

非平衡環境における乱流スカラー輸送の大規模シミュレーションとモデリング

課題責任者
後藤 俊幸

名古屋工業大学大学院工学研究科

著者

後藤 俊幸*1, 大西 領*2, 渡邊 威*1, 齋藤 泉*1, Dmitry Kolomenskiy *2, 松田 景吾*2, 安田 達哉*1

*1 名古屋工業大学大学院工学研究科, *2 海洋研究開発機構 地球情報基盤センター

一様な平均スカラー勾配のもとで等方性乱流により輸送されるパッシブスカラーの 2 次相関関数の非等方性を Legendre 展開により解析した。Lebedev quadrature により展開係数を高精度に計算し、次数とともに展開係数は小さくなることを見出された。スカラー揺らぎは平均温度勾配方向に長大な特性長をもつ巨大構造が形成されることが分かった。雲乱流の LES コードを開発し、その最小格子で得られた速度差分の時間変動を、最小格子を最大スケールとする雲乱流 DNS の駆動源として両者を結合する方法を開発し、その有効性を確認した。空間格子点数 8,192³、雲粒子数 82 億の超大規模 DNS を行い、乱流衝突統計量を解析した。乱流レイノルズ数の増加と共に乱流の微細スケールでの間欠性が増大し、これによって雲粒子間のクラスタリング（偏在）が抑制され、その結果雲粒子衝突確率が減少することが見出された。

キーワード：非等方性，雲乱流，乱流衝突統計量，間欠性，クラスタリング

1. 平均スカラー勾配下での温度揺らぎの非等方性の解析

乱流においては、巨視的スケールで外力により運動エネルギーが注入され、慣性領域を経由して粘性スケールに輸送され熱に代わると同時に、巨視的なスケールで顕著だった揺らぎの非等方性が微細スケールにカスケードするにつれ次第に失われ、等方的になるというリチャードソン・コロモゴロフの描像が定着している。この描像を雲中の乱流にあてはめて考えると、鉛直方向に平均温度勾配や平均水蒸気混合比勾配が存在するため、スカラー場は巨視的には非等方的であっても微視的スケールは等方的になると考えられている。巨視的スケールから微小スケールに至る間に、どのように等方性が回復するのかを知ることは、乱流混合現象の基本的理解だけでなく、雲乱流や工学的応用における LES の数理モデル構築においても重要なことである。このために、スカラー分散スペクトルを平均温度勾配方向と鉛直方向とのなす角についてルジャンドル展開を行い、スケールと共に非等方性がどの程度減衰するかを解析した。

1 辺が 2π の立方体内において周期境界条件のもとで、ランダムな外力 \mathbf{f} により励起される非圧縮流体の定常な一様な平均スカラー勾配と、 x_3 方向に一様な平均スカラー勾配 Γ が印加された受動的スカラー q を直接数値シミュレーション (DNS) した。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla q_v = \kappa \nabla^2 q_v - \Gamma u_3$$

定常状態におけるスカラー q の非等方性を調べるために、2 点相関関数をルジャンドル展開する。

$$\begin{aligned} Q_v(r, \mu) &= \langle q_v(x+r)q_v(x) \rangle \\ &= A_0(r) + A_2(r)P_2(\mu) + A_4(r)P_4(\mu) + \dots \end{aligned}$$

ここで $P_{2n}(\mu)$ は $2n$ 次のルジャンドル多項式であり、 x_3 方向の対称性を考慮して偶数次のみが非ゼロであることを用いている。展開係数は積分

$$A_l(r) = \frac{2l+1}{4\pi} \int Q_v(r, \mu) P_l(\mu) d\Omega$$

によって計算されるが、例えば Gaussian quadrature を用いて計算すると極端に精度が低下し、2 次と 4 次の分離がはなはだしく低下することが分かった。これを回避するために、まずスカラー 2 点相関関数を 2 点間ベクトル \mathbf{r} の関数として計算し、これに Lebedev quadrature によるルジャンドル展開係数を計算した。図 1 は Gauss 積分点 (左図) と Lebedev 積分点 (右図) を表示したものである。Lebedev 点は単位球面上にまんべんに分布しているのが分かる。

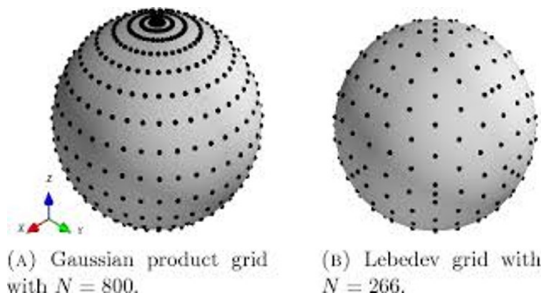


図 1 Gauss 積分点 (左) と Lebedev 積分点 (右)

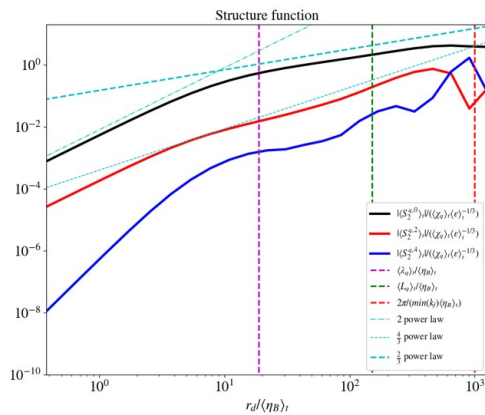


図2 スカラー q の2点相関関数のルジャンドル展開係数のスケール依存性 $Sc=0.72$. $l=0, 2, 4$ と高次になるにつれ係数は小さくなり、スケールと共に小さくなる。格子点数 512^3 , 波数バンド[1, 2]で乱流を駆動。 $Sc = 1$, $Re_\lambda \sim 300$, $Pe_\lambda \sim 130$.

Lebedev quadrature を用いてスカラー q の2次相関関数のルジャンドル展開係数を求めたものが図2である。0次, 2次, 4次と次数の増加と共にルジャンドル係数が小さくなり、かつ高次の展開係数は距離 r の減少とともに速く減衰する傾向にあることが分かる。

温度場の可視化を行った。これまでのスカラー乱流のDNSとは異なり、乱流場を励起するランダム外力の注入波数を大きな波数バンド[16, 18]にとった。乱流が等方的でも、平均一様勾配が存在する時にはスカラー場が非等方になりうることを十分な統計的に収束したデータで示すためである。高波数帯で励起することにより、乱流の積分長がシステムサイズより十分小さくなるため、統計的に独立なサンプルサイズを比較的大きくとれる。図3は、スカラー場 q の等値面である。スカラー揺らぎには平均一様勾配の方向に沿って速度場の積分長をはるかに超えてシステムサイズの特長長を持つ巨大な秩序構造が形成されることが見出された。積分長は $Lu=0.11, Lq=1.04$ と q の特長長は u の約10倍長い。一方、速度場と同じ波数領域[16, 18]で等方的なランダムなスカラーゆらぎの注入では、このような巨大構造はできない。なぜこのような巨大な構造が出現するのかという物理的説明は未だ得られていない。このような報告は筆者の知る限り、未だ見出されておらず、この説明は今後の大きな課題である。

2. 雲乱流 LES に埋め込まれた非平衡雲乱流の DNS

雲乱流中の雲粒子の成長を微視的視点に立って第1原理的に計算する雲マイクロ物理シミュレータを(CMS)を開発してきているが、この場合、雲乱流を励起するのは人為的なランダム外力を用いてなされている[1, 2]。自然な仕方で雲乱流のDNSを行うには、CMSが対象としている計算領域(約 $1m^3$ の立方体)をこれより大きな領

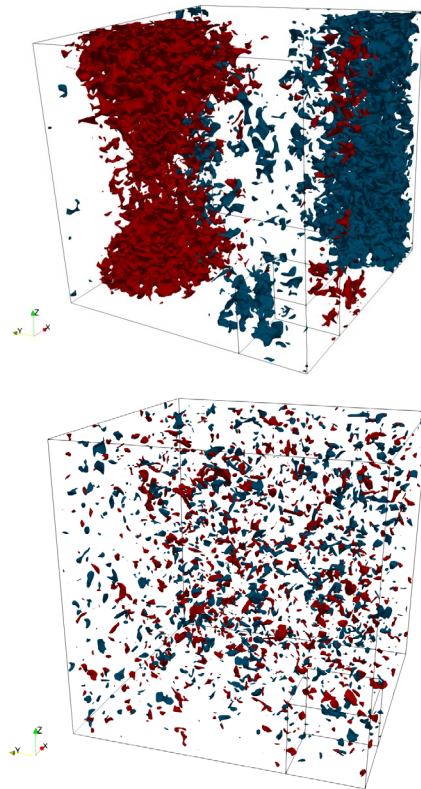


図3 波数バンド[16, 17]で乱流を駆動した場合のスカラー等値面の分布。上図: z 方向に平均温度勾配が印加された場合のスカラー等値面、下図: 同じ波数バンドで等方的でランダムな外力によるスカラー等値面。 $R_\lambda=65$, $Sc=1$, 積分長 $Lu=0.12, Lq=1.04$

域内の乱流中におき、その場所における巨視的乱流場で運動させることである(図4)。CMSの領域はより大きなスケールの乱流により運ばれ変形を受けるのであるから、このCMSの小領域を巨視的乱流場に埋め込んで、それが経験する変形速度テンソルや速度差分の時系列をCMSでの最大スケールでの外力として用いる。CMSの乱流から見れば、より大きなスケールでの速度変形テンソルが時間的に変動するため、非平衡環境下にある雲乱流となっている。

SDMの計算領域

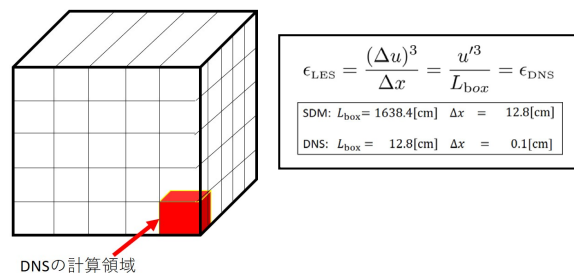


図4 LES-SDM で計算される乱流中に置かれた DNS 乱流の励起方法。両者の接続条件は LES のエネルギー散逸率と DNS のエネルギー散逸率が等しいこと。

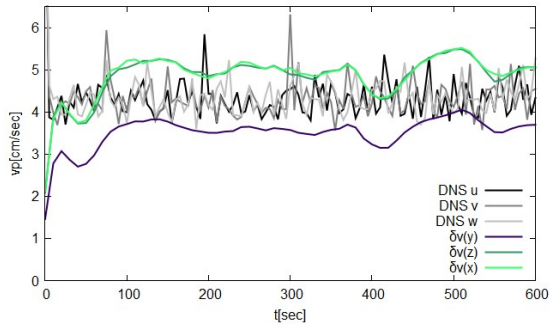


図5 LES と DNS の乱流運動エネルギー散逸率を等しくとした場合、粗視化コード (LES) の最小格子 Δx で計算した速度差分 δu と、DNS コードでの u_{rms} はほぼ同程度。LES 乱流内に埋め込まれた DNS 乱流は非平衡状態にある。

巨視的乱流と雲粒子の挙動をシミュレートするために、乱流には LES、雲粒子には超水滴 (SDM) を用いるコードを開発した。巨視的雲中を上昇する $16 \text{ [m}^3\text{]}$ の立方体領域中の粗視化雲乱流中の最小格子での速度差分を求め、このデータを用いて埋め込まれた雲乱流 DNS の外力に用いた。両者の結合条件は、LES の最小格子幅で計算した乱流運動エネルギー輸送率が、DNS の領域の最大幅で注入する乱流運動エネルギー注入率に等しい $\epsilon_{\text{LES}} = \epsilon_{\text{DNS}}$ 、というものである。図5は、粗視化コード (LES) の最小格子 Δx で計算した速度差分 δu^{LES} と、DNS コードでの u_{rms} の時間発展である。DNS の $u_{\text{rms}}(t)$ は各成分ともおおむね等しい振幅でありかつ等方的である。また、時間変動間隔は短い。一方、 δu^{LES} は $u_{\text{rms}}(t)$ とほぼ同程度のゆらぎ幅であるが、等方性からはややずれている。

3. 超大規模 DNS による微小慣性粒子の乱流衝突機構の解明

流雲中では激しい乱流によって雲粒子同士の衝突が促進される。その促進効果を正しく予測することが豪雨予測の高精度化に欠かせない。これまでに、世界に先駆けて、雲粒のような微小慣性粒子の乱流衝突機構に及ぼすレイノルズ数の影響を明らかにした (Onishi & Vassilicos, 2014 [3]; Onishi & Seifert, 2016[4])。本研究では、これまでに得た知見の追認を目的として、 $8,192^3$ 格子を用いてテイラーマイクロスケール基準レイノルズ数 Re_λ が 1390 に及ぶ高レイノルズ数の定常等方性流れを得た上で、その中に 82 億粒子を混入し、個々の粒子の運動をラグランジアン的に追跡し、乱流衝突統計量を得た。対象とする粒子のストークス数 $St (= \tau_p/\tau_l)$ 、 τ_p は粒子の緩和時間、 τ_l は乱流のコルモゴロフ時間) を 0.4 に設定した。

図6に、4次モーメントであるフラットネスファクター $F (= \langle (\partial u / \partial x)^4 \rangle / \langle (\partial u / \partial x)^2 \rangle^2)$ の Re_λ 依存性を示す。従来の知見と同じく、 Re_λ 増大とともに指数的に増大することを確認できた。

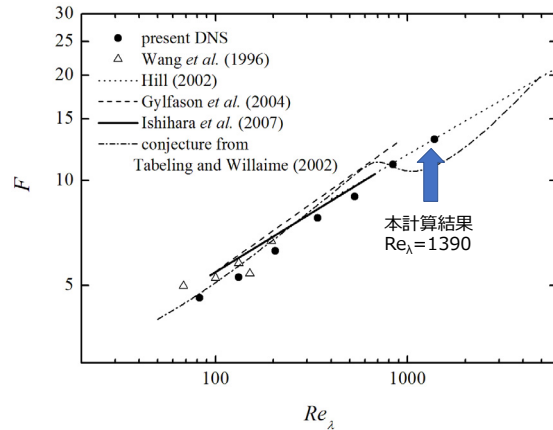


図6 フラットネスファクター F が Re_λ の増大とともに指数的に増大する。

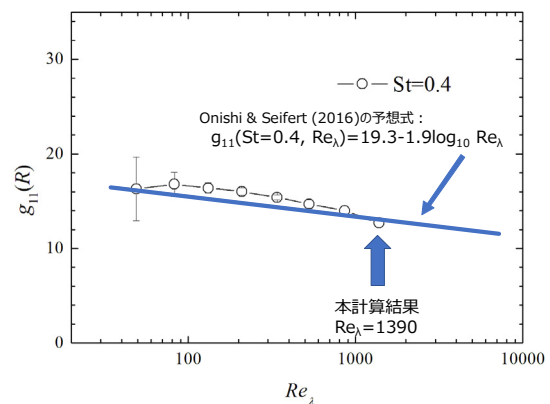


図7 粒子のクラスタリング効果が Re_λ の増大とともに減少すること、その割合が Onishi & Seifert (2016) の予想式にほぼ従うことを確認できた。

図7に、粒子が偏在することにより衝突因子を増大させる効果、つまり、粒子のクラスタリング効果の Re_λ 依存性を示す。 Re_λ 増大とともにクラスタリング効果が減少すること、その割合が Onishi & Seifert (2016) [4] の予想式によって説明できることを確認できた。

これらの結果は、クラスタリング効果のレイノルズ数依存性は、レイノルズ数によって乱流の間欠性が変化することによって引き起こされるとする間欠性依存説[3]を支持する。

本研究で実施した計算は非常に規模が大きい。具体的には $8,192^3$ 格子を用いた流体計算のリスタートデータだけでも、一セットで 31TB (倍精度) に及ぶ。従来それを単精度にして保存してきた。それでも 16TB に及び、大量のストレージを消費してきただけでなく、長時間のステージングを要してきた。本年度は、大規模格子データに対する不可逆圧縮法[5]を活用し、ストレージ容量を 10 分の 1 に削減することができた。さらに、ステージング時間に関しては従来 1.5 時間かかっていたものを圧縮、解凍に要する時間を含めて 11 分程度に短縮することに成功した。

謝辞

後藤, 渡邊, 齋藤の研究はそれぞれ科研費15H02218, 18K03925, 18K13611の支援を受けてなされました.

文献

- [1] I. Saito and T. Gotoh, "Turbulence and cloud droplets in cumulus clouds", *New J. Phys.* **20** (2018) 023001 (25 pages)
- [2] T. Gotoh, T. Suehiro, and I. Saito, "Continuous growth of cloud droplets in cumulus cloud", *New J. Phys.* **18** (2016) 043042 (19 pages)
- [3] Onishi & Vassilicos, Collision Statistics of Inertial Particles in Two-Dimensional Homogeneous Isotropic Turbulence with an Inverse Cascade, *J. Fluid. Mech.* **745**, 279-299 (2014)
- [4] Onishi & Seifert, Reynolds-number dependence of turbulence enhancement on collision growth, *Atmos. Chem. Phys.*, **16**, 12441-12455 (2016)
- [5] D. Kolomenskiy, R. Onishi and H. Uehara, Data compression for environmental flow simulations, arXiv:1810.04822

Large Scale Numerical Simulation and Modeling of Turbulent Scalar Transport in Nonequilibrium Environments

Project Representative
Toshiyuki Gotoh Nagoya Institute of Technology

Authors
Toshiyuki Gotoh*¹, Ryo Onishi*², Takeshi Watanabe*¹, Izumi Saito*¹,
Dmitry Kolomenskiy*², Keigo Matsuda*², Tatsuya Yasuda*¹

*¹ Nagoya Institute of Technology, *²Center for Earth Information Science and Technology, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Scale dependence of the two point correlation functions of passive scalar under the mean uniform gradient is analyzed in terms of the Legendre expansion with the Lebedev quadrature. The expansion coefficients decay with the order and decrease of the separation distance. The passive scalar exhibits large scale structure extended along the direction of the mean gradients. It is found by large scale DNS with the grid points 8,192³ and 8.2 billions of cloud droplets that when the Reynolds number increases the intermittency increases but the collision rate decreases because the particle clustering is suppressed by the enhanced intermittency.

Keywords : anisotropy, cloud turbulence, collision rate, intermittency, clustering

1. Anisotropy of passive scalar under uniform mean scalar gradient

In order to study anisotropy of a passive scalar under the uniform mean scalar gradient in isotropic turbulence, which is typical and simplest situation observed in the atmosphere and ocean, we have performed the direct numerical simulation of the passive scalar in steady turbulence. The scalar q is excited in terms of the uniform gradient Γ applied along the x_3 direction while the velocity field is excited by the random force to sustain steady state. The correlation function $\langle q(x+r)q(x) \rangle$ is expanded in terms of the Legendre polynomials as

$$Q_v(r, \mu) = \langle q_v(x+r)q_v(x) \rangle = A_0(r) + A_2(r)P_2(\mu) + A_4(r)P_4(\mu) + \dots$$

$$A_l(r) = \frac{2l+1}{4\pi} \int Q_v(r, \mu) P_l(\mu) d\Omega$$

The straightforward integration to obtain the expansion coefficients using the Gaussian quadrature is found to be very poor in accuracy. To avoid this, once the correlation function is computed as the separation vector r , we compute the expansion coefficients $A_l(r)$ by using the Lebedev quadrature, in which the distribution of the grid points over the unit sphere

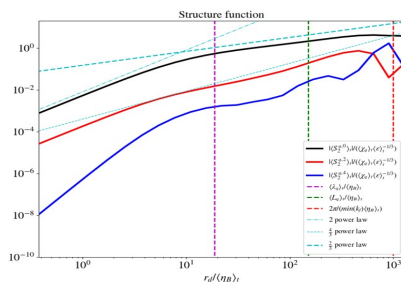


Figure 1 Legendre expansion coefficients of the second order moment of the scalar increment. $Sc = 1, Re_\lambda \sim 300, Pe_\lambda \sim 130$.

is uniform unlike the case of the Gaussian quadrature. Figure 1 shows the comparison of the expansion coefficients for the order 0, 2, and 4 as functions of r . It is seen that $A_l(r)$ becomes smaller with the order l and its decay in decreasing r becomes faster with increase of the order, which in turn means that the anisotropy becomes weaker at small scales as far as the Schmidt number $Sc = \nu/\kappa$ is order unity.

The fluctuation field of the scalar q when the velocity field is excited at the wavenumber band [16,18], considerably higher than the previous studied. The integral scale of the velocity field is about $Lu=0.12$. Figure 2 shows visualization of the scalar fluctuation. It is seen that a very large spatial coherent structure extended along the direction of the mean uniform gradient emerges. The structure consists of many pieces of small scalar fragments of which size is about the velocity integral scale. On the other hand, a passive scalar, which is excited by the random fluctuations applied at the same wavenumber band as that of the velocity, does not have such a

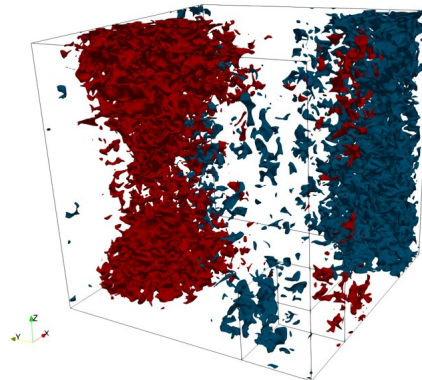


Figure 2 Equisurface of scalar q convected by the isotropic turbulence which is excited by the random force applied at the wave number band [16,17]. Red: $q > 0$, blue: $q < 0$. $Sc=1, R_l=65$. Integral scales are $Lu=0.12, Lq=1.04$

large structure (figure not shown). Physical explanation is not known.

2. DNS of nonequilibrium cloud turbulence embedded in the LES of cloud turbulence

We have explored method of turbulence excitation used in DNS of cloud microphysics simulator (CMS) [1,2]. The forcing is generated by using the time series data of the velocity increments computed at the smallest grid separation in the LES of cloud turbulence. The condition connecting the DNS and LES is that the same amount of the kinetic energy must be transferred from LES and received by DNS. It is found that the resulting turbulence intensities on both simulations are nearly the same.

3. Reynolds number dependence of collision statistics of inertial particles in homogeneous isotropic turbulence

Onishi and Vassilicos (2014) [3] proposed the hypothesis that the intermittent nature of turbulence decreases the so-called clustering effect on the collisions of inertial particles in homogeneous isotropic turbulence (HIT). Onishi and Seifert (2016) then quantified the decrease trend based on the intermittency hypothesis. In this project, we have conducted extremely large direct numerical simulations (DNSs) of inertial particles in HIT to further investigate the Reynolds dependence of clustering effect for the inertial particles with the Stokes number of 0.4 in wider range of Reynolds numbers. Figure 3 shows the clustering effect against the Taylor-microscale based Reynolds number. The present results agree with the conjecture from Onishi and Seifert (2016), supporting the intermittency hypothesis.

We have handled extremely large-sized restart files. For example, a set of restart files for the flow simulation with $8,192^3$ grids sum up to 16TB even in single precision. A successful application of the irreversible (lossy) compression based on wavelet transformation [6] shows compression of flow restart file by a factor of 10 and reduction in the total staging time in the Earth Simulator system, i.e., data transfer time plus encoding and decoding time, by a factor of 8.

Acknowledgement

T.G., T.W., and I. Saito's work were supported by JSPS Kakenhi, 15H02218, 18K03925, and 18K13611, respectively.

××

References

[1] I. Saito and T. Gotoh, "Turbulence and cloud droplets in cumulus clouds", *New J. Phys.* **20** (2018) 023001 (25 pages)

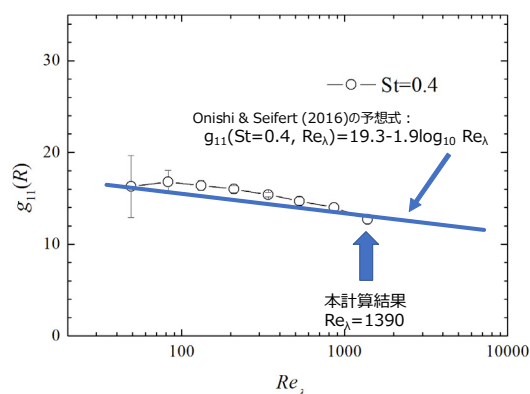


Figure 3 The radial distribution function at contact against the Taylor microscale based Reynolds number Re_{λ} . The solid line shows the conjecture from Onishi & Seifert (2016) [4].

[2] T. Gotoh, T. Suehiro, and I. Saito, "Continuous growth of cloud droplets in cumulus cloud", *New J. Phys.* **18** (2016) 043042 (19 pages)

[3] Onishi & Vassilicos, Collision Statistics of Inertial Particles in Two-Dimensional Homogeneous Isotropic Turbulence with an Inverse Cascade, *J. Fluid. Mech.* **745**, 279-299 (2014)

[4] Onishi & Seifert, Reynolds-number dependence of turbulence enhancement on collision growth, *Atmos. Chem. Phys.*, **16**, 12441-12455 (2016)

[5] D. Kolomenskiy, R. Onishi and H. Uehara, Data compression for environmental flow simulations, arXiv:1810.04822