非平衡環境における乱流スカラー輸送の大規模シミュレーションと モデリング

課題責任者

後藤俊幸

名古屋工業大学大学院工学研究科 物理工学専攻

著者

後藤俊幸*1,大西領*2,渡邊 威*1,齋藤 泉*1,安田達哉*1,松田景吾*2, *1名古屋工業大学 物理工学専攻,*2海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 地球情報基盤センター

ー様な平均スカラー勾配のもとで等方性乱流により輸送されるパッシヴスカラーの非等方性を低シュミット数 Sc= к/v(1/16384 < Sc < 1) について解析した.平均勾配方向とそれに垂直な方向のスカラ微分の分散の比はスカラ ーテイラーマイクロスケールに基づいたペクレ数の普遍的な関数となることが分かった.低シュミット数では, スカラー場スペクトルの0次と2次のLegendre 展開係数はほぼ同程度の大きさになることが分かった.微小粒子 集団による乱流強度の減衰がダムケラ数(=乱流の特性時間/粒子集団の特性時間)の単調減少関数となることを理 論的に導き,直接数値計算(DNS)により確認した.空間格子点数10,016³の超大規模 DNS を行い,テイラーマ イクロスケールレイノルズ数が1500を超える等方性乱流場を再現した.統計的定常状態において各種乱流統計量 を取得し,現実的な大気乱流に見られる間欠性を有したデータを取得することに成功した.

キーワード:非等方性,スカラー乱流,乱流衝突統計量,間欠性,クラスタリング

1. 平均スカラー勾配下での温度揺らぎの非等方性

乱流においては、巨視的スケールで外力により運動エ ネルギーが注入され、慣性領域を経由して粘性スケール に輸送され熱に代わると同時に、巨視的なスケールで顕 著だった揺らぎの非等方性が微細スケールへのカスケー ドにより等方的になるというリチャードソン・コルモゴ ロフの描像が定着している. 雲中の乱流においては鉛直 方向に平均温度勾配や平均水蒸気混合比勾配が存在する ため、温度場などは巨視的には非等方的であっても微視 的スケールは等方的になると考えられている.しかし、巨 視的スケールから微小スケールに至る間に、どれほど速 く(遅く)等方性が回復するかについては未だ明らかでは ない. 非等方性がいつまでも残るなら, 雲乱流や工学にお ける LES 数理モデルは根本的な修正を迫られる. 一様な スカラー勾配下での乱流混合現象を理解することは、乱 流の根本的理解とより確かな乱流モデルの構築において 欠かすことができない重要な課題である.

鉛直方向に一様な平均温度勾配がある中で一様等方性 乱流により輸送されるスカラーの統計法則を大規模直接 数値シミュレーション (DNS) により解析した.スカラー 揺らぎの非等方性がシュミット数($Sc = \nu/\kappa =$ 分子動粘 性率/分子拡散係数) と共に如何に変化するかを,スカラ 一微分および分散スペクトルに着目して解析を行った.

1 辺が 2π の立方体内で周期境界条件のもとで、ランダ ムな外力 **f** により励起される非圧縮流体の定常な一様等 方性乱流と、 x_3 方向に一様な平均スカラー勾配 Γ が印加 された受動的スカラー θ の DNS を行う.

 $egin{aligned} &rac{\partial u}{\partial t}+u\cdot
abla u&=abla p+
u
abla^2 u+f,\quad
abla\cdot u&=0 \end{aligned}$ $&rac{\partial heta}{\partial t}+u\cdot
abla heta&=\kappa
abla^2 heta-\Gamma u_3 \end{aligned}$

スカラー揺らぎの非等方性を調べるには乱流場の等方性 を担保することが重要である. ソレノイダルなガウシア ンホワイトノイズ外力 f は強制波数域 $8 \le k \le 9$ でのみ 与えられ,それ以外の波数域では 0 とした.これにより, 乱流速度場の積分長が周期箱の長さに比べて十分小さく なり,様々な向きの積分長程度の渦が存在するため,瞬時 の空間平均においても速度場は良い等方性を示す.時間 方向の離散には4次精度Runge-Kutta-Gill法,空間離散に は擬スペクトル法を用い,領域2次元分割,MPI と0penMP を使用して大規模並列計算を実施した.Taylor長に基づ く5つのレイノルズ数 Reynolds 数 ($\text{Re}_{\lambda} \approx 7$, 29, 63, 106, 150), 11個のシュミット数 Sc = 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64, 1/128, 1/256, 1/4096, 1/16384) について調べた[1].

1-1) スカラー変動勾配場のペクレ数依存性

スカラーテイラー長 λ_{θ} に基づいたペクレ数 $Pe_{\lambda_{\theta}}$

$$Pe_{\lambda_{ heta}}=rac{u'\lambda_{ heta}}{\kappa},\qquad \lambda_{ heta}=\sqrt{6\kappa heta'^2/\chi},$$

を導入する.ここに $u' \geq \theta'$ は速度とスカラーの根2乗 平均であり, c は平均スカラー分散散逸率である.非等 方性を最もよくあらわす統計量として,一様平均スカラ 一勾配と平行および垂直方向のスカラー勾配の分散の比 g_{θ}

$$g_{ heta}=2\Big\langle rac{\partial heta}{\partial x_3} rac{\partial heta}{\partial x_3}\Big
angle \Big/\Big[\Big\langle rac{\partial heta}{\partial x_1} rac{\partial heta}{\partial x_1}\Big
angle +\Big\langle rac{\partial heta}{\partial x_2} rac{\partial heta}{\partial x_2}\Big
angle \Big]$$

を導入する.図1は、 $g_{s} \epsilon Pe_{\lambda_{\theta}}$ についてプロットしたものである.すべての計算値がほぼ1つの曲線上にのっており、 g_{s} は $Pe_{\lambda_{\theta}}$ の普遍関数となっていることが分かる. $Pe_{\lambda_{\theta}}$ → 0の極限では、乱流速度場によるスカラー混合効果は



図1 平均スカラー勾配方向に平行および垂直方向のスカ ラー微分の分散の比 g_{θ} のペクレ数 $Pe_{\lambda_{\theta}}$ 依存性.青,黒, 緑,赤,紫はそれぞれ Re_{λ} =7,29,63,106,150[1].

極めて小さくなる. この場合, スカラー変動成分 θ に関 する移流拡散方程式の移流項は無視出来て線形方程式と なる. 従って, 統計的定常状態では拡散項と一様スカラー 勾配項がつり合うことから漸近値 $g_{\theta} = 0.5$ が容易に導 かれる. 一方, $Pe_{\lambda_{\theta}}$ が大きくなるにつれ, スカラー変動勾 配場はより等方的になる傾向 ($g_{\theta} \rightarrow 1$) が確認される. 大 きな $Pe_{\lambda_{\theta}}$ では, 等方乱流速度場によってスカラーが強く 混合され, 一様平均スカラー勾配により生み出されるス カラー揺らぎの非等方性が弱められるためである[1].

1-2) スカラー分散スペクトルの等方・非等方成分のSchmidt 数依存性

ー様な平均スカラー勾配によりスカラー場の巨視的ス ケールは非等方性であるとき、スケールの減少と共に如 何に非等方性が解消されていくのかを見るには、スカラ ー分散のスペクトルの非等方性を見るのが適している. 今の場合、スカラー揺らぎは一様勾配の方向を軸とする 軸対称性を持つ.そこで、スカラー分散スペクトル密度関 数はこの軸と波数ベクトル k とのなす角度を¢とした時、 ルジャンドル多項式 P_a(cos¢)で展開できる.

$$E_{ heta}(k,\cos\phi) = 2\pi k Q_{ heta}(k,\cos\phi)
onumber \ = \sum_{l=0}^{\infty} E_{ heta}^{(2l)}(k) P_{2l}(\cos\phi)$$

ここで、偶数次のみが現れているのは反転対称性を考慮 に入れたためである.図2は Sc を 1 から次第に小さ くしていった時の展開係数スペクトルである.Sc=1にお いては速度場の強制波数 8 ≤ k ≤ 9 よりも高波数側(慣 性移流領域)で $E_{\theta}^{(0)}(k)$ は $k^{-5/3}$ に近い領域,それに引き続 くバンプ領域 50 ≤ k ≤ 300 (はめ込み図参照),そして指 数関数的減衰領域が観測される. $E_{\theta}^{(2)}(k)$ は $E_{\theta}^{(0)}(k)$ よりも 1桁以上小さいが, $E_{\theta}^{(0)}(k)$ とほぼ同様の振る舞いを示す. ただ、バンプは $E_{\theta}^{(0)}(k)$ ほど強くはない.Sc=1/128では、



図2 $E_{\theta}^{(0)}(k) \geq E_{\theta}^{(2)}(k)$. Sc=1 (上段), Sc=1/128 (中 段段), 1/16384 (下段). 黒実線: $E_{\theta}^{(0)}(k)$, 赤 \triangle : $E_{\theta}^{(2)}(k)$, 青下 \triangle : $-E_{\theta}^{(2)}(k)$. 紫点線、紫一点鎖線、紫実線 はそれぞれ $k^{-5/3}$, k^2 および $k^{-17/3}$ の傾きを表す. 縦 の紫帯は外力によ速度励起波数領域 8 ≤ k ≤ 9 を示す. は め込み図は $k^{5/3}E_{\theta}^{(0,2)}(k)$ (上,中段) $\geq k^{17/3}E_{\theta}^{(0,2)}(k)$ (下段) $Re_1 \approx 150$.

 $E_{\theta}^{(0)}(k)$ は8 ≤k≤9 よりも高波数側で-5/3よりも急な傾きを持つ.また $E_{\theta}^{(2)}(k)$ の振幅はまだ $E_{\theta}^{(0)}(k)$ と比べてまだ1桁程度小さいが, k=8と40あたりで符号を変えていることが分かる. Sc=1/16384では, $E_{\theta}^{(0)}(k)$ と $E_{\theta}^{(2)}(k)$ はほぼ同程度の大きさをもち,かつ $E_{\theta}^{(2)}(k)$ は波数の全領域で同符号である.また,8≤k≤9よりも高波数側では両スペクトルは $k^{-17/3}$ に近いふるまいをしていることが見て取れる.これはBatchelor らの理論とも合致する.さらに興味深いのは、8≤k≤9よりも低波数側ではスカラースペ



図3 微小粒子が空間に固定された場合の乱流強度比 u_1^2/u_0^2 のダムケラ数依存性。 u_1^2, u_0^2 はそれぞれ、粒子の ある時とない時の乱流の2乗平均速度。オレンジ色の曲 線は理論、シンボルはDNSによる結果 [2].

クトルは波数の減少と共にその振幅が大きくなっている ことである.運動エネルギースペクトル(図なし)は低波 数側に向かって減少していることを考慮すると,これは スカラー揺らぎがある程度の時間にわたって一様勾配方 向の速度成分により輸送されるとともに,大きな拡散効 果により一様勾配方向に巨大なスカラーの塊が生成され ることによる[1].

2 乱流と微小固体粒子群との相互作用

雲乱流中における過飽和度ゆらぎの大きさ(分散)は、 乱流による輸送・混合と雲粒子表面での凝結・蒸発との競 合によって決まり、ダムケラ数 $Da = T_e/\tau_c$ が支配パラメ ータとなる.この考えを発展させ、乱流中に分散する微小 な固体粒子(火山灰,氷晶など)が如何に乱流を減衰させ るかという乱流変調の問題に応用した.非常に重い固体 粒子の場合には、乱流強度は新たに導入されたダムケラ 数 Da(=乱流積分時間/流体粒子緩和時間)を用いて

$$\overline{u^2} \ / \ \overline{u_0^2} \sim (1+cDa)^{-2/3} \qquad c>0$$

のように減衰する $(\overline{u_0^2}$ は粒子のない時の乱流強度). ダム ケラ数が大きい場合(粒子数が大きい時)乱流強度は $Da^{-2/3}$ に従って減衰する. 図3は DNS による計算と理 論を比較したものである. 両者の一致は極めて良い[2].

3. 超大規模 DNS による大気乱流の再現

雲乱流中では激しい乱流によって雲粒子同士の衝突が 促進され,その効果を正しく予測することが豪雨予測の 高精度化に欠かせない.これまで,世界に先駆けて8,192³ 格子を用いてテイラーマイクロスケール基準レイノルズ 数 Re₁が 1390 に及ぶ高レイノルズ数の定常等方性流れを 実現した.この中に雲粒のような微小慣性粒子を82 億個 混入してそれらの運動をラグランジュ的に追跡し,乱流 衝突統計量を解析して乱流衝突機構に及ぼすレイノルズ



図4 スキューネス Sのレイノルズ数依存性



図5 フラットネス Fのレイノルズ数依存性

数の影響を明らかにした[3][4].

本年度は、さらなる高 Re₁における乱流衝突統計量を取 得するために, Lagrangian Cloud Simulator (LCS)[5]と 呼ばれる混相乱流 DNS の流体コンポーネントを用いて, 10,016³格子を用いた等方性乱流の計算を行った.計算に は地球シミュレータ 2,048 ノードを用いた. 計算速度は 83.6TFLOPS (ピーク性能比 15.9%) であり,計算メモリは 108TB であった. 流体計算のリスタートデータだけでも, ーセットで 32.1TB (倍精度) に及ぶ. この大容量リスタ ートでは大量のストレージを消費するだけでなく、ステ ージングの際には長時間転送時間を必要とする.そこで, 大規模格子データに対する不可逆圧縮法[6]を活用し、リ スタートデータを20分の1程度に削減しつつリスタート を繰り返した. Re 2=1390 で 8, 1923格子での結果を 10, 0163 格子データに変換した上で、設定レイノルズ数を大きく して計算を行った.積分時間程度後に統計的に定常な状 態にあることを確認した.

得られたテイラーマイクロスケール基準レイノルズ数 Re_λ,スキューネス およびフラットネスはそれぞれ, Re_λ =1,560, *S*=-0.687 および, *F*=13.5 であった.ここで, フラットネスファクターおよびスキューネスファクター

$$S=-rac{ig\langle (\partial u/\partial x)^3ig
angle}{ig\langle (\partial u/\partial x)^2ig
angle^{3/2}} \qquad F=rac{ig\langle (\partial u/\partial x)^4ig
angle}{ig\langle (\partial u/\partial x)^2ig
angle^2}$$

はそれぞれ以下のように定義される.

図4と5にSとFのレイノルズ数依存性を示す. 過去[7] に得られた傾きに一致し、-Sは指数0.09の線に沿って微 増していく. 従来の傾向と同じく、Re¹増大とともに冪的 に増大することを確認できた.

謝辞

後藤,渡邊,齋藤の研究はそれぞれ科研費15H02218, 18K03925, 18K13611の支援を受けてなされました.

文献

[1] T. Yasuda, T. Gotoh, T. Watanabe, and I. Saito, "Pécletnumber dependence of small-scale anisotropy of passive scalar fluctuations under a uniform mean gradient in isotropic turbulence", J. Fluid Mech. 898, A4, (2020).

[2] I.Saito, T. Watanabe, and T. Gotoh, "A new timescale for turbulence modulation by particles", J. Fluid Mech., **880**, R6 (11 pages) (2019).

[3] R. Onishi & J.C. Vassilicos, Collision Statistics of Inertial Particles in Two-Dimensional Homogeneous Isotropic Turbulence with an Inverse Cascade, *J. Fluid. Mech.* 745, 279-299 (2014)

[4] R. Onishi & A. Seifert, Reynolds-number dependence of turbulence enhancement on collision growth, *Atmos. Chem. Phys.*, 16, 12441-12455 (2016)

[5] R. Onishi, K. Matsuda & K. Takahashi, Lagrangian Tracking Simulation of Droplet Growth in Turbulence–Turbulence Enhancement of Autoconversion Rate, *J. Atmos. Sci.*, 72, 2591-2607 (2015)

[6] D. Kolomenskiy, R. Onishi and H. Uehara, Data compression for environmental flow simulations, arXiv:1810.04822

[7] R. Onishi, Y. Baba & K. Takahashi, Large-scale forcing with less communication in finite-difference simulations of stationary isotropic turbulence, *J. Comput. Phys.*, 230, 4088-4099 (2011)

Large Scale Numerical Simulation and Modeling of Turbulent Scalar Transport in Nonequilibrium Environments

Project Representative

Toshiyuki Gotoh Nagoya Institute of Technology

Authors

Toshiyuki Gotoh^{*1}, Ryo Onishi^{*2}, Takeshi Watanabe^{*1}, Izumi Saito^{*1}, Tatsuya Yasuda^{*1}, Keigo Matsuda^{*2}

*¹ Nagoya Institute of Technology, *² Center for Earth Information Science and Technology, Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Anisotropy of passive scalar in isotropic turbulence under the mean uniform gradient is numerically studied in terms of the ratio of the scalar gradient variances parallel and perpendicular to the mean gradient. It is found that the ratio is a universal function of the Taylor microscale Péclet number. Also the Legendre expansion coefficient of the scalar variance spectrum is examined. The second order coefficient becomes comparable to the zeroth order (isotropic part) as the Schmidt number decreases. The attenuation of turbulence intensity is theoretically derived as function of the Damköhler number and found to agree well with the direct numerical simulation data. A high-performance direct numerical simulation for homogeneous isotropic turbulence has been conducted with the grid points 10,016³. Statistically steady state has been achieved for the Taylor-microscale-based Reynolds number of 1560, exhibiting large intermittency as in actual atmospheric turbulence.

Keywords : anisotropy, scalar turbulence, collision rate, intermittency, clustering

1. Anisotropy of passive scalar under uniform mean scalar gradient

In the atmosphere and ocean the stratification of density is quite often formed and there exists a mean gradient of the temperature and salinity along the vertical direction. Then the statistical property of the scalar fluctuations is expected to be anisotropic.

In order to study anisotropy of a passive scalar under the uniform mean scalar gradient in isotropic turbulence. we have performed the direct numerical simulation (DNS) of the passive scalar in steady turbulence under the uniform gradient Γ applied along the x_3 direction. The velocity field is excited by the random force to sustain steady state which is applied at the wavenumber range $8 \le k \le 9$. This is necessary to achieve well developed isotropic state of the turbulent velocity field so that the degree of isotropy and/or anisotropy of the passive scalar is well resolved. The Taylor microscale Reynolds number and Schmidt number in the present study are Re_{λ} \approx 7, 29, 63, 106,150 and Sc = 1, 1/2, 1/4,1/8, 1/16, 1/32, 1/64, 1/128, 1/256, 1/4096, 1/16384, respectively.

One representative measure of anisotropy is the ratio of the variances of scalar gradients along and perpendicular to the mean scalar gradient which is defined as

$$g_{ heta} = 2 \Big\langle rac{\partial heta}{\partial x_3} rac{\partial heta}{\partial x_3} \Big
angle \Big/ \Big[\Big\langle rac{\partial heta}{\partial x_1} rac{\partial heta}{\partial x_1} \Big
angle + \Big\langle rac{\partial heta}{\partial x_2} rac{\partial heta}{\partial x_2} \Big
angle \Big]$$

When the isotropy prevails, the ratio is unity while it becomes 0.5 in the maximum anisotropy. Figure 1 shows the variation of g_{θ} against the Taylor microscale Péclet number $Pe_{\lambda_{\theta}}$ instead of plotting as function of Sc. It is clearly seen that all DNS data points lie on a single curve, which suggests that g_{θ} is a universal function of $Pe_{\lambda_{\theta}}$. For smallest $Pe_{\lambda_{\theta}} = 1/16384$, g_{θ} tends to 0.5, the theoretical prediction [1].



Fig.1 Variation of g_{θ} against the Taylor microscale Péclet number $Pe_{\lambda_{\theta}}$. Blue, black, green, red, and magenta squares correspond to $Re_{\lambda} \approx 7$, 29, 63, 106, and 150, respectively.

How the anisotropy of the passive scalar changes with decrease of the scale is seen in the Legendre expansion coefficient of the

$$ig\langle heta^2 ig
angle = \int_0^\infty \!\!\!\!\int_0^\pi \!\! 2\pi k Q_ heta(k,\cos\phi) \sin\phi dk d\phi$$

 $E_ heta(k,\cos\phi) = 2\pi k Q_ heta(k,\cos\phi) \!\!= \!\!\!\!\!\sum_{l=0}^\infty E_ heta^{(2l)}(k) P_{2l}(\cos\phi)$

scalar spectral density which is defined as

Figure 2 shows the $E_{\theta}^{(0)}(k)$ and $E_{\theta}^{(2)}(k)$ for Sc= 1/128 (top) and 1/16384 (bottom) at $Re_{\lambda} \approx 150$. For Sc=1/128, $E_{\theta}^{(2)}(k)$ is smaller than $E_{\theta}^{(0)}(k)$ by about one order and its sign changes at two wavenumbers. For Sc=1/16384, $E_{\theta}^{(2)}(k)$ becomes almost comparable to $E_{\theta}^{(0)}(k)$ and no changes in sign at all wavenumbers. Also the slope of both $E_{\theta}^{(0)}(k)$ and $E_{\theta}^{(2)}(k)$ curve at wavenumbers around 30 to 50 is close $k^{-17/3}$ the theoretical prediction for low Schmidt number.



Fig.2 Spectra of the Legendre expansion coefficients of $E_{\theta}^{(0)}(k)$ and $E_{\theta}^{(2)}(k)$ for Schmidt number Sc=1/128 (top) and 1/16384 (bottom). The magenta shaded areas highlight the forcing wavenumbers, $8 \le k \le 9$. The insets show $k^{5/3}E_{\theta}^{(0,2)}(k)$ (top) and $k^{17/3}E_{\theta}^{(0,2)}(k)$ (bottom) against wavenumber.

2. Turbulence attenuation by fine solid particles

By extending an idea developed in the study of the interaction between the cloud droplets and turbulence to this problem we have theoretically estimated an attenuation of the turbulent intensity as function of the Damköhler number $Da = T_{fluid}/\tau_{particle}$, where T_{fluid} and $\tau_{particle}$ are the characteristic time of turbulence and particle relaxation time of drag, respectively. For example, in the case of fixed solid particles the turbulent intensity decays as



Fig.3 The ratio u_1^2/u_0^2 for the cases with particles fixed in space, where u_1^2 and u_0^2 are the RMS velocity of turbulence without and with particles, respectively. The orange curve indicates the theoretical prediction [2].

Figure 3 shows the ratio of the turbulent intensity to that without particles against Da. Symbols are data of DNS and the solid line is the theoretical prediction [2]. Agreement is quite satisfactory.

3. Reproduction of atmospheric turbulence by massive DNS

We have handled extremely large-sized restart files. For example, a set of restart files for the flow simulation with 8,192³ grids sum up to 16TB even in single precision. A successful We have handled extremely large-sized restart files. For example, a set of



gradient $\partial u/\partial x$ for different Revnolds numbers.

restart files for the flow simulation with 8,192³ grids sum up to 16TB even in single precision. A successful

application of the irreversible (lossy) compression based on wavelet transformation shows compression of flow restart file by a factor of 10 and reduction in the total staging time in the Earth Simulator system, i.e., data transfer time plus encoding and decoding time, by a factor of 8.

A high-performance direct numerical simulation for homogeneous isotropic turbulence has been conducted with the grid points 10,016³. The flow component of the Lagrangian Cloud Simulator (LCS, [3]) was used. We used 2,048 nodes of the Earth Simulator system for the simulation, of which the peak performance ratio was 15.9%. The Taylor-microscale-based Reynolds number was 1560, which is within the range of actual atmospheric turbulence. Figure 4 shows the flatness factor Ftogether with the values in literature [4], defined by

$F = <(\partial \mathbf{u}/\partial \mathbf{x})^4 > /<(\partial \mathbf{u}/\partial \mathbf{x})^2 > 2.$

The power-law exponent of the flatness factor is estimated as 0.33. The obtained flow data will be useful to investigate the role of strong intermittency of actual atmospheric turbulence on cloud microphysical processes.

T.G., T.W., and I. Saito's work were supported by JSPS Kakenhi, 15H02218, 18K03925, and 18K13611, respectively.

References

[1] T. Yasuda, T. Gotoh, T. Watanabe, and I. Saito, "Pécletnumber dependence of small-scale anisotropy of passive scalar fluctuations under a uniform mean gradient in isotropic turbulence", J. Fluid Mech. 898, A4, (2020).

[2] I. Saito, T. Watanabe, and T. Gotoh, "A new timescale for turbulence modulation by particles", J. Fluid Mech., **880**, R6 (11 pages) (2019).

[3] R. Onishi, K. Matsuda & K. Takahashi, Lagrangian Tracking Simulation of Droplet Growth in Turbulence– Turbulence Enhancement of Autoconversion Rate, *J. Atmos. Sci.*, 72, 2591-2607 (2015).

[4] R. Onishi, Y. Baba & K. Takahashi, Large-scale forcing with less communication in finite-difference simulations of stationary isotropic turbulence, *J. Comput. Phys.*, 230, 4088-4099 (2011).