

格子乱流場における乱流エネルギーおよびスカロのスケール間輸送機構に関する数値的研究

課題責任者

酒井 康彦 名古屋大学大学院工学研究科機械システム工学専攻

著者

酒井康彦*¹, 伊藤靖仁*¹, 岩野耕治*¹, 百合草拓哉*¹, 大川拓巳*¹, 松田景吾*²

*¹名古屋大学大学院工学研究科機械システム工学専攻, *²海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 地球情報基盤センター

格子乱流場には乱流エネルギーの生成と散逸がバランスしない非平衡乱流領域が存在することが知られている。この点において二点間の物理量差のべき乗で表される構造関数による解析は、運動量やスカロの空間輸送を明らかにするための有効な手段である。格子乱流中の速度場に対しては多くの研究が存在する一方、スカロ場については、構造関数の発展方程式は示されているものの研究例はほとんどない。そこで本研究では、格子乱流中における直接数値計算を行い、流れ場の平衡性と乱流エネルギーおよびスカロの渦スケール間輸送機構の関連性の解明を試みた。その結果、 $r \approx \lambda$ (λ はテイラーのマイクロスケール) 付近において、乱流エネルギーでは移流項が、スカロ場では生産項の寄与が渦スケール間輸送に対して無視できないことが明らかになった。また、 $r \approx \lambda$ 付近において乱流エネルギーおよびスカロの非線形輸送項は極大値をとることがわかった。このことは、エネルギーおよびスカロは半径が λ 程度程度の渦によって活発に輸送されていることを意味する。さらに、乱流エネルギーおよびスカロの非線形輸送項の極大値は、平衡領域に近づくにつれて小さくなる。また Re_M が大きいほど極大値が大きくなる。つまり、より強い乱流ほど非線形項による乱流エネルギーおよびスカロの異なるスケールを有する渦間の輸送の寄与が大きいと言える。

キーワード：格子乱流，渦スケール間輸送，乱流エネルギー，スカロ輸送，非平衡性

1. 緒言

格子乱流は乱流研究において最も基礎的な流れ場の一つであり、そこでのエネルギーおよびスカロ輸送機構を解明することは流体力学的に重要である。格子乱流によって生成される乱流で非平衡乱流(1)が知られている。この領域において、二点間の物理量差のべき乗で表される構造関数による解析は、運動量やスカロの空間輸送を明らかにするための有効な手段であり、格子乱流中の速度場に対しては多くの研究が存在する^(1,2)。一方、スカロ場に対する構造関数については、二次構造関数の発展方程式は示されている⁽³⁾ものの、研究例はほとんどない。そこで本研究では、格子乱流中における直接数値計算を行い、流れ場の平衡性と乱流エネルギーおよびスカロの渦スケール間輸送機構の関連性の解明を試みた。特にそれらの下流方向変化やレイノルズ数依存性を調べた。

2. 直接数値計算

表1に本計算で用いた各格子パラメータを示す。ここで、 M は格子間隔、 N は格子棒の本数、 t は格子棒の幅、 σ は閉塞率をそれぞれ表す。また格子棒形状は角柱である。格子間隔に基づくレイノルズ数は、 $Re_M = 5000, 9000$ とした。計算領域の概略を図1に示す。座標軸は、流体流入部に設置した格子の中心部を原点とし、下流方向に x 、鉛直方向に y 、水平方向に z と定義した。計算領域および用いた格子点数を表1に示す。計算格子はスタガード格子を用いており x, y, z および z 方向全てにおいて等間隔格子とした。

流入する流体の上層 ($y \geq 0$) と下層 ($y < 0$) のスカロ濃度は各々、 $C_1 = 1.0, C_2 = 0$ とした。スカロ場はパッシブな状態を仮定し、プラントル数は $Pr = 1.0$ とした。

流れ場およびスカロ場の支配方程式は、非圧縮性流体に対する連続の式、Navier-Stokes 方程式、およびスカロの移流拡散方程式である。

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial t} + \tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} + \tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x_j} = \frac{1}{RePr} \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3)$$

ここで、 $\tilde{U}_i (i = x, y, z)$, \tilde{C} , \tilde{P} はそれぞれ流体の速度、濃度および圧力の瞬時値を示す。支配方程式の数値解法には、部分段階法を用いた⁽⁴⁾。時間進行には三次精度のRunge-Kutta法およびCrank-Nicolson法を用いた⁽⁵⁾。空間離散化には x, y , および z 方向に四次精度中心差分を用いた⁽⁶⁾。Poisson 方程式は共役勾配法を用いて解いた。境界条件は、流入境界を一樣流速 $U_0 = 1.0$, y および z 方向の境界を周期境界条件、流出境界を粘性対流流出条件とした。

Table 1 Grid parameters and computational domain

Run	1	2
N	6	
t	0.1875 M	
σ	0.34	
Re_M	5000	9000
$L_x \times L_y \times L_z$	32 M \times 6 M \times 6 M	
$N_x \times N_y \times N_z$	3200 \times 450 \times 450	4800 \times 600 \times 600

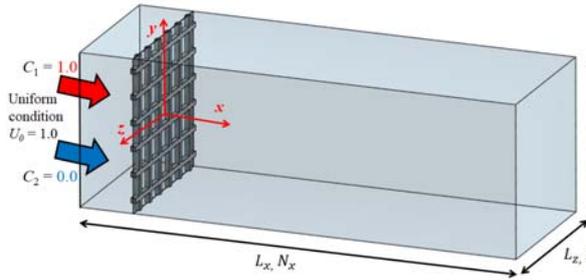


Fig.1 Schematic of computational domain

3. 計算結果

エネルギー減衰域において Richardson-Kolmogorov cascade が成り立つ、すなわち平衡乱流であるとき、エネルギー散逸率 ε について次の関係が成り立つことが知られている。

$$C_\varepsilon = \frac{\varepsilon L}{u^3} \quad (4)$$

ここで、 L は乱流の積分スケール、 u は変動速度 rms 値、 C_ε は係数である。レイノルズ数が十分に大きいとき、従来の格子乱流では係数 C_ε は一定値になることが知られており、この性質を示す乱流を平衡乱流と呼ぶ。図2に係数 C_ε の主流方向分布を示す。横軸は格子間隔 M で無次元化されている。図2より $Re=5000$ については、領域全体で非平衡領域である。一方、 $Re=9000$ では $x/M=20$ から平衡領域がみられることがわかる。

異なる渦スケール間のエネルギー輸送とスカラー輸送の違いを明確にするために、速度二次構造関数の時間発展方程式である Scale-by-scale energy transfer budget 方程式 (SBS 方程式) およびスカラー二次構造関数の時間発展方程式である Scale-by-scale scalar transfer budget 方程式 (SBSS 方程式) における収支を調べた。それぞれの式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \overline{\delta q^2}}{\partial t} + \frac{(U_k + U_k')}{2} \frac{\partial \overline{\delta q^2}}{\partial X_k} + \frac{\partial (\overline{\delta u_k \delta q^2})}{\partial r_k} + \frac{\partial (\overline{\delta U_k \delta q^2})}{\partial r_k} \\ & = \underbrace{-2\overline{\delta u_i \delta u_k} \frac{\partial (\overline{\delta U_k})}{\partial r_k}}_{4P} - \frac{(u_k + u_k') \overline{\delta u_i}}{\partial X_k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left(\frac{(u_k + u_k') \delta q^2}{2} \right) - \frac{2}{\rho} \frac{\partial (\overline{\delta u_k \delta p})}{\partial X_k} \\ & + \nu \left[2 \frac{\partial^2}{\partial r_k^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial X_k^2} \right] \overline{\delta q^2} \\ & - 2\nu \left[\frac{(\partial u_i}{\partial x_k})^2 + \frac{(\partial u_i'}{\partial x_k'})^2 \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \overline{\delta c^2}}{\partial t} + \frac{(U_k + U_k')}{2} \frac{\partial \overline{\delta c^2}}{\partial X_k} + \frac{\partial (\overline{\delta u_k \delta c^2})}{\partial r_k} + \frac{\partial (\overline{\delta U_k \delta c^2})}{\partial r_k} \\ & = \underbrace{-2\overline{\delta u_k \delta c} \frac{\partial (\overline{\delta C})}{\partial r_k}}_{4P^c} - \frac{(u_k + u_k') \overline{\delta c}}{\partial X_k} \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left(\frac{(u_k + u_k') \delta c^2}{2} \right) + \kappa \left[2 \frac{\partial^2}{\partial r_k^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial X_k^2} \right] \overline{\delta c^2} \\ & - 2\kappa \left[\frac{(\partial c}{\partial x_k})^2 + \frac{(\partial c'}{\partial x_k'})^2 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $X_i = (x_i + x_i')/2$ 、つまり x_i と x_i' の中点であり、 $r_i = x_i - x_i'$ である。また、 $\delta u_i = u_i - u_i'$ 、 $\delta U_i = U_i - U_i'$ 、 $\delta p = p - p'$ 、 $\delta C = C - C'$ 、 $\delta c = c - c'$ は二点間変動速度差、二点間平均速度差、二点間変動圧力差、二点間平均スカラー差、および二点間変動スカラー差である。なお、 $'$ は位置 x_i' での物理量を表す。

図3、4に $x/M=10, 20$ の中心軸上における SBS 方程式および SBSS 方程式の距離 r に対する分布を示す。各図の縦軸は各項の $z=0$ 平面における周方向に対する平均値 (例えば A_t^a) である。横軸は二点間距離であり、それぞれ ε およびテイラーのマイクロスケール λ で無次元化されている。

図3、4より、 $r \approx \lambda$ 付近において、SBS 収支では移流項 A が、SBSS 収支では生産項 P_c の寄与が乱流エネルギーおよびスカラーのスケール間輸送に対して無視できないことが確認できる。また、 $r \approx \lambda$ 付近において乱流エネルギーおよびスカラーの非線形輸送項 Π 、 Π_c は極大値をとることがわかる。このことは、エネルギーおよびスカラーは半径が λ 程度の渦によって活発に輸送されていることを意味する。さらに、乱流エネルギーおよびスカラーの非線形輸送項 Π 、 Π_c の極大値は平衡領域にいくにつれて小さくなる。また、 Re_M が大きいほど極大値が大きくなる。つまりより強い乱流ほど非線形項による乱流エネルギーおよびスカ

ラの異なるスケールを有する渦間の輸送の寄与が大きい
と言える。

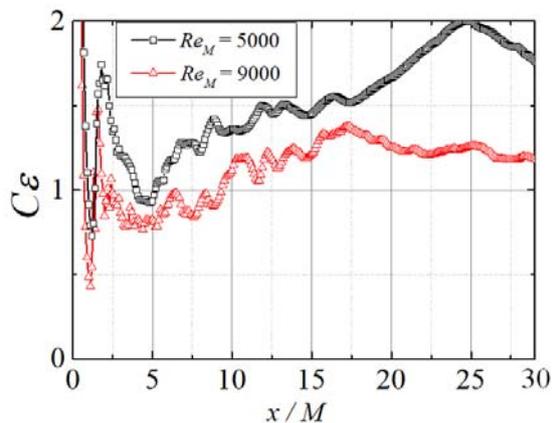


Fig.2 Streamwise distribution of the C_ϵ

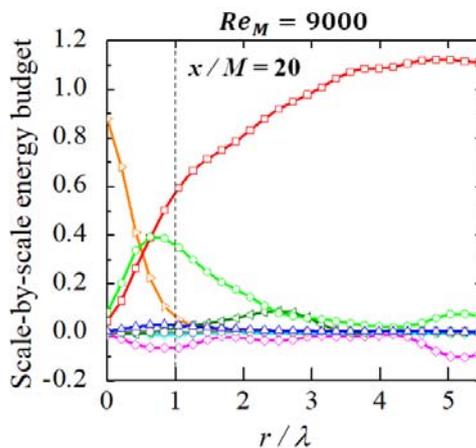
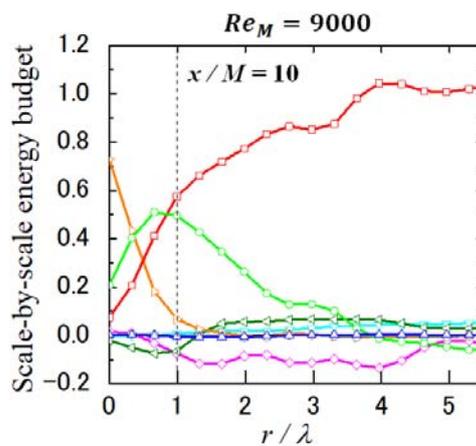
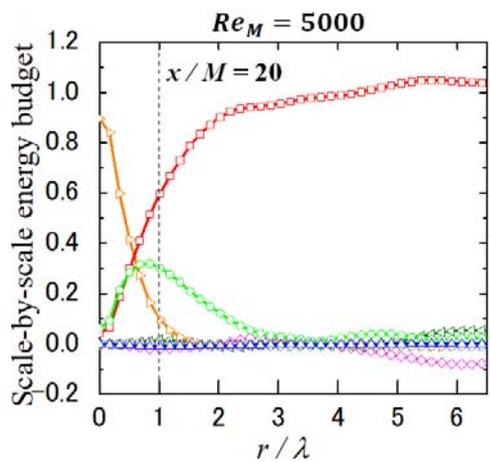
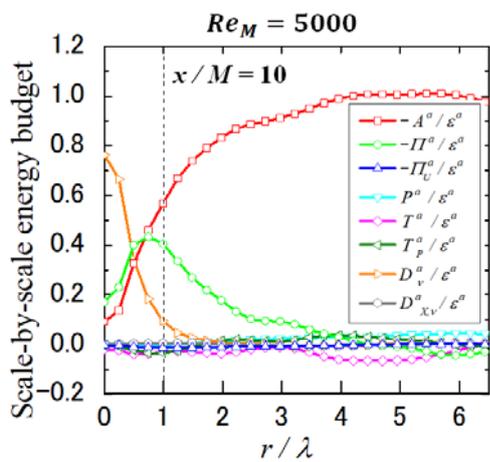
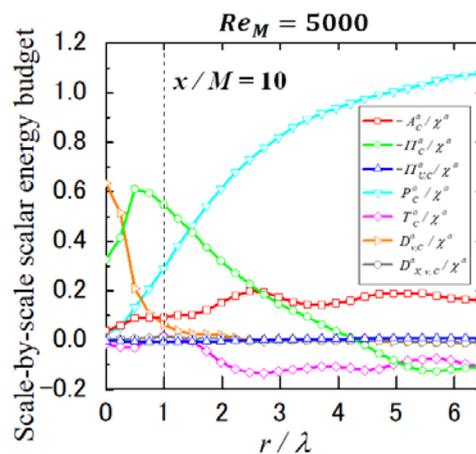


Fig.3 Averaged scale-by-scale energy transfer budget normalised by the averaged energy dissipation ϵ^a



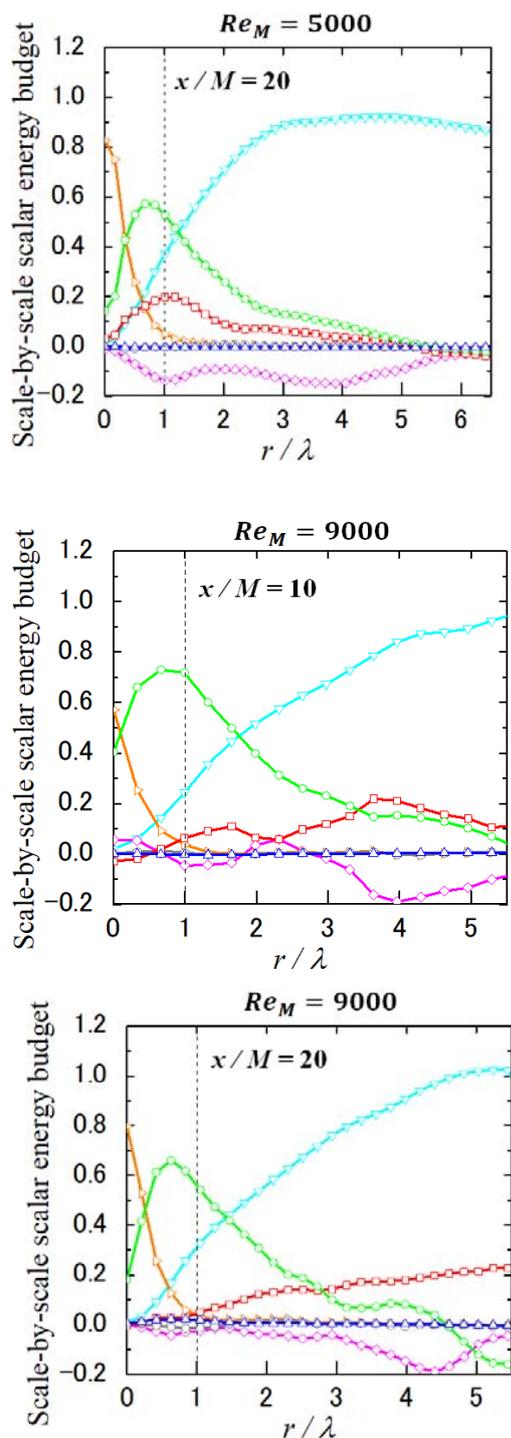


Fig.4 Averaged scale-by-scale scalar transfer budget normalised by the averaged energy dissipation ε^{α}

4. 結言

格子乱流中における直接数値計算を行い、流れ場の平衡性と乱流エネルギーおよびスカラの渦スケール間輸送機構の関連性を調べた。その結果、SBS 方程式およびSBSS 方程式において λ 程度でのスケール間輸送に対して無視できない項の相違が明らかになった。また、非線形輸送項の極大値は、平衡領域に行くほど小さくなるが、レイノル

ズ数が上がると大きくなることもわかった。

謝辞

本研究は海洋研究開発機構・地球シミュレータセンターのスーパーコンピュータ (NEC SX-ACE) を用いて行われた。また科研費・基盤研究 (No. 18H01369, No. 20K04264) のサポートを受けた。

文献

- (1) P. C. Valente and J. C. Vassilicos, “The energy cascade in grid-generated non-equilibrium decaying turbulence”, *Phys. Fluids* 27, 045103, (2015).
- (2) R. Gomes-Fernandes, B. Ganapathisubramani, J. C. Vassilicos, “The energy cascade in near-field non homogeneous non-isotropic turbulence”, *J. Fluid Mech.* 771, 676-705 (2015).
- (3) R. J. Hill, “Structure-function equation for scalars”, *Phys. Fluids* 14, 1745 (2002).
- (4) Kim, J., Moin, P., “Application of a fractional-step method to incompressible navier-stokes equations”, *J. Comp. phys.* 59, 308-323 (1985).
- (5) Spalart, P.R., Moser, R.D., Rogers M.M., “Spectral methods for the Navier-Stokes equations with one infinite and two periodic directions, *Journal of Computational Physics* 96, 297-324 (1991).
- (6) Morinishi, Y., Lund, T. S., Vasilyev, O. V., Moin, P. “Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow, *J. Comp. Phys.* 143, 90-124 (1998).

Numerical Study on Inter-Scale Transfer of Energy and Scalar in Grid-generated Turbulence

Project Representative

Yasuhiko Sakai Department of Mechanical Systems Engineering, Nagoya University

Authors

Yasuhiko Sakai^{*1}, Yasumasa Ito^{*1}, Koji Iwano^{*1}, Takuya Yurikusa^{*1}, Takumi Okawa^{*1}, Keigo Matsusda^{*2}

^{*1} Department of Mechanical Systems Engineering, Nagoya University

^{*2} Center for Earth Information Science and Technology, Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

It is known that non-equilibrium turbulence, in which production and dissipation of turbulent energy do not balance, appears in grid turbulence. In this study, inter-scale transfer of energy and scalar were investigated by using the structure functions. Direct numerical simulations were performed for grid turbulence with $Re_M=5000$ and 9000 , where Re_M is the Reynolds number based on the grid mesh size and uniform velocity. It is revealed that the advection term is dominant at around $r \approx \lambda$, where λ is the Taylor's micro scale, in turbulent energy transfer, while the production term is dominant in scalar transfer. Also contribution by the non-linear term increases with the Reynolds number.

Keywords : Grid turbulence, Inter-scale transfer, Turbulence energy, Scalar transfer, Non-equilibrium

1. Introduction

Grid-generated turbulence is one of the canonical flows in turbulence study. Past studies have revealed that the grid turbulence often includes non-equilibrium region, where production and dissipation do not balance⁽¹⁾. In this regard, two-point analysis using the structure function is a powerful tool to clarify the inter-scale transfer, and researchers have investigated the flow characteristics^(1,2). On the other hand, although the corresponding equation for scalar transfer was suggested⁽³⁾, it has rarely applied to those flows. In this study, therefore, we performed direction numerical simulations for grid turbulence and analyzed the inter-scale transfer of turbulent energy and scalar.

2. Direct numerical simulation

Figure 1 shows the computational domain. The origin of the coordinates is the center of the turbulence-generating grid, and x , y , z indicate the streamwise, vertical, and spanwise directions, respectively. The Reynolds number based on the uniform velocity and grid size were set to $Re_M = 5000$ and 9000 . The passive scalar concentration of the upper stream ($y \geq 0$) and lower stream ($y < 0$) were set to $C_1 = 1.0$ and $C_2 = 0$, respectively.

The governing equations are the continuity equation, Navier-Stokes equation for velocity and convection-diffusion equation for scalar. Fractional step method⁽⁴⁾ with third-order Runge-Kutta method was mainly employed to solve the equations⁽⁵⁾. For spatial discretization, fourth-order central difference scheme was mainly employed.

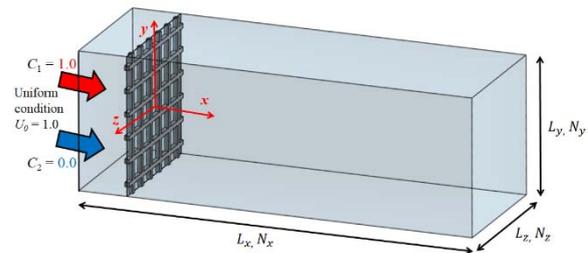


Fig.1 Schematic of computational domain

3. Results and discussion

Due to page limitation, we cannot present the evidence here but it is confirmed that from the centerline distribution of C_ϵ that, C_ϵ increases in the entire region in the case of $Re_M = 5000$ while it becomes constant from around $x/M = 20$.

To clarify the inter-scale transfer of turbulence energy and scalar, scale-by-scale budget equations for energy (SBS equation) and scalar (SBSS equation) were solved. Figures 3 and 4 show the results at $x/M = 20$. These figures indicate that the advection term A in the SBS equation (energy) and production term P_c in the SBSS equation (scalar) are not negligible at around $r \approx \lambda$. It is also confirmed that the non-linear transfer terms, Π and Π_c , take the maximum values here, meaning that active turbulent transport is active at around $r \approx \lambda$.

4. Conclusion

Direct numerical simulations were performed for grid

turbulence with Reynolds numbers of 5000 and 9000. The equilibrium state and inter-scale transfer of turbulent energy and scalar were investigated by SBS/SBSS equations. It is clarified that the advection term in the SBS equation (energy) and production term in the SBSS equation (scalar) are not negligible at around $r \approx \lambda$. It is also confirmed that the non-linear transfer terms take the maximum values here, meaning that active turbulent transport is active at around $r \approx \lambda$.

Acknowledgements

These numerical simulations were performed at SX-ACE (NEC) at the Earth Simulator, JAMSTEC. It is financially supported by Kakenhi (No. 18H01369, No. 20K04264).

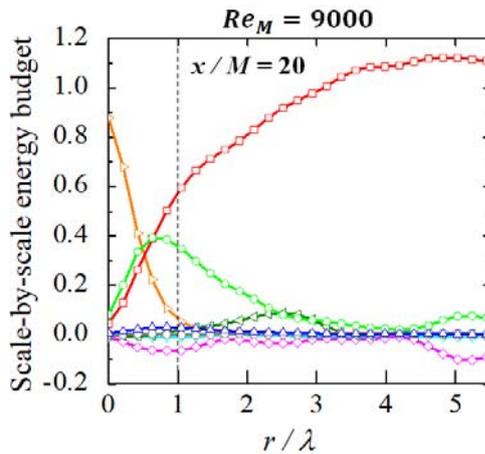
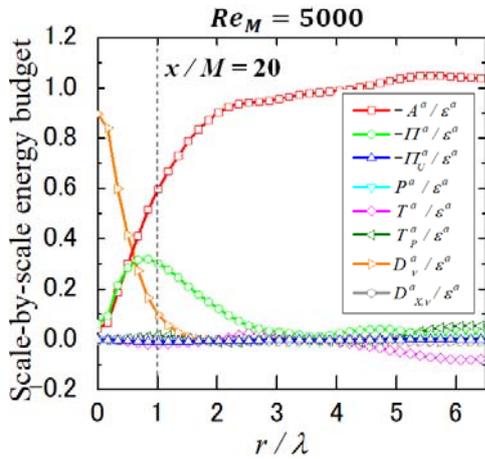


Fig.3 Averaged scale-by-scale energy transfer budget normalised by the averaged energy dissipation ϵ^a

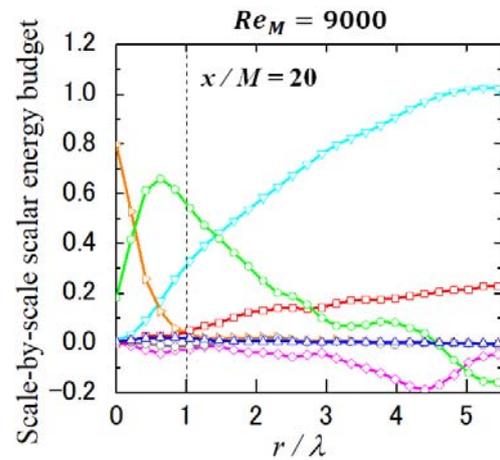
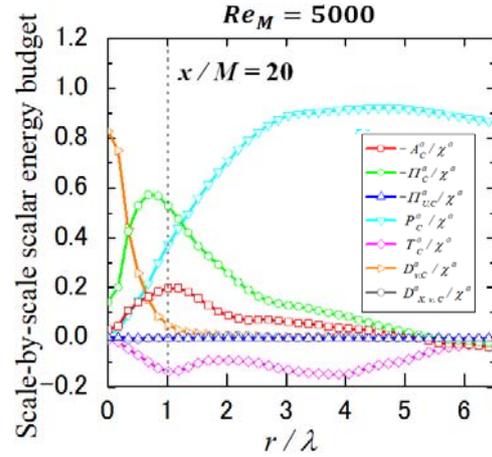


Fig.4 Averaged scale-by-scale scalar transfer budget normalised by the averaged energy dissipation ϵ^a

References

- (1) P. C. Valente, J. C. Vassilicos, “The energy cascade in grid-generated non-equilibrium decaying turbulence”, Phys. Fluids 27, 045103, (2015).
- (2) R. Gomes-Fernandes, B. Ganapathisubramani J. C. Vassilicos, “The energy cascade in near-field non homogeneous non-isotropic turbulence”, J. Fluid Mech. 771, 676-705, (2015).
- (3) R. J. Hill, “Structure-function equation for scalars”, Phys. Fluids 14, 1745, (2002).
- (4) Kim, J., Moin, P., “Application of a fractional-step method to incompressible navier-stokes equations”, Journal of Computational physics 59, 308-323 (1985).
- (5) Spalart, P.R., Moser, R.D., Rogers M.M., “Spectral methods for the Navier-Stokes equations with one infinite and two periodic directions, Journal of Computational Physics 96, 297-324 (1991).