

## せん断乱流中における乱流プラントル数に及ぼす大規模構造の影響

課題責任者

酒井 康彦 名古屋大学大学院工学研究科

著者

酒井 康彦\*<sup>1</sup>, 伊藤 靖仁\*<sup>1</sup>, 岩野 耕治\*<sup>1</sup>, 高牟礼 光太郎\*<sup>1</sup>, 檜垣 秀一\*<sup>1</sup>,  
大西 領\*<sup>2</sup>, 松田 景吾\*<sup>2</sup>\*<sup>1</sup> 名古屋大学大学院工学研究科, \*<sup>2</sup> 海洋研究開発機構地球情報基盤センター

せん断乱流は大気海洋中などの自然界および各種工業装置の中で頻繁に見られ、この乱流場における運動量輸送とスカラ輸送の詳細を調べることは工学的に重要である。本研究では大規模渦の動的構造が運動量輸送とスカラ輸送の特性、特に乱流プラントル数に与える影響やその物理的な機構を、空間的に発達する自由せん断混合層の直接数値シミュレーションを行うことで明らかにした。計算の結果、非相似領域にあたる大規模構造が支配的な乱流混合層の上流側では、中心軸上における運動量輸送とスカラ輸送に相違が見られることが明らかになった。これは運動量は逆勾配方向の輸送効果が生じるのに対して、スカラ輸送では全波数領域で順勾配方向に輸送されるために、結果的に運動量輸送とスカラ輸送の駆動力に違いが生じ、乱流プラントル数の低下を引き起こすことが明らかになった。一方下流の自己相似領域では、主流方向位置に関わらず乱流プラントル数は  $Pr_T = 0.78$  のほぼ一定値を取った。

キーワード：混合層、スカラ拡散、乱流プラントル数、DNS、遷移

## 1. 結論

せん断乱流は自然界および各種工業装置の中で頻繁に見られ、この乱流場における運動量輸送とスカラ輸送の詳細を調べることは工学的に重要である。

せん断乱流において、運動量輸送とスカラ輸送の駆動力の差は渦拡散係数  $\nu_T$  と乱流拡散係数  $\alpha_T$  の比で定義される乱数プラントル数  $Pr_T (= \nu_T / \alpha_T)$  によって評価される。過去に  $Pr_T = \text{const}$  を仮定したいくつかの乱流モデルが開発されてきているが、様々なせん断乱流中で異なっている。これらの乱流場の乱流プラントル数の値は流動場や流入条件に依存しており、おおよそ  $0.5 < Pr_T < 1.0$  の値を取ることが知られている。

乱流プラントル数が乱流場によって変化する原因については、これまでにも調査されてきた。Fiedler[1,2] は大規模渦の存在が  $Pr_T$  に影響すると考え、大規模渦が支配的な二次元せん断乱流における運動量とスカラ量の輸送を調査した。その結果、大規模な渦運動によって熱が運動量よりも積極的に輸送されることを明らかにした。Chambers 他[3]は、乱流場が大規模渦の動的構造によって支配されるとき、一般的な乱流場の乱流プラントル数 ( $Pr_T = 0.5 \sim 1.0$ ) よりも小さい値を取ることを示した。

ここで、せん断流の流動場や初期条件の違いは、大規模渦の動的構造に影響を及ぼす[4,5]。この事実からも、Fiedler[1,2]の主張は理にかなっていると言える。しかし、大規模渦の動的構造が運動量輸送とスカラ輸送の特性、特に乱流プラントル数に与える影響やその物理的な機構については依然として明確に言及されていない。

そこで本研究では、空間的に発達する自由せん断混合層の直接数値シミュレーションを行い、ケルビン-ヘル

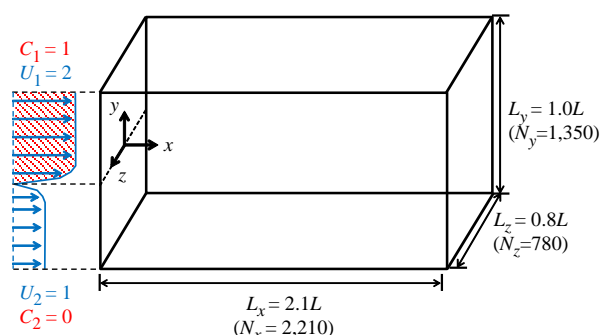


Fig. 1 Schematic of computational domain.

ムホルツ不安定性によって誘起された大規模渦の動的構造が運動量輸送とスカラ輸送の特性、特に乱流プラントル数に及ぼす影響を調べた。

## 2. 直接数値計算

本研究では Takamura 他[6]で使用されたデータを用いて解析を行った。Fig. 1 に計算領域の概略図を示す。座標軸は、流体流入中心部を原点とし、下流方向に  $x$ 、鉛直方向に  $y$ 、水平方向に  $z$  と定義した。計算領域は  $L_x \times L_y \times L_z = 2.1L \times L \times 0.8L$  の直方体である。ここで、 $L$  は鉛直方向の計算領域長さである。計算領域の格子点数は、 $N_x \times N_y \times N_z = 2,210 \times 1,350 \times 780$  である。計算格子は  $x, z$  方向に等間隔格子、 $y$  方向に関しては  $y = 0$  近傍が密となる不等間隔格子とした。 $x$  および  $z$  方向の計算格子間隔は、 $0.001L$  の一定値である。また、 $y$  方向の計算格子間隔は  $y = 0$  付近でおおよそ  $0.0004L$  の最小値を取る。本計算の

空間解像度は全領域において  $2.7\eta$  よりも小さい (ここで,  $\eta = \nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4}$ ,  $\eta$  は Kolmogorov 長,  $\nu$  は動粘性係数,  $\varepsilon$  はエネルギー散逸率). 断面平均流速  $U_0 (= (U_1+U_2)/2)$  と  $L_y$  によって無次元化した時間刻みを  $\Delta t = 5.7 \times 10^{-4}$  とし, 最大の Courant 数が 0.3 より小さい値を取るよう設定された.

本研究の初期条件は Ito 他 [7] の実験の流入条件を参考にして与えられた. 流入部 ( $x=0$ ) において,  $y=0$  を境にして上層および下層の主流方向一様流速はそれぞれ  $U_1 = 2.0$ ,  $U_2 = 1.0$  ( $\Delta U = U_1 - U_2 = 1.0$ ) とした. さらに, 乱流化を促進させるため, 初期条件における主流方向の流速には  $0.02\Delta U$  の大きさの主流方向のランダムノイズを加えた. 断面平均流速  $(U_1+U_2)/2$  と  $L$  に基づくレイノルズ数は  $Re = 10000$  とした. 上層流と下層流のスカラ濃度は各々,  $C_1 = 1.0$ ,  $C_2 = 0$  とした. スカラ場はパッシブな状態を仮定し, 運動量およびスカラ輸送の非相似性の比較を行うため, 分子プラントル数は  $Pr = 1.0$  とした.

流動場およびスカラ場の支配方程式は, 非圧縮性流体に対する連続の式, Navier-Stokes 方程式および物質の移流拡散方程式である. 支配方程式の数値解法には, 部分段階法を用いた. 時間進行には三次精度の Runge-Kutta 法および Crank-Nicolson 法を用いた. 空間離散化には,  $x$ ,  $z$  方向に四次精度中心差分,  $y$  方向に二次精度中心差分を用いた. Poisson 方程式は共役勾配法を用いて解いた. 計算格子にはスタガード格子を用いた. 境界条件は, 計算領域上下境界にスリップ条件, 左右境界に周期境界条件, 流出境界に粘性対流流出条件とした.

### 3. 計算結果

Figs. 2(a), (b) に  $x$ - $y$  断面における瞬時の主流方向流速およびスカラの分布を示す. 瞬時の主流方向速度分布 (Fig.2 (a)) から, 混合層厚さが下流に進むほど増加し,

複雑に混合していることがわかる. 瞬時スカラ分布 (Fig.2 (b)) もまた, 下流方向に混合層厚さが増加するが, その分布の様子は主流方向速度分布とは明らかに異なっている.

次に, 運動量およびスカラ輸送の駆動力の差を議論するために, 乱流プラントル数  $Pr_T$  を導入する. ここで,  $Pr_T$  は次式のように定義した.

$$Pr_T = \frac{\nu_t}{\alpha_t} = \frac{-\overline{u'v'}/(d\bar{U}/dy)}{-\overline{v'c'}/(d\bar{C}/dy)} \quad (9)$$

上式で,  $\bar{U}$ ,  $\bar{C}$  はそれぞれ  $x$  方向平均速度およびスカラの平均値を示す. また  $u'$ ,  $v'$ ,  $c'$  は各々  $x$  方向変動速度成分,  $y$  方向変動速度成分, 変動スカラ成分を示す.

Fig. 3 (a) に  $Pr_T$ ,  $\nu_t$ , および  $\alpha_t$  の中心軸上における主流方向変化を示す. ただし,  $-\overline{u'v'}$  は時間平均レイノルズせん断応力を,  $-\overline{v'c'}$  は時間平均鉛直方向スカラフラックスを示す. また,  $d\bar{U}/dy$  および  $d\bar{C}/dy$  はそれぞれ鉛直方向に対する平均速度勾配および平均スカラ勾配である. 図より,  $Pr_T$  は  $xL < 1.4$  まで下流方向に変化するが,  $xL > 1.4$  で  $Pr_T = 0.78$  の一定値を示すことがわかる. 発達したさまざまな乱流場では  $0.5 < Pr_T < 1.0$  の値を取ることが知られており, 本研究における  $xL > 1.4$  での  $Pr_T$  はその範囲内である. この時,  $\nu_t$  と  $\alpha_t$  の値は,  $xL > 1.4$  で下流方向にほぼ線形的に増加していることがわかる. 次に, Figs. 3 (b), (c) に,  $Pr_T$  に含まれる要素を分解して示した.  $d\bar{U}/dy$  および  $d\bar{C}/dy$  は  $xL = 0.1$  で,  $-\overline{u'v'}$  および  $-\overline{v'c'}$  は  $xL = 0.4$  でそれぞれ最大値をとり, それよりも下流に進むにつれて, 単調に減衰する. この時,  $(d\bar{U}/dy)/(d\bar{C}/dy)$  および  $-\overline{u'v'}/\overline{v'c'}$  はともに  $xL > 1.4$  でほぼ一定になる.

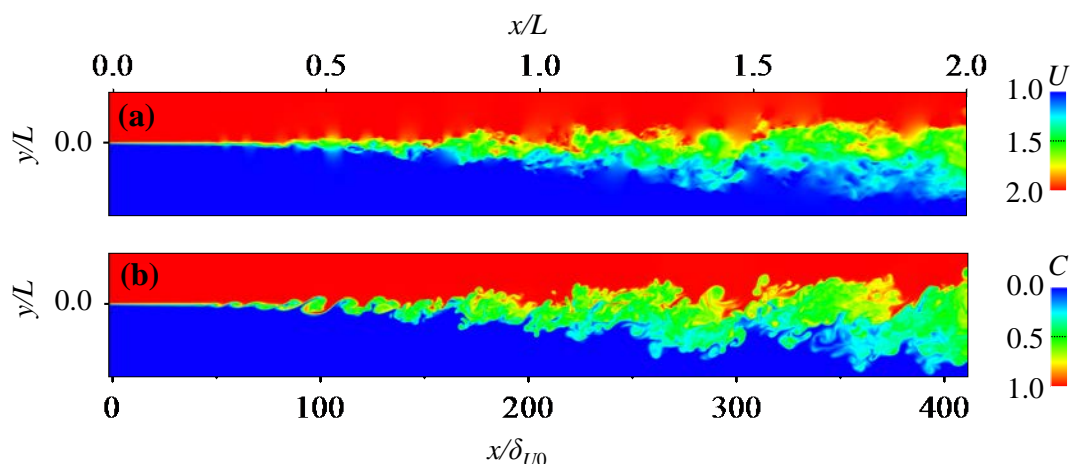


Fig. 2 Instantaneous images of the (a) streamwise velocity and (b) scalar on  $x$ - $y$  plane ( $z=0$ ).

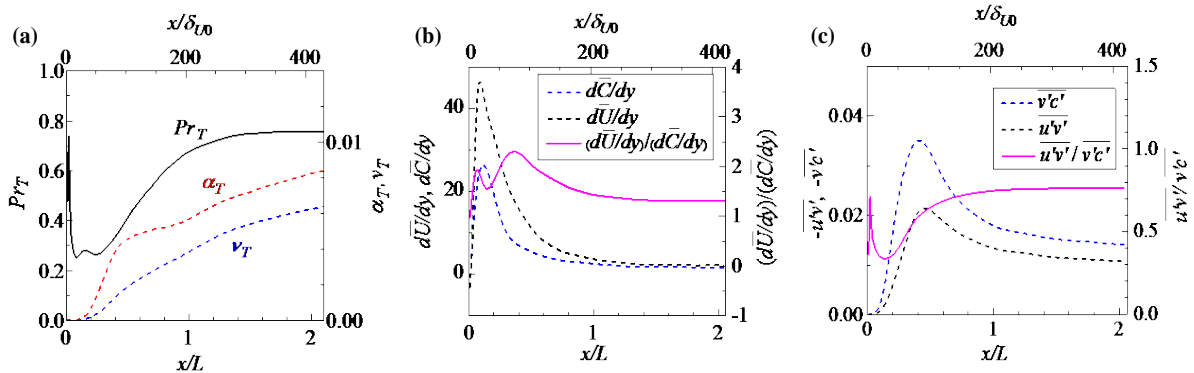


Fig. 3 Streamwise distributions of the (a)  $Pr_T$ ,  $v_T$ , and  $\alpha_T$ , (b)  $d\bar{U}/dy$ ,  $d\bar{C}/dy$ , and  $(d\bar{U}/dy)/(d\bar{C}/dy)$ , and (c)  $-u'v'$ ,  $-v'c'$ , and  $u'v'/v'c'$  at the center ( $y=0$ ).

Figs. 4 に、無次元化された  $u'$  と  $v'$  および  $v'$  と  $c'$  の結合確率密度関数分布を示す。Figs. 4 (a)-(c) に示す  $u'$  と  $v'$  の結合確率密度関数分布は、いずれの流下位置においても負の相関をもち、類似の分布を示す。Figs. 4 (d)-(f) に示す  $v'$  と  $c'$  の結合確率密度関数分布もまた負の相関を取るが、 $x/L = 0.78$  ( $x/\delta_{T0} = 160$ ) および  $x/L = 1.38$  ( $x/\delta_{T0} = 283$ ) の流下位置では、図中の [A] と [B] で示すような特異的な分布が見られた。ここで、[A] と [B] はそれぞれ  $C = 1$  と  $C = 0$  に対応する。この特異的な分布は  $u'$  と  $v'$  の結合確率密度関数分布 (Figs. 4 (a), (b)) には見られない。 $x/L = 1.95$  ( $x/\delta_{T0} = 400$ ) において、 $v'$  と  $c'$  の結合確率密度関数分布には特異的な分布はほぼ見られず、 $u'$  と  $v'$  の結合確率密度関数分布とほぼ同様の分布を示した。

#### 4. 結論

本研究では、空間的に発達する自由せん断混合層の直接数値シミュレーションを行い、大規模渦の動的構造が乱流プラントル数に及ぼす影響を調べた。主な結論として、非相似領域にあたる大規模構造が支配的な乱流混合層の上流側では、運動量輸送とスカラー輸送に相違が見られることが明らかになった。これは、運動量の逆勾配方向の輸送効果が生じるが、スカラー輸送では全波数領域で順勾配方向に輸送されるために、結果的に運動量輸送とスカラー輸送の駆動力に違いが生じるためである。一方下流の自己相似領域では、主流方向位置に関わらず乱流プラントル数は  $Pr_T = 0.78$  のほぼ一定値を取った。

#### 謝辞

本計算は海洋研究開発機構・地球シミュレータセンターのスーパーコンピュータ (NEC SX-ACE) を用いて行われた。また、本研究の一部は科研費 (No. 18H01369) の

援助を受けて行われた。

#### 文献

- [1] Fiedler, H. E., "transport of heat across a plane turbulent mixing layer", *Advances in Geophysics*, Vol.18, pp. 93-109 (1975).
- [2] Fiedler, H. E., "On turbulence structure and mixing mechanism in free turbulent shear flows," *Turbulent Mixing in Nonreactive and Reactive Flows*, pp. 381-409 (1975).
- [3] Chambers, A., Antonia, R., Fulachier, L., "Turbulent Prandtl number and spectral characteristics of a turbulent mixing layer", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 1461-1468 (1985).
- [4] Slessor, M. D., Bond, C. L., Dimotakis, P. E., "Turbulent shear-layer mixing at high Reynolds number: effects of inflow conditions", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 376, pp. 115-138 (1998).
- [5] Pickett, L. M., Ghandhi, J. B., "Passive scalar mixing in planar shear layer with laminar and turbulent inlet condition", *Physics of Fluids*, Vol. 14, pp. 985-998 (2001).
- [6] Takamura, K., Ito, Y., Sakai, Y., Iwano, K., Hayase, T., "Momentum transport process in the quasi self-similar region of free shear mixing layer", *Physics of Fluids*, Vol. 30, 015109 (2018).
- [7] Ito, Y., Nagata, K., Sakai, Y., Terashima O., "Momentum and mass transfer in developing liquid shear mixing layers", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 51, pp. 28-36 (2013).

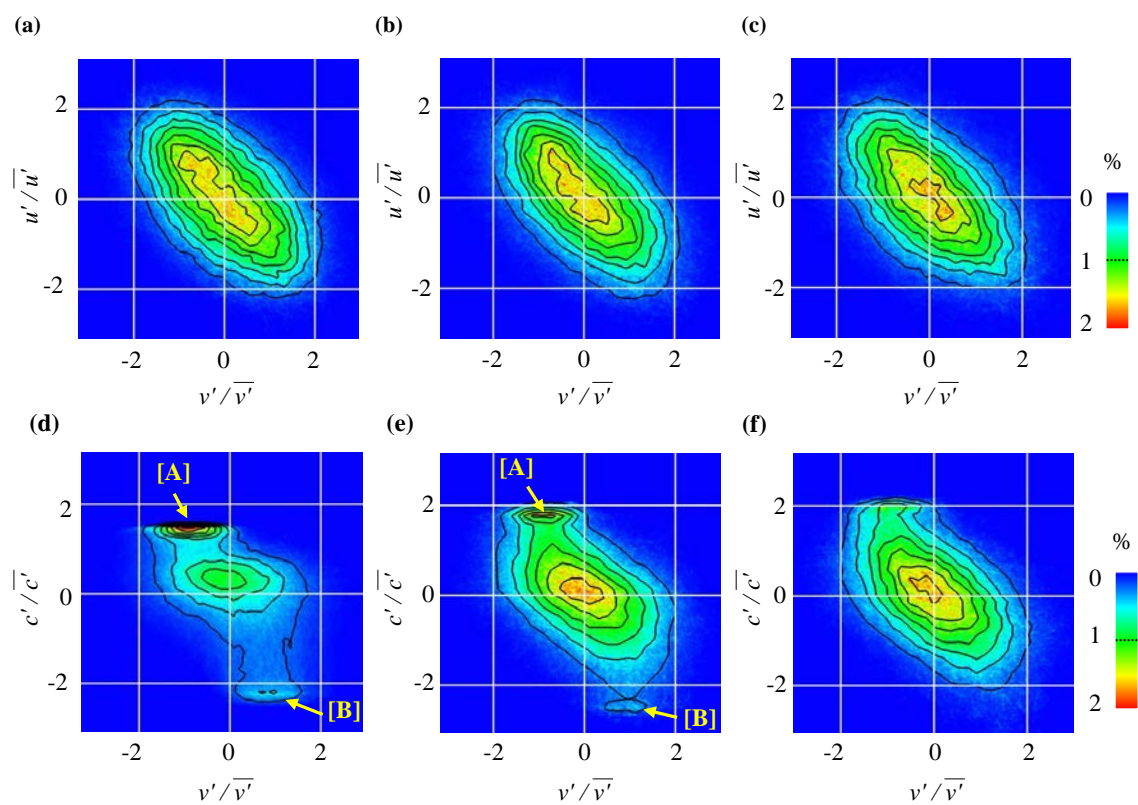


Fig. 4 Joint probability density functions of (a-c)  $u'$  and  $v'$  and (d-f)  $v'$  and  $c'$ . (a, d)  $xL=0.78$  ( $x/\delta_U=160$ ), (b, e)  $xL=1.38$  ( $x/\delta_U=283$ ), (c, f)  $xL=1.95$  ( $x/\delta_U=400$ ) at the center ( $y=0$ )

# Effects of Large-scale Structure on Turbulent Prandtl Number in Turbulent Shear Flows

Project Representative

Yasuhiko Sakai Dept. of Mechanical Systems Engineering, Nagoya University

Authors

Yasuhiko Sakai<sup>\*1</sup>, Yasumasa Ito<sup>\*1</sup>, Koji Iwano<sup>\*1</sup>, Kotaro Takamure<sup>\*1</sup>, Shuichi Higaki<sup>\*1</sup>  
Ryo Onishi<sup>\*2</sup>, Keigo Matsuda<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup>Dept. of Mechanical System Engineering, Nagoya University

<sup>\*2</sup> Center for Earth Information and Technology, JAMSTEC

It is of great importance to investigate momentum and scalar transfer in turbulent shear flows because they appear in a wide variety of situations in atmosphere and ocean, and many engineering applications. We have run a direct numerical simulation of a spatially developing shear mixing layer. The aim of this study is to clarify the effects of the large-scale structure on the turbulent Prandtl number  $Pr_T$ . It is revealed that  $Pr_T$  takes a small value ( $Pr_T \sim 0.5$ ) in the upstream region, where the large-scale structure clearly exists. In the downstream region, on the other hand,  $Pr_T$  takes nearly a constant value of 0.78. The existence of fluid mass of  $C=0$  and 1.0 significantly influences the change of  $Pr_T$  in the streamwise direction.

Keywords : Mixing layer, Scalar diffusion, Turbulence, DNS, Transition

## 1. Introduction

It is of great importance to investigate momentum and scalar transfer in turbulent shear flows because they appear in a wide variety of situations in atmosphere and ocean, and many engineering applications. Similarity between momentum and scalar transfer in turbulent shear flows is often represented by the turbulence Prandtl number  $Pr_T$ , which is defined by the ratio of the eddy diffusivity coefficient  $\nu_T$  and turbulent scalar diffusivity coefficient  $\alpha_T$ . In this paper, we investigate the effects of the large-scale structure on  $Pr_T$ , in a turbulent shear mixing layer.

## 2. Direct Numerical Simulation

The present study used the data set obtained in Takamure et al.[1] Figure 1 shows the schematic of the computational domain. It has a size of  $L_x \times L_y \times L_z = 2.1L \times L \times 0.8L$  resolved by  $N_x \times N_y \times N_z = 2,210 \times 1,350 \times 780$ . As the inlet condition, the upper stream and lower stream are given as  $U_1 = 2.0$  and  $U_2 = 1.0$  ( $\Delta U = U_1 - U_2 = 1.0$ ), respectively. The Reynolds number based on the average velocity ( $= (U_1 + U_2)/2$ ) and  $L$  is  $Re = 10000$ . The initial scalar values for the upper and lower streams are set to  $C_1 = 1.0$  and  $C_2 = 0$ , respectively. The molecular Prandtl number was set to  $Pr = 1.0$ .

The governing equations were solved by fractional step method. The 3rd-order Runge-Kutta method and Crank-Nicolson method were employed for time marching. A 2nd-order central difference scheme was used for discretization in the  $x$  and  $z$  directions, while 4th-order central difference scheme was used in the  $y$  direction. For more details, please refer Takamure et al. [1]

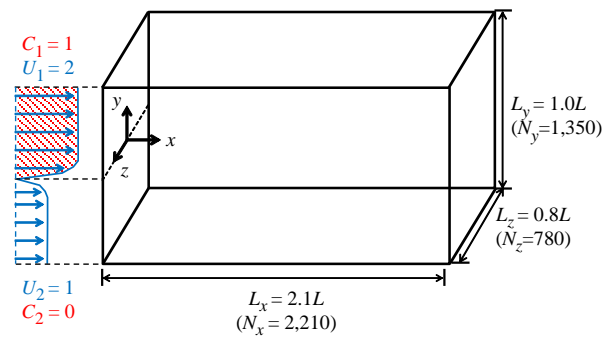


Fig. 1 Schematic of computational domain.

## 3. Results and discussion

Figure 2 (a) shows the streamwise distributions of  $Pr_T$ ,  $\alpha_T$ , and  $\nu_T$ .  $Pr_T$  changes in the region of  $x/L < 1.4$ . In the further downstream region,  $Pr_T$  takes a constant value of  $Pr_T = 0.78$ . It is known from past studies that,  $Pr_T$  takes a value from 0.5 to 1.0 in various turbulence fields for fully-developed turbulence. To investigate in more detail, we show  $d\bar{U}/dy$ ,  $d\bar{C}/dy$ , and  $(d\bar{U}/dy)/(d\bar{C}/dy)$  in Fig. 2 (b) and  $-\overline{u'v'}$ ,  $-\overline{v'c'}$ , and  $\overline{u'v'}/\overline{v'c'}$  in Fig. 2 (c), respectively, because they consist of  $\alpha_T$  and  $\nu_T$ . Here  $\bar{U}$  and  $\bar{C}$  are the mean velocity and concentration, respectively. Also  $u'$ ,  $v'$ , and  $c'$  are respectively the streamwise and vertical velocity fluctuations and scalar fluctuation. These figures indicate that the variation of  $Pr_T$  is mainly caused by the difference in the distributions of  $\overline{u'v'}$  and  $-\overline{v'c'}$ . Therefore, the joint probability density functions (JPDFs) for these terms were calculated.

Figures 3 shows the JPDFs for  $u'$  and  $v'$  and for  $c'$  and  $v'$ . Here,  $u'$ ,  $v'$ , and  $c'$  are normalized by the root mean square values of themselves. The JPDFs of  $u'$  and  $v'$  take a negative

correlation and a similar distribution at each downstream location ( $x/L=0.78, 1.38, \text{ and } 1.95$ ). The JPDFs of  $c'$  and  $v'$  show generally similar distributions but, in the upstream region ( $x/L=0.78$ ), there exists regions of  $C=0$  and  $1.0$  in the scalar field. Although detailed explanation cannot be made here due to limitation of the pages, further analysis showed that large-scale structures contribute to this phenomenon.

#### 4. Conclusion

The present study reveals that the existence of fluid mass of  $C=0$  and  $1.0$  significantly influences on the change of  $Pr_T$  in the streamwise direction. This phenomenon appears in the region where the large-scale structure clearly exists.

#### Acknowledgement

The numerical simulation was performed at Earth Simulator (JAMSTEC). Part of the study is financially supported by Kakenhi (No. 18H01369).

#### References

- [1] Takamura, K., Ito, Y., Sakai, Y., Iwano, K., Hayase, T., "Momentum transport process in the quasi self-similar region of free shear mixing layer", Physics of Fluids, Vol. 30, 015109 (2018).

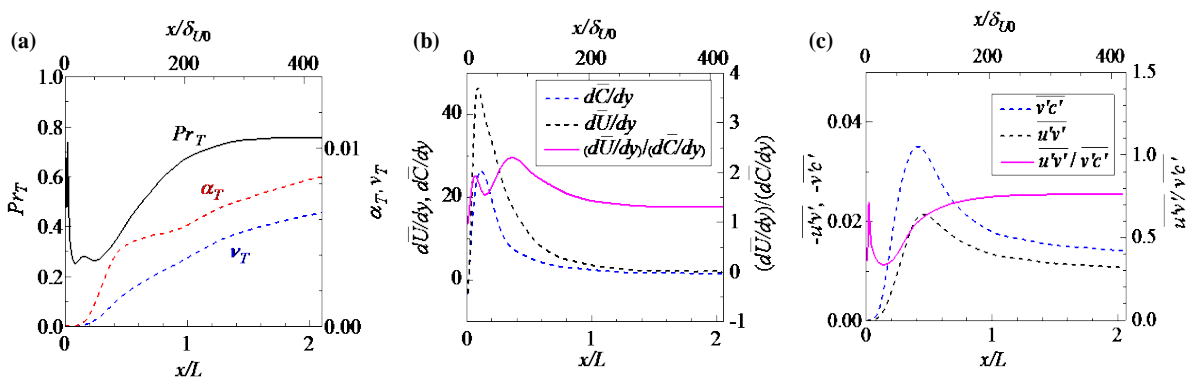


Fig. 2 Streamwise distributions of the (a)  $Pr_T$ ,  $v_T$ , and  $\alpha_T$ , (b)  $d\bar{U}/dy$ ,  $d\bar{C}/dy$ , and  $(d\bar{U}/dy)/(d\bar{C}/dy)$ , and (c)  $-\overline{u'v'}$ ,  $-\overline{v'c'}$ , and  $\overline{u'v'}/\overline{v'c'}$  at the center ( $y=0$ ).

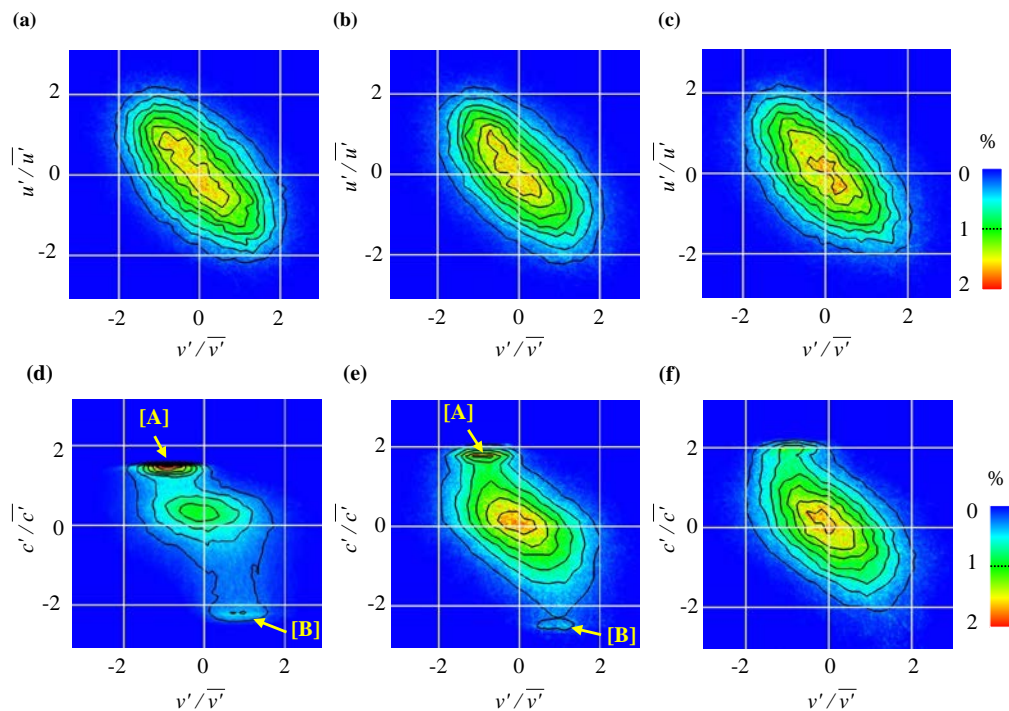


Fig. 3 Joint probability density functions of (a-c)  $u'$  and  $v'$  and (d-f)  $v'$  and  $c'$ . (a, d)  $x/L=0.78$  ( $x/\delta_U = 160$ ), (b, e)  $x/L=1.38$  ( $x/\delta_U = 283$ ), (c, f)  $x/L=1.95$  ( $x/\delta_U = 400$ ) at the center ( $y=0$ )