

磁場の影響下での液体金属の対流に現れるロール構造

課題責任者

柳澤 孝寿

海洋研究開発機構 地球深部ダイナミクス研究分野

著者

柳澤 孝寿

海洋研究開発機構 地球深部ダイナミクス研究分野

液体金属の熱対流に対して、強力で一様な水平磁場をかけると安定なロール構造が実現される。ロール軸の向きは磁場と平行である。この状態から磁場強度を下げていくとロール構造が振動するようになり、さらにロール間に生成される二次的な渦構造の磁場方向への伝搬が見られるようになる。さらに弱い磁場ではロールの数が減り、定在波の特徴を持つ振幅の大きい振動状態となる。そして無磁場で見られるような等方的な大規模構造に遷移する。この一連の過程を高解像度の数値シミュレーションと室内実験によって詳細に調べた。

キーワード：液体金属, 磁気対流, ロール構造, 振動パターン

1. はじめに

液体状態の金属による対流現象を理解することは、溶融鉄が主成分と考えられるコアを持つ地球や惑星がまとう磁場の生成メカニズムの理解にとって必須となるばかりでなく、効率的な熱輸送や良質な冶金の実現という工業的な面からも重要である。液体金属に共通する特徴は、粘性は小さく熱および電気伝導率が非常に大きいということである。低粘性であることは乱流になりやすいことを意味する一方、電気伝導率が大きいことは磁場の存在下の流れではローレンツ力が働くことを意味し、これは逆に乱流を抑制する効果を持つ[1]。上下に温度差を与えた平板間での熱浮力による対流、すなわちレイリー・ベナール対流に外部から磁場を印加した系ではこの両者の関係が典型的に現れるため、乱流への遷移を研究する対象としても役に立つ。この熱対流系を記述するのに重要なパラメータは、浮力と粘性の比であるレイリー数 Ra と、ローレンツ力と粘性の比であるチャンドラセカル数 Q である。チャンドラセカル数はハートマン数 Ha の二乗と等しい。加えて流体を特徴づけるものとして、粘性による運動量の拡散と、温度の拡散の比であるプラントル数 Pr が重要である。液体金属のような低粘性で熱拡散率の大きい、すなわち低いプラントル数の流体では、無磁場においては、対流発生の臨界 Ra 以上で定常な二次元ロールが存在できる範囲は極めて狭く、低い Ra から乱流化するが、水平磁場をかけるとその強度に対応する Q とともに定常ロール構造が安定に存在する Ra の範囲が拡大することが知られている[2, 3]。しかし実際にその様子を対流パターンとして認識するのは容易ではない。液体金属は光に対して不透明であり、通常的手法では内部の流れ場を観察するのは困難なためである。

我々は液体金属中に分散させた微粒子による超音波のドップラー効果を利用した流速分布計測により、流れ場を可視化することに成功し、それによって対流の様相を調べてきた[4-8]。これまでに得られた重要な結果は以下の通りである。強力で一様な水平磁場をかけると安定なロール構造が実現される。一方で無磁場の場合はロール

ではなく、容器スケールの大規模な循環流が形成される。この両極端の振る舞いの間には、ロール構造が不安定化し時間変動が大きくなる過程が存在する。対流の挙動の変化は Ra と Q の平面上でレジームダイアグラムとしてまとめられ、対流の様相は両パラメータの比 Ra/Q でよく整理できる[4, 6, 7]。並行して数値シミュレーションを進めていて、実験結果と整合的なシミュレーション結果を得るとともに、実験では捉えきれない微細な構造から流れ場全体の挙動までを詳細に調べた[5, 7, 8]。

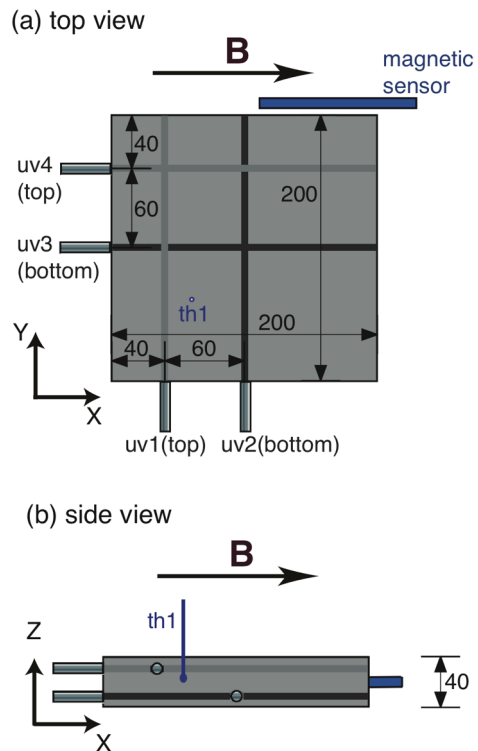


図 1 対象としている対流容器の形状と印加する磁場の方向、および実験での超音波計測のライン

2. 扱う系と手法

系の概略を図1に示す。実験では、上下に温度差を与えたアスペクト比（水平長さ／流体層厚）5の正方形容器に液体金属であるガリウム合金を満たして対流を起こす。そして大型の電磁石によって外部から一様性の良い水平磁場を印加する。磁場強度の最大値は350 mTであり、これは $Q = 3 \times 10^4$ に相当する。超音波ドップラー速度分布計測法を用いることにより、ビームライン上において各瞬間での液体金属中の流れの分布を捉えることができる。速度計測と同時に流体層内での温度変動をモニターする。実験手法の詳細は[4, 6]にある。

実験と同等な系を数値シミュレーションで扱う。計算コードには有限差分法を用い、空間には一様なグリッドを採用している。実験に合わせて上下と側壁での速度は固着の条件を与える。液体金属を特徴づけるPrとして0.025という小さい値を用いた。シミュレーション手法の詳細は[5]にある。

3. 結果

磁場が非常に強い場合には、 10^4 以上の高いRaにおいても理論[2]が予測するような磁場方向に軸を持つロール対流で時間変動のない状態が観察される。ただし完全に二次元の構造ではなく、ロール循環の流速よりは小さいながらも磁場の方向にも流速成分を持ち、場所によって異なる複雑な流れが存在することが明らかとなった[7, 8]。これは従来の研究では考えられていなかった流れである。

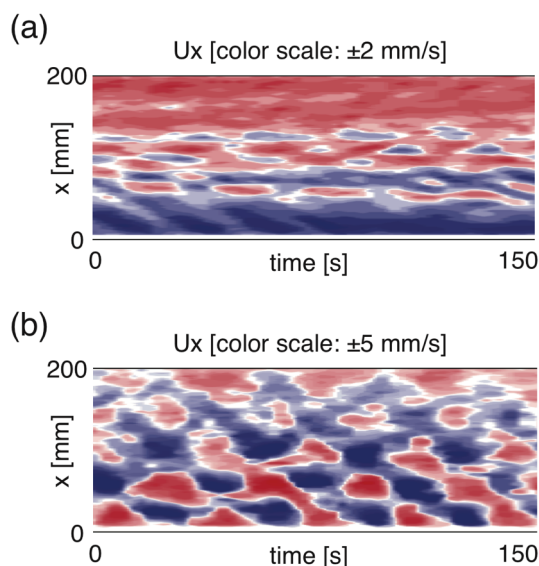


図2 実験で計測された流速の時空間マップの例。横軸は時間、縦軸は水平方向の位置で200 mmが奥の壁。磁場と平行な測線 uv4 によるもの。色は赤が0 mmから遠ざかる向き、青が近づく向きの流れを表す。(a)と(b)ではRaとQがともに異なり、(a)のほうが相対的に磁場が強い場合。

このような状態から磁場を若干弱めると、二次元性の強いロールではあるが時間変動が見られるようになる。図1のuv4の超音波計測ラインについて速度の時空間マップを図2(a)に示す。これは磁場方向にロール軸が向いた5ロールの状態、振幅の小さい振動をする対流である。特徴的なのはここに見られる斜めの帯であり、これは中央付近から両側の壁に向かって伝搬していく小規模な構造の存在を示している。平均的には上が赤、下が青という構造は、磁場が非常に強い場合に実現する定常対流においてこの場所で見られる磁場方向の流速と類似のものであり、弱いながらも存在するこの向きの定常流に、小さい構造が乗って移動しているとして解釈できる。

ここからさらに磁場を弱くすると、ロールの数が減って4になるとともに振幅の大きい振動対流になる。図2(b)がその状態でのuv4の計測ラインの結果であり、赤青のパッチがx方向と時間方向に交互に見られる。(a)の場合とちがって構造の伝搬の範囲は狭く区切られている。これは定在波の状態にある振動するロール状対流だと考えられる。さらに磁場強度を下げると、もはやロール構造は保たれなくなり、xとyの両方向に同程度の流速であるような容器スケールを持った構造に移移する。

次に同じ系を対象とした数値シミュレーションの結果を示す。この現象をシミュレートするには上下面近傍の速度／温度境界層ばかりでなく、側壁に形成される速度境界層も十分に解像する必要がある。シミュレーションは熱拡散時間と層厚による無次元化をして実行した。熱拡散時間の1が実験では152秒に相当し、無次元流速の1は0.26 mm/sに相当する。シミュレーション上の制約からRaとQは必ずしも上述の実験と合わせてはいないが、レジームの分類および各レジームでの振る舞いについて、実験結果をよく再現できている。

図3は定常に近いロール構造であるが、伝搬する構造が見えている例である。手前から奥に水平方向の一様な磁場Bをかけている。(c)は実験と対応させた流速の時空間マップでの表示であり、中央付近から両側に向かう斜めの帯の特徴など、実験による図2(a)と定性的にはよく合ったものである。ある時刻について瞬間の流れ場を(a)と(b)に示す。(a)は速度勾配テンソルの第二不変量を用いた、ロールや渦を認識しやすくする表示であり(Q-クライトリオン)、 $Q_{30} = 0$ の等値面を示している。加えて、手前の壁近傍のyz断面での流れ場を矢印で表示している。Bの方向に軸を持つメインのロールとそれに巻き付くような多数の二次的な渦の存在が見てとれる。(b)は下から1/4の高さの水平面上で、磁場方向の流速成分(U_x)をカラーで表示したものであり、赤が奥向き、青が手前向きの流れを示している。(a)と対比させると、ロールの内部で容器の中央向き、ロール間で壁向きの流れが生じていることを示している。これを動画で見ると、(c)にある斜めの帯は、(a)に見られる二次的な渦がロール間を中央から手前と奥に向かって移流することを反映したものであるのが分かる。

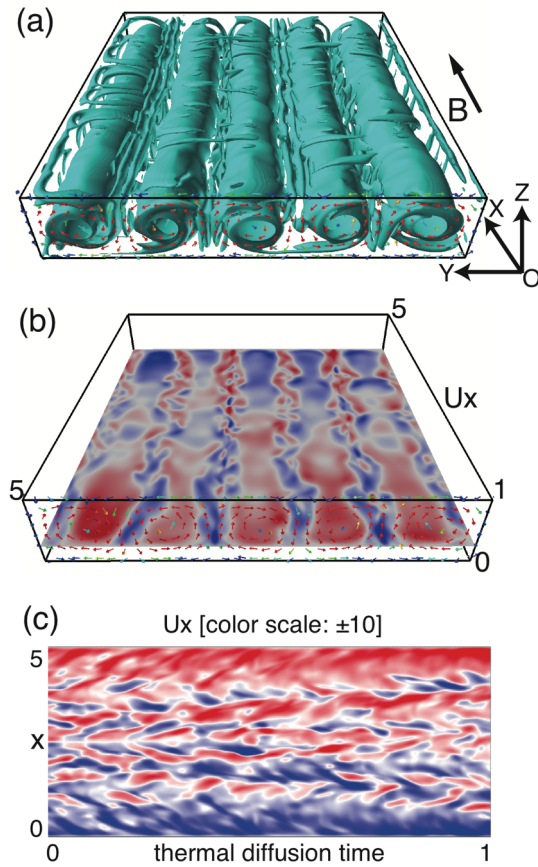


図 3 シミュレーションで再現された対流パターン。図 2(a)に対応する相対的に磁場が強い場合。(a) $Q_{30} = 0$ の等値面。メインの 5 ロール構造とそれに巻きつく多数の小さな渦が見られる。B の矢印がかけられている磁場の方向。(b) 下から 1/4 の高さの面での流速の磁場方向成分の分布。(c) 実験と対応させた計測された流速の時空間マップ。磁場と平行な測線によるもの。

これに対して図 4 は、 Ra は同じだがより小さい Q でのシミュレーションであり、大きな振幅を持つ定在波的な構造ができています。(c) に見られる特徴は実験による図 2(b) のものとよく合っている。(a) では二次的な渦がメインのロールに巻き込まれて長く引き伸ばされていることが分かる。(b) では定在波の構造を反映してチェッカーボード状の速度分布となっている。動画によると、二次的な渦が x 方向に移動する範囲は波打つロールの節と節の間に限られるように見える。さらに小さな Q では、シミュレーションにおいてもロール構造が維持されなくなることが確認できた。

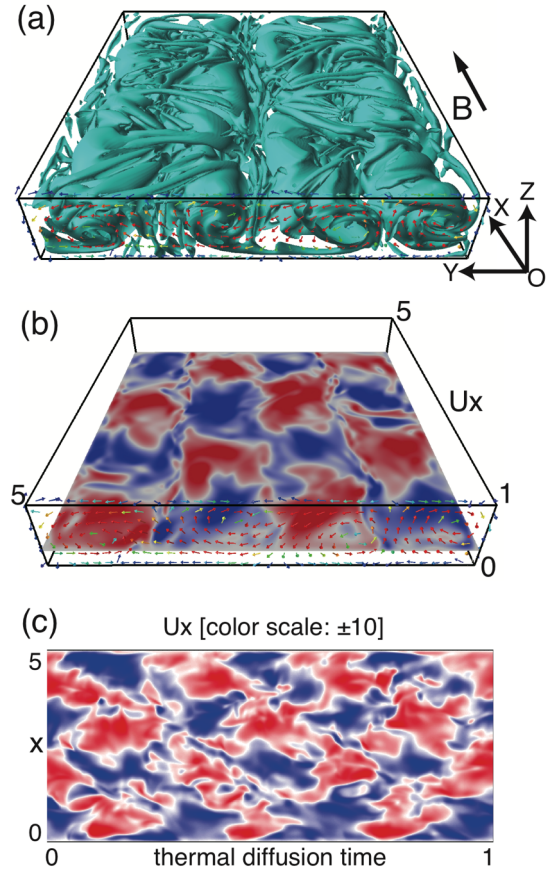


図 4 同じくシミュレーションで再現された対流パターン。図 2(b)に対応する相対的に磁場が弱い場合。(a) $Q_{30} = 0$ の等値面。大きな振幅をもつメインの 4 ロール構造とそれに巻きつき伸ばされる小さな渦が見られる。(b) 下から 1/4 の高さの面での流速の磁場方向成分の分布。(c) 実験と対応させた計測された流速の時空間マップ。磁場と平行な測線によるもの。

4. 考察

実験とシミュレーションによる一連の結果を総合して、ロール対流について以下のようなイメージを描くことができる。鍵となるのは「ロールの速い循環流速」と「磁場と直交する側壁の存在」である。今の場合、ある程度の高い Ra のために対流流速は大きくそのレイノルズ数 Re を見積ると 10^3 に近いにもかかわらず、強い磁場のために乱流は抑制されほぼ定常なロールとなっている。このような高速回転する対流ロールが固着壁に接しているために、壁際にエクマン境界層（ベデワット境界層）が形成されることになる。すると壁際ではロールの中心に向かって収束する流れが生じ、さらにロール軸に沿って壁から離れる方向の流れとなる。このようなエクマンポンピングの

ために磁場方向の流れがある程度の大きさを持ち、その反流としてロールとロールの間には容器中央から側壁に向かう流れができる。

完全に定常ではなく若干の時間変動がある状態では、生じた擾乱がこの反流に乗って移動するため、壁に向かう伝搬として観察される。これが図 2(a)での斜めの帯の正体と考えられる。側壁には同時に、水平方向にかけた強い磁場によるハートマン境界層が存在するはずである。実際にシミュレーションでは境界層が再現できているとともに、壁際への電流の集中が確認できる。

ハートマン境界層の厚さは $Q^{-1/2}$ に比例する。一方、エクマン境界層の厚さはロールの回転速度から見積ることができる。その見積りによると実験で対象としたパラメータ領域においては、強磁場ではハートマン境界層の方が薄く、磁場を下げるに従いエクマン境界層の方が薄くなるものと推測される。どちらの境界層がより薄くなっているかという点は、対流の大局的な振る舞いにも大きな影響を与えるものと考えられる。このような境界層の厚さは系の水平スケールと比較して 1% のオーダーと薄いため実験で直接計測するのは困難であるが、磁場方向の流れの存在とその大きさはこのモデルによる予測と整合的である。

5. まとめ

水平磁場の下での液体金属によるレイリー・ベナール対流において、超音波により流速分布の計測を実現した。そして計測結果に定性的にも定量的にも合致する数値シミュレーションに成功した。非常に強い磁場をかけた状況においては、理論から期待されるような磁場と平行な軸を持つ定常流のロール構造が実際に見られた。しかしメインのロール流速よりは小さいながらも、磁場方向の成分をもつ流れが存在することが明らかとなった。つまりこのように壁で囲まれた現実の系においては固着壁の影響を除くことはできず、無限に広い空間を対象とした理論が予測するような完全に二次元の構造は実現しない。そしてこの効果は強い磁場によりロール構造が保たれ高速に回転しているために顕在化したものである。定常流から時間変動のある対流に移行する初期の段階は磁場の向きに伝搬する構造の発生で特徴づけられる。さらに弱い磁場では定在波の特徴を持つ振動するロールの状態が存在する。

謝辞

ここで紹介した液体金属の対流の実験は北海道大学工学部、およびドイツのヘルムホルツセンター・ドレスデン-ロッセンドルフ (HZDR) において実施したものである。

文献

- [1] P. A. Davidson, "Magnetic damping of jets and vortices," *J. Fluid Mech.*, 299, 153-186, 1995.
- [2] F. H. Busse, and R. M. Clever, "Stability of convection-rolls in the presence of a horizontal magnetic-field," *J. Theor. Appl. Mech.*, 2, 495-502, 1983.
- [3] U. Burr, and U. Müller, "Rayleigh-Bénard convection in liquid metal layers under the influence of a horizontal magnetic field," *J. Fluid Mech.*, 453, 345-369, 2002.
- [4] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, "Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 83, 063020, 2013.
- [5] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, "Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations," *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.
- [6] Y. Tasaka, K. Igaki, T. Yanagisawa, T. Vogt, T. Zuerner, and S. Eckert, "Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 93, 043109, 2016.
- [7] T. Vogt, W. Ishimi, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, A. Sakuraba, and S. Eckert, "Transition between quasi-two-dimensional and three-dimensional Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. Fluids*, 3, 013503, 2018.
- [8] 柳澤孝寿, 田坂裕司, フォグト トビアス, 石見亘, 櫻庭中, エッカート スヴェン, "液体金属の対流に見られるロール構造とその不安定化," 第 55 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 2018 年 5 月.

Roll-like Structure in Liquid Metal Convection under a Uniform Magnetic Field

Project Representative

Takatoshi Yanagisawa Department of Deep Earth Structure and Dynamics Research,
Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Author

Takatoshi Yanagisawa Department of Deep Earth Structure and Dynamics Research,
Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

We studied convection of liquid metal under a horizontal uniform magnetic field by laboratory experiments and numerical simulations. Styles of convection depend on the Rayleigh number (Ra) and the Chandrasekhar number (Q). At very high Q , the pattern shows almost two-dimensional roll structure with axes parallel to the magnetic field, while we observed existence of small velocities of flow parallel to it. With reducing the Q , this component of flow velocity is getting larger, and secondary vortices emerge on main rolls. Time variations of the flow are closely related to migration of these secondary vortices. At smaller value of the Q , rolls show large amplitude of oscillation and three-dimensional behavior becomes dominant.

Keywords : liquid metal, magneto-convection, roll-like structure, pattern oscillation

1. Introduction

Rayleigh-Bénard convection is an important problem in fluid dynamics and is also a basic configuration for various issues in geophysics, astrophysics and engineering. The relation between magnetic field and flow field is important for considering flows in the outer core of the Earth. We focus on a stabilizing effect of applied magnetic field [1] for the flow pattern in Rayleigh-Bénard convection. Behaviors of thermal convection strongly depend on the Prandtl number (Pr) of the working fluid, and low Pr fluids such as liquid metals tend to be turbulent just after the onset of convection because of their low viscosity. On the other hand, liquid metals are electrically conductive, and applying magnetic field to the system delays the transition to turbulence. Controlling non-dimensional parameters in the Rayleigh-Bénard convection under an applied uniform magnetic field are the Rayleigh number (Ra), and the Chandrasekhar number (Q) which is equivalent to the square of the Hartmann number (Ha) [2,3]. The regime diagram of convection behavior on Ra - Q plane has been established in laboratory experiments and numerical simulations conducted by our group [4,5,6]. Here we report further investigation on the structures and behaviors of roll-like convections at moderate to small value of Q [7].

2. Method

Fig. 1 shows a schematic diagram of the experimental setup; the square vessel is filled with a liquid metal and ultrasonic beam lines are set for flow velocity measurements by the Ultrasonic Doppler Method. The fluid layer has a square horizontal cross section of 200 mm $\times$ 200 mm and a height of 40 mm, giving an aspect ratio of five. It is sandwiched between the top and bottom copper plates which ensure isothermal heating and cooling the system. We can apply a uniform horizontal magnetic field to the system with a set of large electromagnetic coils, whose intensity

is up to 350 mT. The details of the experiment are in references [4,6,7].

On the other hand, Direct Numerical Simulations are performed for the same geometry as experiments enclosed by no-slip velocity boundaries. The temperature is fixed at the top and bottom boundaries, while it is assumed to be adiabatic at side-walls. A set of governing equations are solved by the finite difference method with a uniform grid interval. The Pr is set as 0.025 to simulate a liquid metal. The detail of the simulation code is referred in [5].

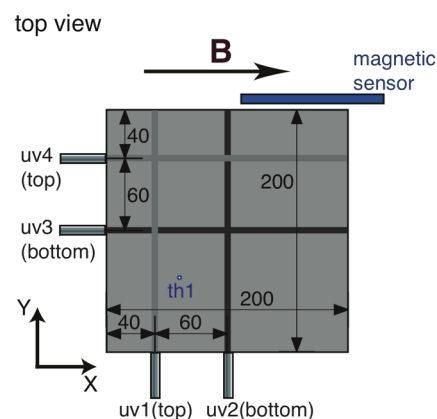


Fig. 1 Setup for the convection of liquid metal under a uniform magnetic field B .

3. Results

We successfully reproduced in our numerical simulations the behaviors of convection as observed in the experiments. From the simulations two cases are presented here. Fig. 2 represents the case with a moderate value of Q . It shows (a) the whole flow structure, (b) flow velocity component parallel to the magnetic field U_x on $z = 1/4$, and (c) the time-space map of U_x on the line $uv4$ in Fig. 1, that is directory comparable to the experiments. Fig.

2(a) shows five-roll structure with small secondary vortices winding around the main rolls. As shown in (b, c) these small vortices migrate from the center of the vessel to the both side walls.

Fig. 3 indicates a case with a smaller value of Q . The flow structure is four-roll with large amplitude of oscillations. It is characterized by a checkerboard-like pattern of U_x as in (b). With smaller Q , the pattern changes from rolls to cellular structure.

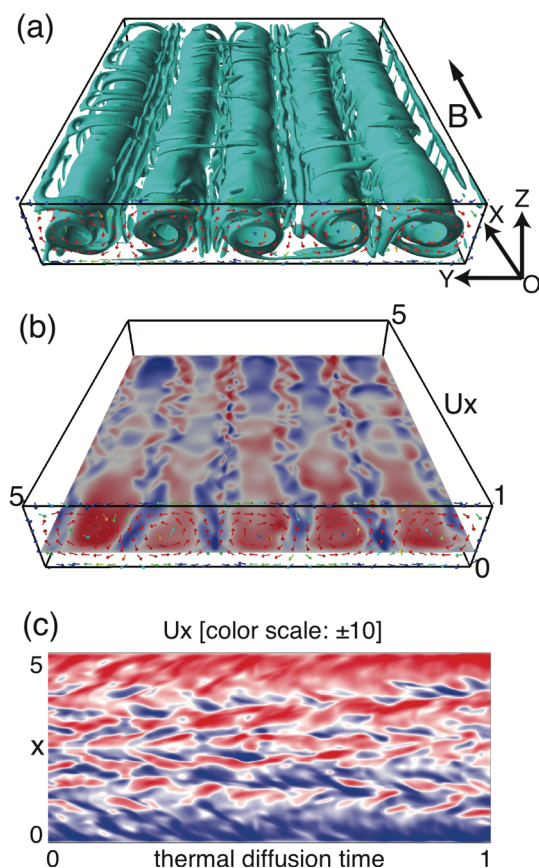


Fig. 2 Simulated pattern for a moderate Q case. See the text for details.

4. Summary

By combining the results of experiments and simulations, we elucidated flow structures under a reducing intensity of horizontal magnetic field. It is a gradual collapse of roll-like structure with growing three-dimensionality.

Acknowledgement

The laboratory experiments on liquid metal convection were conducted at Hokkaido University in Japan and Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf (HZDR) in Germany.

References

- [1] P. A. Davidson, "Magnetic damping of jets and vortices," *J. Fluid Mech.*, 299, 153-186, 1995.
- [2] F. H. Busse, and R. M. Clever, "Stability of convection-

rolls in the presence of a horizontal magnetic-field," *J. Theor. Appl. Mech.*, 2, 495-502, 1983.

- [3] U. Burr, and U. Müller, "Rayleigh-Bénard convection in liquid metal layers under the influence of a horizontal magnetic field," *J. Fluid Mech.*, 453, 345-369, 2002.
- [4] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, "Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 83, 063020, 2013.
- [5] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, "Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations," *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.
- [6] Y. Tasaka, K. Igaki, T. Yanagisawa, T. Vogt, T. Zuerner, and S. Eckert, "Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 93, 043109, 2016.
- [7] T. Vogt, W. Ishimi, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, A. Sakuraba, and S. Eckert, "Transition between quasi-two-dimensional and three-dimensional Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. Fluids*, 3, 013503, 2018.

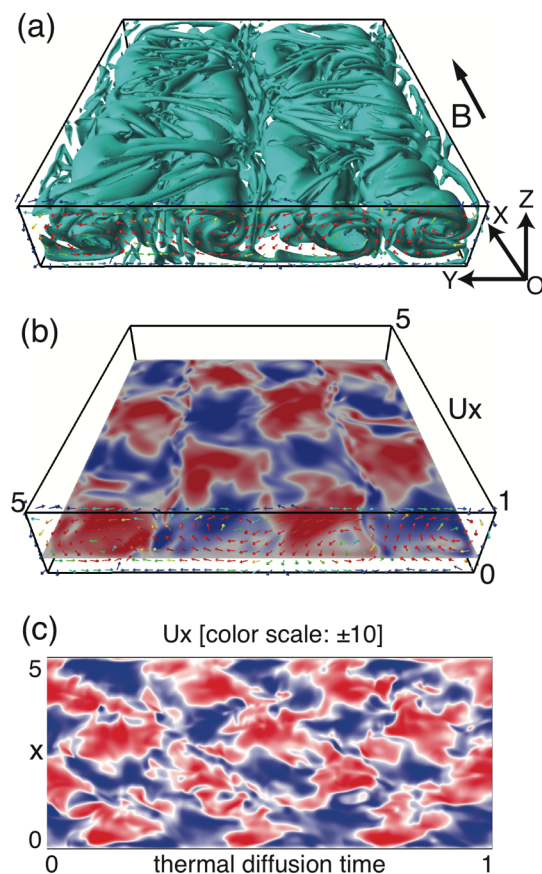


Fig. 3 Same as Fig. 2 but for a small Q case.