磁気拡散時間を単位としている。上図は双極子の向きであり、 ± 90 度で示している。白黒の帯は正磁極期と逆磁極期を模した表示。下図は同じ時間における双極子の強度の変化。強度は様々な時間スケールで大きな振幅をもって変動している。極性の反転が起こる際には強度の減少が顕著に見られる。エクマン数は 3×10^4 、レイリー数は 4×10^6 の結果。

4. まとめ

強い水平磁場をかけた対流では2次元的なロール構造が安定に存在するが、磁場と直交する壁の近くにはハートマン境界層とエクマン境界層が形成され、エクマンポンピングによる磁場方向の流れが誘起される。このどちらの境界層が薄くなるかが磁場方向の流れの大きさを決める鍵となる。一方、地球ダイナモのシミュレーションでは実際の地球磁場に見られるような変動を再現することができた。ただし実際よりも顕著に大きな粘性に基づく結果であるので、ここに見られる流れ場と磁場の変動に関するより深い理解を得て地球に結びつけることが今後の課題である。

文献

- [1] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, “Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field,” *Phys. Rev. E*, 88, 063020, 2013.
- [2] T. Vogt, W. Ishimi, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, A. Sakuraba, and S. Eckert, “Transition between quasi-two-dimensional and three-dimensional Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field”, *Phys. Rev. Fluids*, 3, 013503, 2018.
- [3] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, “Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations,” *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.
- [4] A. Sakuraba, and P. H. Roberts, “Generation of a strong magnetic field using uniform heat flux at the surface of the core,” *Nature Geosci.*, 2, 802-805, 2009.
- [5] S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1961.
- [6] P. A. Davidson, and A. Potherat, “A note on Bödewadt-Hartmann layers”, *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 21, 545, 2002.

Numerical Simulation of Magneto-convection under a Strong Horizontal Magnetic Field

Project Representative

Takatoshi Yanagisawa Department of Deep Earth Structure and Dynamics Research, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Author

Takatoshi Yanagisawa Department of Deep Earth Structure and Dynamics Research, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Geomagnetic field is maintained by the convective motion of liquid iron in the outer core of the Earth. To grasp the mechanism of geodynamo, it is important to understand flows of liquid metal under the influence of magnetic field. We simulated Rayleigh-Bénard convection of an electrically conductive low-viscosity fluid under an imposed uniform magnetic field. With an intense horizontal magnetic field, the convective motion takes a form of two-dimensional roll whose axis is in the direction of the magnetic field. We identified an existence of weak flow in the direction of the magnetic field, and made clear that it is induced by the Ekman pumping. The relation between the Ekman layer and the Hartmann layer generated at sidewalls is the key for understanding the magnitude of flow in the direction of magnetic field.

Keywords: geomagnetic field, geodynamo, magneto-convection, boundary layers

1. Introduction

The relation between magnetic field and flow field is important for considering flows obtained in geodynamo simulations. We focus on a stabilization of roll structure with a strong magnetic field. Our target is thermal convection in a layer driven by a vertical temperature gradient, that is, Rayleigh-Bénard convection. Behaviors of thermal convection strongly depend on the Prandtl number (Pr) of the working fluid, and low Pr fluids such as liquid metals tend to be turbulent just after the onset of convection because of their low viscosity. On the other hand, liquid metals are electrically conductive, and applying magnetic field to the system delays the transition to turbulence. Controlling non-dimensional parameters in a Rayleigh-Bénard convection under an imposed uniform magnetic field are the Rayleigh number (Ra), and the Hartmann number (Ha) which is equivalent to the square root of the Chandrasekhar number (Q). A regime diagram of convection behavior on Ra - Ha^2 plane has been established in laboratory experiments [1]. Here we study the detailed structure of steady rolls at high Ha conditions.

2. Setting and method

We performed direct numerical simulations for the same setting as laboratory experiments [1,2], with a horizontal magnetic field imposed on the vessel enclosed by no-slip velocity boundaries. The numerical code is identical to that in [3]; a set of governing equations for magnetohydrodynamic flows is solved for a Boussinesq fluid. The staggered-grid finite difference method is applied using a uniform grid interval. We used sufficient grid points to resolve well the velocity boundary

layers generated in the vicinity of rigid walls. A realistic low value of the Prandtl number was used for simulating flows in a liquid metal.

3. Result

Under a strong horizontal magnetic field, we successfully reproduced a steady roll structure with its axis parallel to the magnetic field, that is consistent with our laboratory measurements. To show characteristic structures in flows, we used Q_{3D} criterion that is calculated by the second invariant of the velocity gradient tensor. The criterion is adequate for identifying roll and vortex structures. Figure 1(a) shows iso-surfaces of $Q_{3D}=0$. It shows a quasi-two-dimensional roll structure. Due to the existence of rigid sidewalls, we can see that the velocity of circulation in rolls are reduced close to the front and back walls.

Figure 1(b) shows the flow velocity component in the direction of the applied magnetic field on a horizontal plane with colors. It clearly indicates an interesting features of this roll-type convection. Flows from sidewalls to the center of the vessel are generated at inside of rolls, while inversed flows exist between the neighboring rolls. A typical magnitude of the flow in the direction of the magnetic field is about 1/5 of the circulation velocity of the rolls. The reason for generating such a flow is the Ekman pumping that takes place in the velocity boundary layers where the convections rolls end at the front and back walls of the vessel. In the present situation, roll-style convections are preserved because of the strong magnetic field, and the circulation velocity in rolls are quite large. The

Reynolds number (Re) estimated from the velocity is over one thousand, then the Ekman number (E) with roll circulation is the order of 10^{-4} . Hence, generations of Ekman layers (more precisely, Bödewadt layer in the present situation as in [4]) and Ekman pumpings are dominant features in this system. Ideal two-dimensional rolls are never realized in enclosed vessels. The thickness of the Ekman layer can be estimated as $E^{1/2}$.

In addition to the effect of keeping flow structure to be quasi-two-dimensional rolls, the strong magnetic field forms the Hartmann layers at the sidewalls perpendicular to the magnetic field. The thickness of the Hartmann layer can be estimated as Ha^{-1} . Figure 2 schematically illustrates the relation between

aligned rolls and velocity boundary layers in the vicinity of a sidewall. For the situation shown in Fig. 1, the thickness of the Hartmann layer is estimated to be comparable to that of the Ekman layer. With increasing the value of Ha , the thickness of the substantial velocity boundary layer decreases as Ha^{-1} . We found that the magnitude of flow velocity in the direction of the magnetic field decreases for larger Ha conditions for a fixed value of Ra .

4. Summary

We simulated roll-type convections in an electrically conductive fluid under a strong horizontal magnetic field in an enclosed vessel, and made the quasi-two-dimensional structure clear. Both of the Ekman and Hartmann layers are generated at sidewalls. The relation between the two boundary layers controls the flow in the axial direction of the rolls.

References

- [1] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, "Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 88, 063020, 2013.
- [2] T. Vogt, W. Ishimi, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, A. Sakuraba, and S. Eckert, "Transition between quasi-two-dimensional and three-dimensional Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field", *Phys. Rev. Fluids*, 3, 013503, 2018.
- [3] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, "Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations," *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.
- [4] P. A. Davidson, and A. Potherat, "A note on Bödewadt-Hartmann layers", *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 21, 545, 2002.

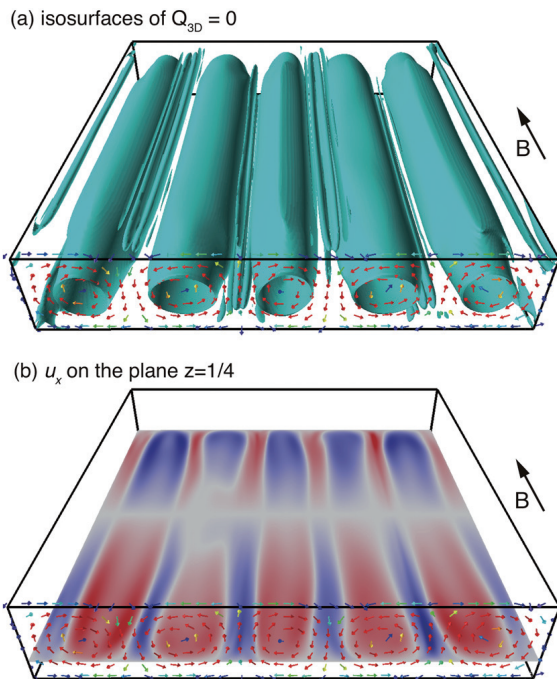


Fig. 1 Quasi-two-dimensional five-roll structure under a horizontal magnetic field. A uniform magnetic field is applied from front to back. (a) Isosurfaces of $Q_{3D}=0$. (b) Component of flow in the direction of the magnetic field on the plane $z=1/4$; red: toward back wall, blue: toward front wall. $Ra=3.0 \times 10^4$ and $Ha=75$.

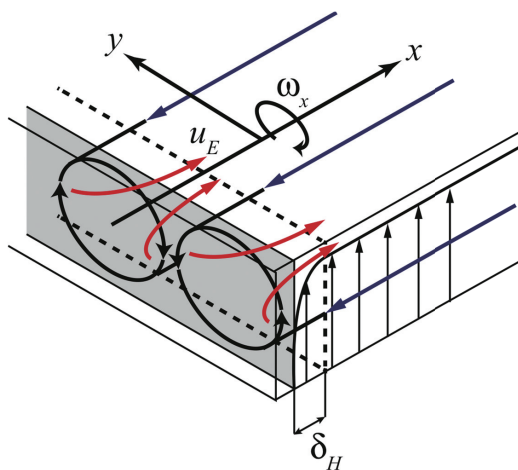


Fig. 2 Schematic view of convection rolls with Hartmann layer in the vicinity of a side wall, accompanied by Ekman pumping induced flow (red arrows), and its return flow (blue arrows).