

# 内部重力波による局所乱流塊からのエネルギー放出

課題責任者

長田 孝二 名古屋大学 大学院工学研究科

著者

渡邊 智昭<sup>\*1</sup>, 長田 孝二<sup>\*1</sup>, 長尾 茉奈<sup>\*1</sup>, 大西 領<sup>\*2</sup>, 松田 景吾<sup>\*2</sup>

\*1 名古屋大学 大学院工学研究科, \*2 海洋研究開発機構 地球情報基盤センター

海洋混合層の下面や層積雲（内部は乱流状態）の上面などでは、内部重力波を誘起しつつ乱流領域と非乱流領域の間で混合が安定密度成層下で起こる。この混合過程の精緻なモデル化は、大気・海洋シミュレーションの高精度化に不可欠である。本研究では、乱流スポットから放出される内部重力波の特性を明らかにすることを目的として、内部重力波を誘起しつつ安定密度成層中で発達する乱流スポットに関する大規模直接数値計算を行った。乱流スポット内部領域と外部領域を分ける界面層を検出し、内部重力波が界面層を通して形成される過程を調査した。界面から内部重力波として放出されるエネルギーを定量的に見積もった結果、乱流内部で散逸されるエネルギーと同程度のエネルギーが外部へ放出されていることが明らかとなった。また、界面近傍の乱流は内部重力波の影響を強く受けることがわかった。さらに、安定密度成層下で生じる界面層近傍の乱流特性の変化と界面近傍の浮力レイノルズ数の関連が示された。

キーワード：安定密度成層, 内部重力波, 乱流, 乱流・非乱流界面

## 1. 緒論

環境に見られる乱流の多くは局所的に存在しており、乱流領域は周囲の非乱流領域（あるいは弱い乱流領域）に接する。乱流と周囲流体の混合はこれらの境界領域で進行するため、境界近傍の乱流特性が乱流領域の空間的発達において重要となる。安定密度成層下では、こうした乱流運動は乱流外部に内部重力波を誘起する [1]。内部重力波は流体の運動量やエネルギーを伝播することが知られており、その発生源となった乱流特性に大きな影響を与えることが予想される。また、海洋中や大気中における内部重力波の存在が観測により明らかにされている [2,3,4]。そのため、大気の流れなどのモデル化において、局所的な乱流のスポットからの内部重力波の放出過程の解明が望まれている。また、内部重力波が長い距離を伝播するため乱流スポットの位置と内部重力波の観測点が大きく異なる場合が多々あり、大気中において乱流スポットが生み出す内部重力波が乱流スポットから遠く離れた場所における航空機の運航に多大な影響を与えている。こうした現象を予測するうえで、ローカルな乱流特性と乱流場から遠く離れた点における重力波の関係の解明が必要不可欠である。本研究では、乱流スポットから内部重力波として放出されるエネルギーと乱流スポットのローカルな特性の関連を解明することを目指し、内部重力波を誘起しつつ発達する乱流の大規模直接数値計算 (DNS) を行った。

## 2. 安定密度混合層の直接数値計算

本研究では、安定密度成層下で時間発展する乱流混合層の DNS を行った。流れ方向を  $x$ 、スパン方向を  $y$ 、鉛直方向を  $z$  とする (図 1)。この流れ場では、 $x, y$  方向に周期

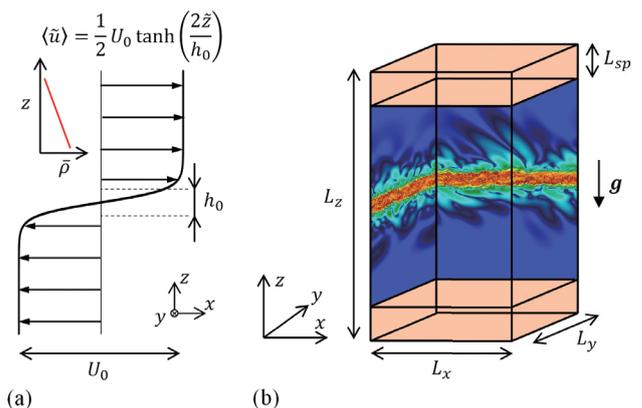


図1 安定密度成層中の混合層の直接数値計算。(a) 初期速度分布; (b) 計算領域の概略。

境界条件を課した計算領域内で Kelvin-Helmholtz 不安定性によって乱流が生成され、乱流外部に内部重力波が誘起される。初期  $x$  方向平均速度を  $\langle \bar{u} \rangle = U_0 \tanh(2z/h_0)$  とした。ここで、 $U_0$  を混合層の平均速度差、 $h_0$  を初期速度幅とし、 $\sim$  は有次元量であることを示す。密度場  $\rho(x, y, z; t)$  は、初期の鉛直方向密度勾配  $d\bar{\rho}/dz$  による分布  $\bar{\rho}(z)$  と、 $\bar{\rho}(z)$  からの変動分  $\rho'$  の和として、 $\rho = \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z; t)$  と表される。ここで  $\rho'$  の初期値は一様に 0 である。流れは式 (1) に示すレイノルズ数  $Re$ 、プラントル数  $Pr$ 、フルード数  $Fr$  の三つの無次元数で特徴づけられる。

$$Re = \frac{U_0 h_0}{\nu}, Pr = \frac{\nu}{\kappa}, Fr = \frac{2U_0}{h_0 N_b} \quad (1)$$

ここで、 $\nu$  は動粘度、 $\kappa$  は  $\rho'$  に対する拡散係数、 $N_b = \sqrt{-(g/\rho_0)/(d\bar{\rho}/dz)}$  は浮力周波数 ( $g$ : 重力加速度;  $\rho_0$ : 基準密度) である。数値計算では以下のように無次元化された物理量を取り扱う。

$$x_i = \frac{\tilde{x}_i}{h_0}, t = \frac{\tilde{t}}{(h_0/U_0)}, u_i = \frac{\tilde{u}_i}{U_0}, \rho = \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}, p = \frac{\tilde{p}}{\rho_0 U_0^2} \quad (2)$$

ここで、 $x_i$  は位置、 $t$  は時間、 $u_i$  は  $i$  方向速度、 $\rho$  は密度、 $p$  は圧力を表す。支配方程式には以下の Boussinesq 近似を施した Navier-Stokes 方程式を用いた。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{4}{Fr^2} \rho' \delta_{i3} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho}{\partial x_j} = \frac{1}{RePr} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j \partial x_j} \quad (5)$$

支配方程式 (3-5) を、部分段階法を用いた数値計算コード [5] により時間進行する。時間積分には三次精度 Runge-Kutta 法を、空間離散化には、 $x$  および  $y$  方向に四次精度完全保存形中心差分を、 $z$  方向に二次精度完全保存形中心差分を用いた。Poisson 方程式の求解には Bi-CGSTAB 法を用いた。 $Pr=1$  に対して  $Re=2000, 6000$  と  $Fr=7, 10, 20$  の各組に、 $Pr=7$  に対して  $Re=1200, Fr=7, 10, 20$  について数値計算を実施した。以下では  $Pr=1$  とした場合の結果について述べる。また、 $Re=a \times 10^3$  および  $Fr=b$  の値を用いて、以下では各計算条件を RaFb と呼ぶ (例えば  $Re=2000, Fr=10$  は R2F10)。計算領域の大きさは  $x, y, z$  方向に対して ( $L_x, L_y, L_z$ )= $48h_0, 28h_0, 80h_0$  とし、各方向の計算格子数を  $Re=2000$  では 1200, 800, 1500、 $Re=6000$  では 2400, 1600, 3000 と設定した。計算コードは MPI により並列化されている。本計算では最大 180 ノードを用いた。混合層近傍の格子サイズが小さくなるように  $z$  方向には不等間隔格子を用いた。境界条件には、 $x, y$  方向に周期境界条件を、 $z$  方向に自由すべり壁境界条件を用いた。 $y$  方向には内部重力波の反射を防ぐために幅  $L_{sp}=10h_0$  のスポンジ領域を設けた。計算を時間  $t=320$  まで行い、解析のため無次元時間 40 ごとに三次元データを保存した。

### 3. 計算結果

図 2 にポテンシャルエンストロフィ  $\Pi^2/2=(\omega \cdot \nabla \rho)^2/2$  とエンストロフィ  $\omega^2/2=(\omega \cdot \omega)/2$  の可視化図を示す。ポテンシャルエンストロフィは浮力の影響を直接受けられないため乱流内部にのみ分布する [6]。一方、内部重力波により乱流外部にエンストロフィが生成される。乱流領域をポテンシャル渦度の大きさ  $|\Pi|$  が閾値  $\Pi_{th}$  を超える領域として検出す

る。ここで、閾値は乱流領域の体積と閾値の関係から求めた [7]。乱流領域と外部の非乱流領域を分ける境界 (乱流領域の外縁) は  $|\Pi|=\Pi_{th}$  の等値面として得られる (図 2 白線)。図 2 の  $\omega^2/2$  と  $|\Pi|=\Pi_{th}$  の比較から、渦の空間的な分布が乱流と内部重力波を含む非乱流領域で大きく異なることがわかる。

境界領域の統計的特性を調査するため、 $|\Pi|=\Pi_{th}$  の等値面を原点とする界面座標  $\zeta_i$  を鉛直外向きにとり、界面座標上で統計量を算出した。以下では乱流領域の外縁からの距離  $\zeta_i$  での条件付平均値を  $\langle \cdot \rangle_i$  と表す。図 3(a) にポテンシャル渦度の大きさ  $\langle |\Pi| \rangle_i$  を混合層中心の Kolmogorov スケール  $\eta_c$  で無次元化された  $\zeta_i$  に対して示す。また、図には  $\Pi' = \partial \langle |\Pi| \rangle_i / \partial \zeta_i$  の分布も示されている。 $\langle |\Pi| \rangle_i$  は非乱流領域から乱流内部に向かい大きく増加する。この  $\langle |\Pi| \rangle_i$  が増加する領域を乱流・非乱流界面層と呼ぶ。 $\Pi'$  のピーク値を用いて界面層の幅  $\delta_i$  を図 3(a) のように見積もった。図 3(b) では  $\delta_i/\eta_c$  の時間変化が各計算条件に対して示されている。浮力の影響を受けない自由せん断流れにおいて界面層の厚みは Kolmogorov スケールの約 15 倍程度であることが知られている [8]。 $t=80 \sim 120$  において  $\delta_i/\eta_c$  はこれに近い値をとっており、安定密度成層の影響が小さいことがわかる。一方、時間とともに乱流は減衰し浮力の影響が相対的に強くなるため、 $\delta_i/\eta_c$  は増加する。

浮力レイノルズ数は運動エネルギーの散逸率  $\varepsilon$  の平均値  $\langle \varepsilon \rangle_l$  と界面近傍の浮力周波数  $N_l = \sqrt{-(g/\rho_0) \langle \partial \tilde{\rho} / \partial z \rangle_l}$  を用いて、 $Re_{bl} = \langle \varepsilon \rangle_l / \nu N_l^2$  と表される。 $Re_{bl}$  は浮力が強く作用する最小スケールと Kolmogorov スケールの比に関連しており、 $Re_{bl}$  が十分に大きいとき、小スケールの三次元的な乱流が存在しうるとされる。図 4 に  $\delta_i$  と  $Re_{bl}$  の関係を示す。ここで、(a) では  $\delta_i$  は界面近傍の乱流の Kolmogorov スケール  $\eta_l$  で無次元化されており、(b) では  $Re_{bl}$  が小さい場合の鉛直方向の長さスケール  $l_{vl} = (u_{rmsl}^3 / \langle \varepsilon \rangle_l) Re^{-0.5}$  が無次元化に用いられている [9]。これらの図から、 $Re_{bl} \geq 30$  では密度分布が一様な流れ場と同様に  $\delta_i \approx 13 \eta_l$  であり、 $Re_{bl} \leq 2$  では  $\delta_i \approx l_{vl}$  となることがわかる。

内部重力波による鉛直方向へのエネルギーフラックスは  $p'w$  と書ける ( $w$ : 鉛直方向速度)。乱流から外部へ放出されるエネルギーフラックスの平均値は  $\zeta_i=0$  での  $\langle p'w \rangle_i$  となる。一方、乱流内部の運動エネルギー散逸率の単位水平面積当たりの値は  $\langle \varepsilon \rangle_T = (1/L_x L_y) \int_{V_T} \varepsilon dV$  により求めら

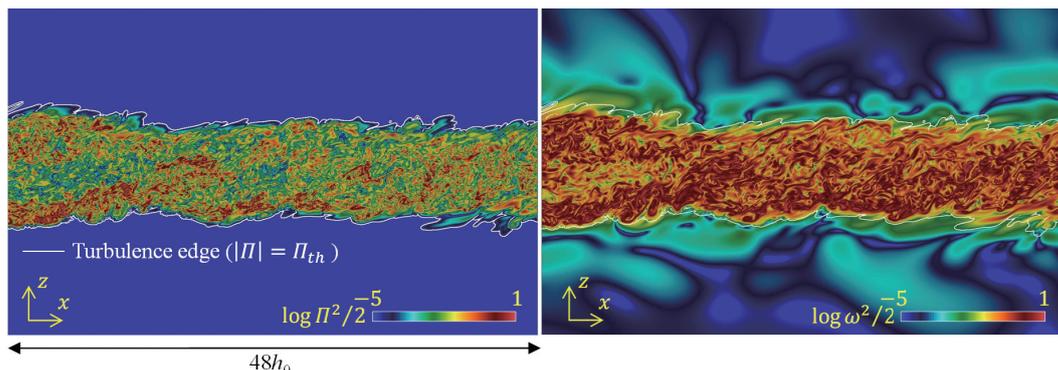


図 2 ポテンシャルエンストロフィ (左) とエンストロフィ (右) の可視化 ( $Re=6000, Fr=10, t=120$ )。

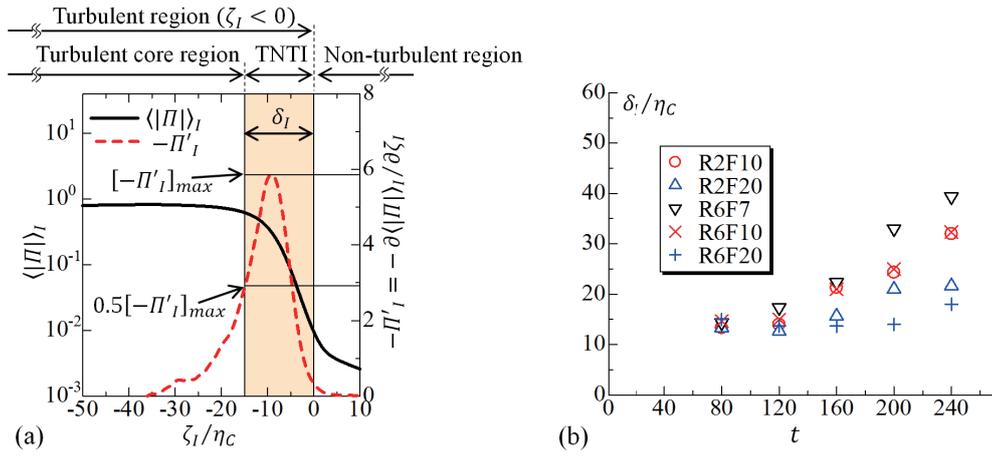


図3 (a) ポテンシャル温度の大きさの条件付き平均値  $\langle |\Pi| \rangle_I$  (R6F10,  $t=120$ )。 (b) 界面層厚さの時間変化。

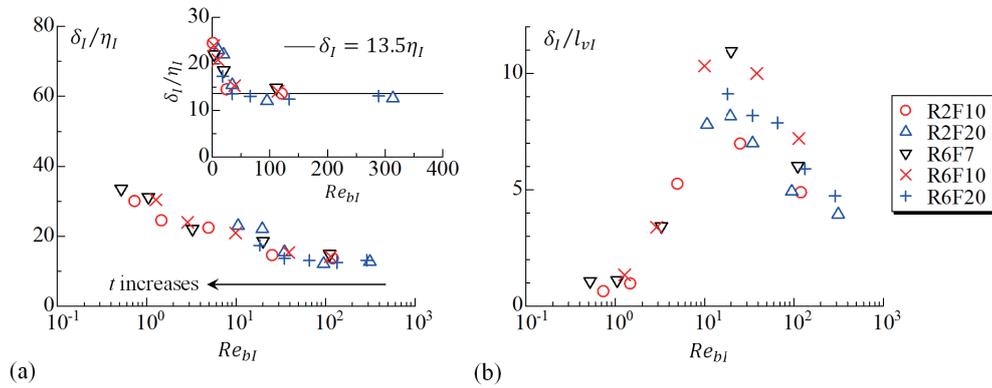


図4 界面層厚さ  $\delta_I$  と浮力レイノルズ数  $Re_{bl}$  の関係。(a)  $\delta_I/\eta_I$ ; (b)  $\delta_I/l_{vl}$ 。

れる ( $V_T$ : 乱流体積)。  $t=80$  での  $\langle p'w \rangle_I$  と  $\langle \varepsilon \rangle_T$  を表1にまとめて示す。各DNSにおいて、エネルギーの放出量が乱流内部でのエネルギーの散逸と同程度であり、乱流内部のエネルギーの収支に内部重力波が大きく影響することがわかる。

表1 乱流から外部への運動エネルギーフラックスと乱流内の運動エネルギー散逸率の比較。

	R2F10	R2F20	R6F7	R6F10	R6F20
$\langle p'w \rangle_I$	$4.5 \times 10^{-4}$	$4.1 \times 10^{-4}$	$1.9 \times 10^{-4}$	$1.6 \times 10^{-4}$	$2.3 \times 10^{-4}$
$\langle \varepsilon \rangle_T$	$1.5 \times 10^{-4}$	$1.6 \times 10^{-4}$	$2.4 \times 10^{-4}$	$2.4 \times 10^{-4}$	$2.6 \times 10^{-4}$

#### 4. 結論

本研究では、内部重力波の放出とともに発達する局所的な乱流スポットの特性を明らかにすることを目的として、安定密度成層中の混合層の大規模直接数値計算を行った。乱流の発達とともに非乱流領域に内部重力波が誘起される。乱流と内部重力波を含む非乱流領域を分ける境界を検出することで、非乱流領域での内部重力波の形成過程や内部重力波の放出に伴う乱流特性の変化を明らかにした。乱流スポットと周囲流の混合に大きな影響を与える境界付近の乱流特性は、境界近傍の浮力レイノルズ数に強く依存することが明らかとなった。また、乱流が内部重力波により単位時間あたりに失うエネルギー量は、内部重力波の発生源となっている乱流内で生じている運動エネルギーの散逸率と同程度であり、内部重力

波の放出が乱流スポットのエネルギー収支において重要な役割を果たしていることがわかった。本研究で行った数値計算結果の一部は、査読付き国際誌 Journal of Fluid Mechanics に掲載された [10]。

#### 謝辞

本研究は海洋研究開発機構の地球シミュレータ特別推進課題で実施された。機構関係者に深くお礼申し上げます。

#### 文献

- [1] P. Kundu, Fluid Mechanics, Academic Press, Cambridge, Massachusetts, 1990.
- [2] S.A. Thorpe, "The near-surface ocean mixing layer in stable heating conditions," J. Geophys. Res. vol.83, no.C6, pp.2875–2885, June 1978.
- [3] L.Mahrt, "Stratified atmospheric boundary layers," Boundary-Layer Meteorol. vol.90, no.3, pp.375–396, March 1999.
- [4] T.J. Duck and J.A. Whiteway, "The spectrum of waves and turbulence at the tropopause," Geophys. Res. Lett. vol.32, p.L07801. April 2005.
- [5] T. Watanabe and K. Nagata, "Mixing model with multi-particle interactions for Lagrangian simulations of turbulent mixing," Phys. Fluids, vol.28, no.8, p.085103, August 2016.

- [6] T. Watanabe, J.J. Riley, S.M. de Bruyn Kops, P.J. Diamessis, and Q. Zhou, "Turbulent/non-turbulent interfaces in wakes in stably stratified fluids," *J. Fluid Mech.*, vol.797, p.R1, June 2016.
- [7] T. Watanabe, X. Zhang and K. Nagata, "Turbulent/non-turbulent interfaces detected in DNS of incompressible turbulent boundary layers," *Phys. Fluids*, vol.30, no.3, p.035102, March 2018.
- [8] T.S. Silva, M. Zecchetto, and C.B. da Silva, "The scaling of the turbulent/non-turbulent interface at high Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.*, vol. 843, no.3, pp.156–179, May 2018.
- [9] R. Godoy-Diana, J.-M. Chomaz, and P. Billant, "Vertical length scale selection for pancake vortices in strongly stratified viscous fluids," *J. Fluid Mech.* vol.504, pp.229–238. April 2004.
- [10] T. Watanabe, J.J. Riley, K. Nagata, R. Onishi, and S. Matsuda, "A localized turbulent mixing layer in a uniformly stratified environment," *J. Fluid Mech*, vol. 849, pp.245–276, May 2018.

# Energy Extraction from Localized Turbulence by Internal Gravity Wave

Project Representative

Koji Nagata Nagoya University

Authors

Tomoaki Watanabe<sup>\*1</sup>, Koji Nagata<sup>\*1</sup>, Mana Nagao<sup>\*1</sup>, Ryo Onishi<sup>\*2</sup> and Keigo Matsuda<sup>\*2</sup>

\*1 Nagoya University. \*2 Center for Earth Information Science and Technology, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

A localized turbulence evolving in a stably stratified fluid is studied by direct numerical simulations (DNS). The turbulence is bounded by a stably stratified non-turbulent flow, where internal gravity waves can propagate. DNS data is analyzed with a special focus on the interfacial layer that separates the turbulence from the non-turbulent region, which is called a turbulent/non-turbulent interfacial TNTI layer. The statistics near the TNTI show that the flow properties, such as isopycnals, energy dissipation rate, and vorticity, drastically change across the TNTI layer, where the buoyancy Reynolds number near the TNTI has a strong influence on the flow characteristics. The statistics near the TNTI layer enable us to evaluate the wave energy flux across the TNTI. It is found that the amount of kinetic energy extracted by internal gravity waves is comparable to the kinetic energy dissipation in the turbulent region.

**Keywords:** Stably stratified turbulence, internal gravity wave, turbulent/non-turbulent interface, shear layer

Turbulence in the environment is often localized, where the turbulent region is bounded by non-turbulent (or weakly turbulent) fluids. These turbulent and non-turbulent fluids have different properties, such as mixing efficiency, kinetic energy, and temperature, and the mixing between these fluids is crucial in the flow evolution. When a localized turbulence evolves in a stably stratified environment, it can excite internal gravity waves, which transfer momentum and energy from the turbulence [1]. Field measurements have observed the interaction between turbulence and waves [2,3,4]. Accurate modelling of the influence of internal gravity waves is important in numerical simulations in meteorology and oceanography. In the present study, direct numerical simulations (DNS) are performed for investigating a localized turbulence in a stably stratified fluid that excites the internal gravity wave.

DNS are performed for a temporally evolving shear layer in a uniformly stratified fluid with a constant background density gradient in the vertical direction  $d\bar{\rho}/dz$ .  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are the streamwise, spanwise, and vertical directions, respectively. The initial mean velocity profile is given by  $\langle \tilde{u} \rangle = U_0 \tanh(2\tilde{z}/h_0)$ , where  $U_0$  and  $h_0$  are the initial velocity difference and the initial vorticity thickness, respectively. Here, the tilde represents the dimensional variables. The flow evolves with time in a computational domain with periodic boundary conditions in  $x$  and  $y$  directions. The buoyancy frequency for  $d\bar{\rho}/dz$  is defined as  $N_b = \sqrt{-(g/\rho_0)/(d\bar{\rho}/dz)}$  ( $\rho_0$ : constant reference density;  $g$ : the gravitational acceleration). Three non-dimensional parameters, Reynolds number  $Re$ , Prandtl number  $Pr$  and Froude number  $Fr$ , are defined as  $Re=U_0 h_0/\nu$ ,  $Pr=\nu/\kappa$ , and  $Fr=2U_0/h_0 N_b$ , where  $\nu$

is the kinematic viscosity and  $\kappa$  is the diffusivity coefficient. The governing equations are the Navier-Stokes equation under the Boussinesq approximation, which are solved with the DNS code used in our previous studies [5]. In this report, we present the results from the DNS database with  $Re=6000$ ,  $Fr=10$ , and  $Pr=1$ . The detail of the numerical simulations are presented in [6].

Figure 2 shows potential enstrophy  $\bar{I}^2/2=(\omega \cdot \nabla \rho)^2/2$  and enstrophy  $\omega^2/2=(\omega \cdot \omega)/2$ . Potential enstrophy is not transferred by internal gravity waves, and therefore, it is a good marker of an active turbulent region [7]. In contrast, the flow outside the turbulent region possesses enstrophy, which is generated by internal gravity waves. In the present study, the turbulent fluid is detected by thresholding potential vorticity magnitude  $|I|$ , where the outer edge of the turbulent region is given by isosurface of  $|I|=I_{th}$ .  $I_{th}$  is determined based on the relation between the turbulent volume and threshold [7]. The detected turbulence edge is also shown with white lines in Fig. 1. We can see that the structures with high enstrophy are very different between turbulent and non-turbulent regions. Figure 2 shows the averaged potential enstrophy conditioned on vertical distance  $\zeta_l$  from the turbulence edge. Here,  $\zeta_l > 0$  represents the non-turbulent region and  $\zeta_l$  is normalized by  $\eta_c$ , the Kolmogorov scale on the centerline. The potential enstrophy rapidly changes within a thin TNTI layer. Further analyses of the DNS data are published in [6].

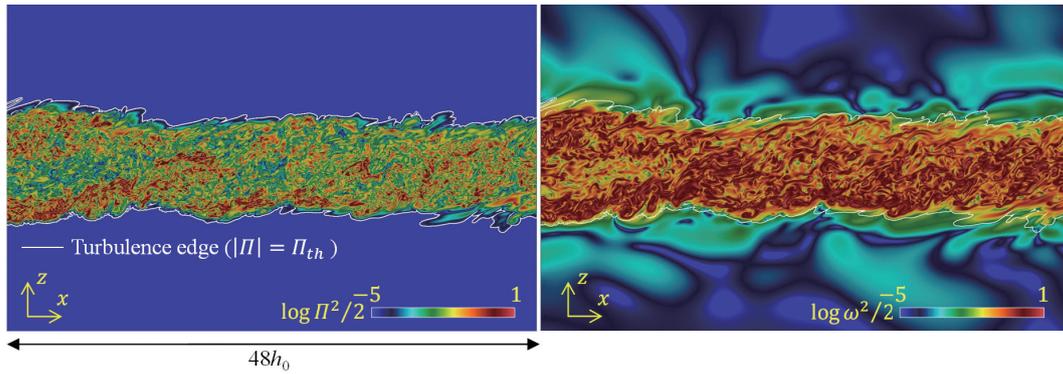


Fig. 1 Potential enstrophy (left) and enstrophy (right) at  $t=120$  for  $Re=6000$  and  $Fr=10$ . White line denotes turbulence edge detected with potential vorticity magnitude.

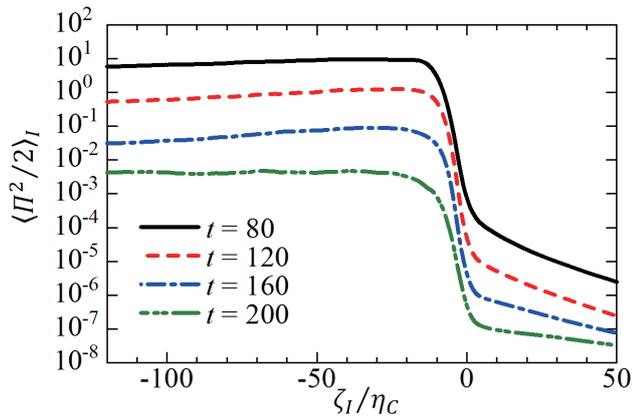


Fig. 2 Conditional average of potential enstrophy for  $Re=6000$  and  $Fr=10$ .

### Acknowledgement

This study is supported by Strategic Project with Special Support by JAMSTEC.

### References

- [1] P. Kundu, Fluid Mechanics, Academic Press, Cambridge, Massachusetts, 1990.
- [2] S.A. Thorpe, "The near-surface ocean mixing layer in stable heating conditions," J. Geophys. Res. vol.83, no.C6, pp.2875–2885, June 1978.
- [3] L.Mahrt, "Stratified atmospheric boundary layers," Boundary-Layer Meteorol. vol.90, no.3, pp.375–396, March 1999.
- [4] T.J. Duck and J.A. Whiteway, "The spectrum of waves and turbulence at the tropopause," Geophys. Res. Lett. vol.32, p.L07801. April 2005.
- [5] T. Watanabe and K. Nagata, "Mixing model with multi-particle interactions for Lagrangian simulations of turbulent mixing," Phys. Fluids, vol.28, no.8, p.085103, August 2016.
- [6] T. Watanabe, J.J. Riley, K. Nagata, R. Onishi, and S. Matsuda, "A localized turbulent mixing layer in a uniformly stratified environment," J. Fluid Mech, vol. 849, pp.245–276, May 2018.
- [7] T. Watanabe, X. Zhang and K. Nagata, "Turbulent/non-turbulent interfaces detected in DNS of incompressible turbulent boundary layers," Phys. Fluids, vol.30, no.3, p.035102, March 2018.