

減衰する塩分成層乱流のフルード数依存性

課題責任者

花崎 秀史 京都大学大学院 工学研究科

著者

花崎 秀史*1, 沖野 真也*1

*1 京都大学大学院 工学研究科

本研究では、塩分成層流体 ($Sc = 700$) 中の乱流の初期フルード数 Fr_0 (密度成層の強さを表し、成層が強いほど Fr_0 は小さい) に対する依存性を調べた。初期フルード数が 1 よりも大きい場合、初期には、ポテンシャルエネルギースペクトルの高波数部分に、パッシブスカラーと同様の k^{-1} に比例する領域 (バチェラー則) が現れる。しかし、プリミティブ波数 $k_p^* = \sqrt{N^*/\nu^*}$ (ν^* は動粘性係数、 N^* はブラント・バイサラ振動数) 付近のポテンシャルエネルギーは、鉛直密度フラックスを介して運動エネルギーに継続的に変換されるため、急速に減少する。一方、初期フルード数が 1 よりも小さい場合は、ポテンシャルエネルギーはコルモゴロフ波数以上の高波数領域へあまり輸送されなくなる。これは、低波数で顕著な運動エネルギーへの変換が、非線形効果による高波数への輸送よりも短時間で起こり、高波数へ輸送される前に運動エネルギーに変わってしまうためである。このことは、強い密度成層状態においては、高シュミット数の効果が現れにくくなることを意味している。

キーワード : 成層流体, 減衰乱流, 高シュミット数, エネルギースペクトル, 鉛直密度フラックス

1. 緒言

大気や海洋は、時間平均的には下方ほど密度の大きい密度成層を形成している。海洋における密度成層を形成するのは塩分と温度であるが、特に、塩分の拡散係数は非常に小さく、拡散係数 κ^* に対する流体の動粘性係数 ν^* の比であるシュミット数は非常に大きな値をとる ($Sc = \nu^*/\kappa^* = 700$)。

等方乱流における、流れに影響を及ぼさず、受動的に運動する“パッシブスカラー”のスペクトルに対する研究として Batchelor [1] が挙げられる。そこでは、 $Sc \gg 1$ のスカラーは速度場の最小スケールに対応するコルモゴロフ波数 k_K^* よりも大きな波数 (バチェラー波数 $k_B^* = Sc^{1/2} k_K^*$) において散逸し、粘性移流領域 ($k_K^* < k < k_B^*$) において、スカラースペクトルは波数 k^* の -1 乗に比例することが理論的に示された。

密度成層乱流、すなわち熱や塩分のように浮力を介して流れに影響を及ぼす“アクティブスカラー”が鉛直方向に平均勾配をもつ流体中の乱流について、これまで室内実験、数値計算、理論による数多くの研究がなされてきた。室内実験はしばしば塩分成層 ($Sc = 700$) を用いておこなわれてきた [2, 3, 4] が、塩分のバチェラー波数程度の微小な構造を高精度に解像することは難しい。それゆえ、数値計算では、ほとんどの場合 $Sc = 1$ が対象とされてきた [5, 6, 7]。その結果、実用上重要な対象であるにもかかわらず、高シュミット数のアクティブスカラーの小スケールにおける振る舞いについての知見はこれまで乏しかった。

最近、70 までの値のシュミット数に対し、密度成層乱流のシュミット数依存性が直接数値計算によって調べられた [8]。さらに、シュミット数が 700 の塩分成層乱流の直接数値計算も実施され、減衰終期のポテンシャルエネ

ルギー分布において、小スケールの構造から形成される大スケールの雲状の構造が出現することが示された [9]。この現象は、成層乱流のプリミティブ波数において、逆勾配の鉛直密度フラックスが持続的に生じ、ポテンシャルエネルギーが運動エネルギーへと常に変換されるために起こる。

本研究では、先行する塩分成層乱流の直接数値計算による研究 [9] を拡張し、初期フルード数 (密度成層の強さに関わる無次元パラメータ) に対する依存性を調べた結果について報告する。

2. 直接数値計算

周期境界を有する立方体領域中の密度成層流体を取り扱う。密度成層は塩分 ($Sc = 700$) によって形成されているものとする。本研究では、減衰乱流、すなわち初期攪乱の時間発展を計算の対象とする。初期速度場として等方的な攪乱 (スペクトルの形は [10] と同様) を与え、初期密度場は攪乱がないものとした。

系を支配する方程式は、連続の式、ブジネスク近似を施したナビエ・ストークス方程式と密度攪乱の輸送方程式である。フーリエ・スペクトル法によって支配方程式の直接数値計算を実施した。非線形項の評価の際に生じるエイリアス誤差は $3/2$ 則によって除去した。また、時間積分は 4 次精度のルンゲ・クッタ法により実行した。計算に用いる格子点数は最大で 4096^3 点とした。

本研究では、初期レイノルズ数を $Re_0 = U_0^* L_0^*/\nu^* = 50$ と固定した上で、密度成層の強さの尺度である、初期フルード数

$$Fr_0 = \frac{U_0^*}{N^* L_0^*} \quad (1)$$

を 0.1 から 5 まで変化させ、流れのフルード数依存性を

調べた。ただし、 U_0^* は初期 rms 速度、 L_0^* は初期攪乱の積分長、 N^* はブラント・バイサラ振動数であり、 N^* は平均密度勾配 $d\rho^*/dz^*$ から決定される。以下では、アスタリスクなしの物理量は長さスケール L_0^* 、速度スケール U_0^* 、密度スケール $-L_0^*d\rho^*/dz^*$ によって無次元化された量を表すものとする。

非線形項を評価する際の三次元実 FFT を MPI によって並列化した。計算領域を一方向に対して分割し、適宜データの転置をおこなって同一ノード内で FFT を実行した。格子点が 4096^3 点の場合、SX-ACE を 1024 ノード利用して計算を行った。

3. 結果

図 1 に、塩分攪乱によるポテンシャルエネルギーのプレマルチプライド・スペクトルの初期フルード数依存性を示す。典型的なスペクトルの時間変化は $Fr_0 = 1$ (図 1b) において見られる。初期にはバチェラーの k^{-1} 則 [1] に対応する平坦な領域が見られるが、時間の経過とともに、成層乱流のプリミティブ波数 $k_p = \sqrt{N^*/\nu^*}$ [11] 付近のエネルギーが急速に減少し、低波数側と高波数側にそれぞれエネルギーのピークをもつようになる。この原因は、成層乱流のプリミティブ波数付近で鉛直密度フラックスが常に負 (逆勾配) となることで、ポテンシャルエネルギーが運動エネルギーへと持続的に変換されるためである [9, 12]。なお、初期フルード数が大きい場合 ($Fr_0 = 5$) においても、ポテンシャルエネルギースペクトルは同様に時間変化する (図 1a)。ただし、浮力周期 ($t_N = 1$) のうちに多くのポテンシャルエネルギーが高波数へと輸送されるために、高波数側のピークのほうが低波数側のピークに比べ高い点が特徴的である。

一方、初期フルード数が小さいと ($Fr_0 = 0.3$)、低波数でのエネルギー変換が短時間で起こり、ポテンシャルエネルギーはコルモゴロフ波数以上の高波数へとあまり輸送されなくなる (図 1c)。このことは、強い密度成層流体において、シュミット数効果が現れにくくなることを意味している。

続いて、次式で定義される鉛直密度フラックスのコスペクトルの初期フルード数依存性を図 2 に示す。

$$C_{\rho'w}(k) = \sum_{\sqrt{k_x^2+k_y^2+k_z^2-k} < \frac{k_{min}}{2}} \frac{1}{Fr_0^2} \text{Re}[\hat{\rho}'(\mathbf{k})\hat{w}^*(\mathbf{k})] \frac{1}{k_{min}} \quad (2)$$

ここで、 $\hat{\rho}'(\mathbf{k})$ は波数ベクトル $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ に対する ρ' のフーリエ成分であり、上付きの * は複素共役を表す。

まず、初期フルード数の値によらない共通の特徴として、低波数 ($k \sim 2 \ll k_p$) ではコスペクトルは正負に振動する (cf. $Sc = 1$ における直接数値計算 [13])。一方、 k_p 付近においては持続的に逆勾配フラックスのピークをもつ。密度成層が弱いほど (Fr_0 が大きいほど)、その持続的な逆勾配フラックスは、低波数における振動的なフラックスと比べて、より顕著となる。これは、同じ浮力時間 t_N で比較した場合に、 Fr_0 が大きいほど、初期攪乱

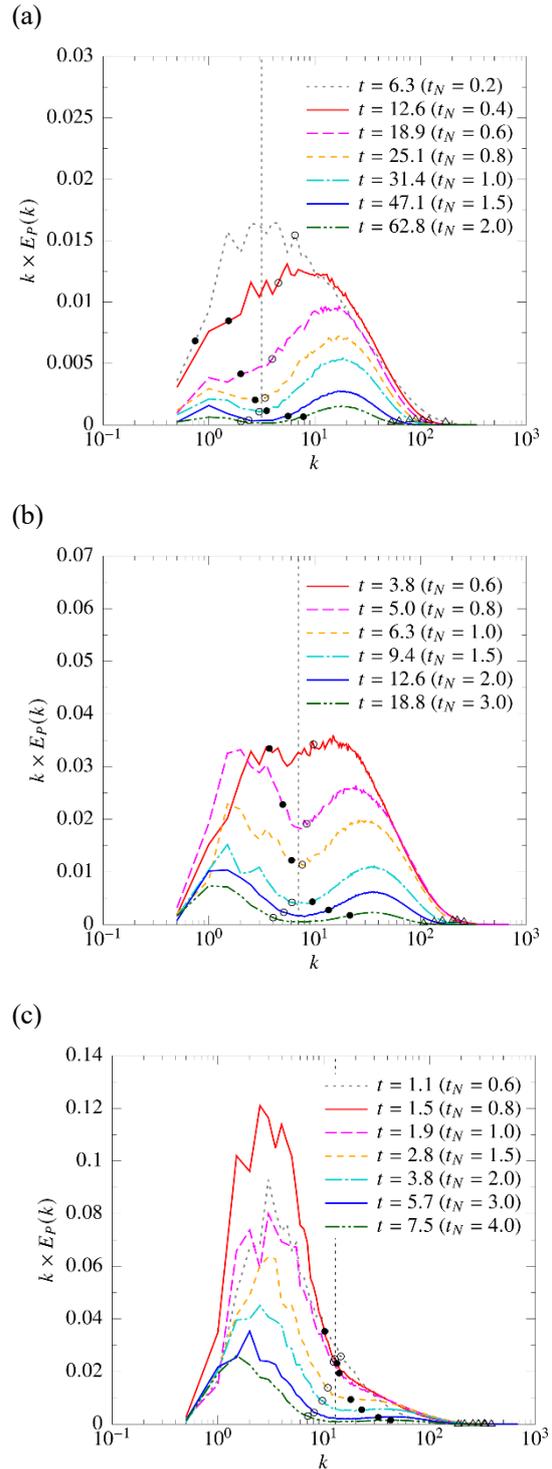


図 1. ポテンシャルエネルギーのプレマルチプライド・スペクトル $k \times E_p(k)$ の時間変化。(a) $Fr_0 = 5$ 、(b) $Fr_0 = 1$ 、(c) $Fr_0 = 0.3$ 。シンボルはコルモゴロフ波数(○)、オズミドフ波数(●)、バチェラー波数(△)を表す。鉛直破線はプリミティブ波数 $k_p = \sqrt{Re_0/Fr_0}$ を表し、その値は (a) $k_p = 3.2$ 、(b) $k_p = 7.1$ 、(c) $k_p = 13$ である。凡例には、初期攪乱のターンオーバー時間で無次元化された移流時間 $t (= U_0^* t^*/L_0^*)$ と浮力時間 $t_N (= N^* t^*/(2\pi))$ を併記している。

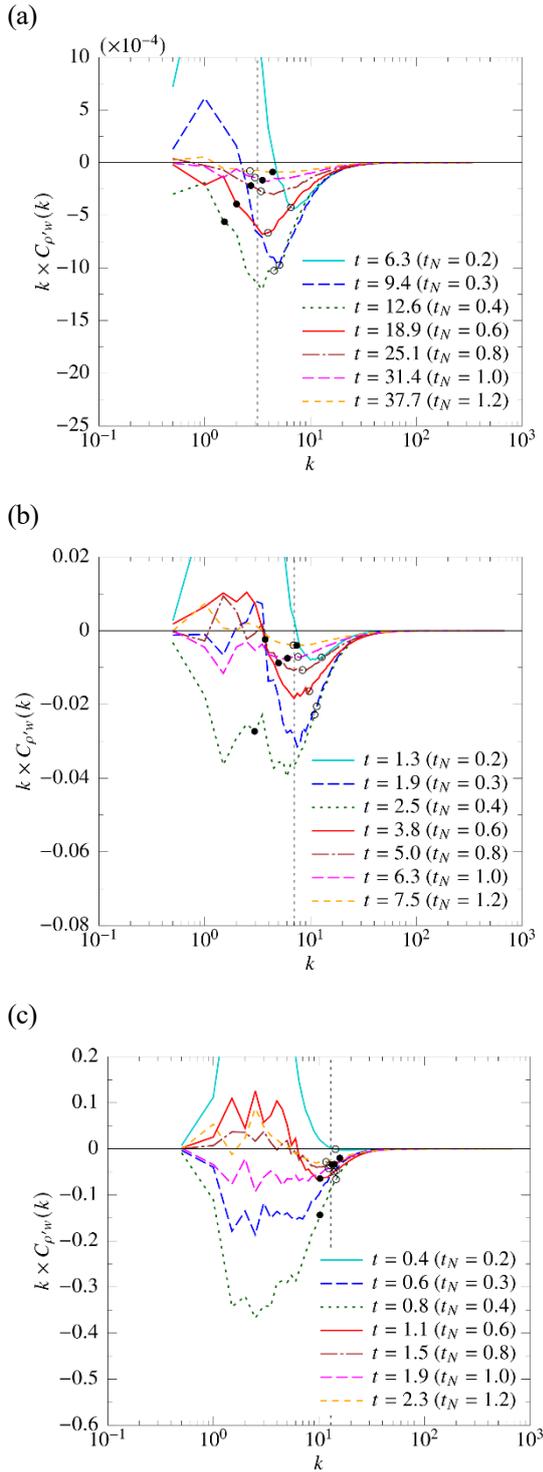


図 2. 鉛直密度フラックスのコスペクトル $k \times C_{\rho'w}(k)$ の時間変化。(a) $Fr_0 = 5$, (b) $Fr_0 = 1$, (c) $Fr_0 = 0.3$. シンボルはコルモゴロフ波数(○)、オズミドフ波数(●)、を表す。鉛直破線はプリミティブ波数 $k_p = \sqrt{Re_0 / Fr_0}$ を表し、その値は (a) $k_p = 3.2$, (b) $k_p = 7.1$, (c) $k_p = 13$ である。凡例には、初期攪乱のターンオーバー時間で無次元化された移流時間 $t (= U_0^* t^* / L_0^*)$ と浮力時間 $t_N (= N^* t^* / (2\pi))$ を併記している。

のターンオーバー時間で無次元化した時間 $t (= 2\pi Fr_0 t_N)$ が大きく、この間により多くの割合のポテンシャルエネルギーが高波数へと輸送されるためである。

$Fr_0 = 0.3$ における鉛直密度フラックスのコスペクトル (図 2c) は、過去の塩分成層流体を用いた室内実験の結果 (Komori & Nagata [14]) とよく似ている。Komori & Nagata の figure 11 に見られる逆勾配フラックスのピーク周波数は、 $f^* \sim 20$ Hz であり、この周波数に対応する流れ方向波数は $k_x^* = 2\pi f^* / \bar{U}^* \approx 10 \text{ cm}^{-1}$ (ここで、 $\bar{U}^* (= 12.5 \text{ cm s}^{-1})$ は主流の流速) となる。そして、この波数は確かに、彼らの実験における成層乱流のプリミティブ波数 $k_p^* = \sqrt{N^* / \nu^*} = \sqrt{2.17 / 0.01} = 14.7 \text{ cm}^{-1}$ に近い値となっている。

4. 結言

本研究では、塩分成層乱流 ($Sc = 700$) の初期フルード数依存性を調べた。強い密度成層流体 ($Fr_0 \ll 1$) においては、低波数でのポテンシャルエネルギーと運動エネルギーの間のエネルギー変換が、高波数へのエネルギーカスケードよりも短時間で起こる。その結果、高シュミット数であるにもかかわらず、ポテンシャルエネルギーはコルモゴロフ波数以上へとあまり輸送されなくなる。また、初期フルード数によらず、鉛直密度フラックスのコスペクトルは成層乱流のプリミティブ波数において負の (逆勾配の) ピークをもち、ポテンシャルエネルギーから運動エネルギーへの変換が持続的に起こっている。

謝辞

本研究成果は令和 2 年度地球シミュレータ公募課題により、海洋研究開発機構の地球シミュレータを利用して得られたものである。

文献

- [1] G. K. Batchelor, "Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid", J. Fluid Mech. 5, pp.113-133, (1959).
- [2] D. C. Stillinger, K. N. Helland, and C. W. Van Atta, "Experiments on the transition of homogeneous turbulence to internal waves in a stratified fluid," J. Fluid Mech. 131, pp. 91-122, (1983).
- [3] E. C. Itsweire, K. N. Helland, and C. W. Van Atta, "The evolution of grid-generated turbulence in a stably stratified fluid," J. Fluid Mech. 162, pp. 299-338, (1986).
- [4] O. Praud, A. M. Fincham, and J. Sommeria, "Decaying grid turbulence in a strongly stratified fluid," J. Fluid Mech. 522, pp. 1-33, (2005).
- [5] J. J. Riley, R. W. Metcalfe, and M. A. Weissman, "Direct numerical simulations of homogeneous turbulence in density-stratified fluids", Proc. AIP Conf. on Nonlinear Properties of Internal Waves (ed. Bruce J. West), pp.79-112, (1981).
- [6] P. Bartello, and S. M. Tobias, "Sensitivity of stratified turbulence to the buoyancy Reynolds number", J. Fluid Mech.

725, pp. 1-22, (2013).

[7] A. Maffioli, and P. A. Davidson, "Dynamics of stratified turbulence decaying from a high buoyancy Reynolds number," *J. Fluid Mech.* 786, pp. 210-233, (2016).

[8] S. Okino, and H. Hanazaki, "Decaying turbulence in a stratified fluid of high Prandtl number", *J. Fluid Mech.* 874, pp. 821-855, (2019).

[9] S. Okino, and H. Hanazaki, "Direct numerical simulation of turbulence in a salt-stratified fluid", *J. Fluid Mech.* 891, A19, (2020).

[10] C. Staquet, and F. S. Godeferd, "Statistical modelling and direct numerical simulations of decaying stably stratified turbulence. Part 1. Flow energetics", *J. Fluid Mech.* 360, pp. 295-340, (1998).

[11] C. H. Gibson, "Fossil temperature, salinity, and vorticity turbulence in the ocean", *Marine Turbulence* (ed. J. Nihoul), pp. 221-257, (1980).

[12] H. Hanazaki, and J. C. R. Hunt, "Linear processes in unsteady stably stratified turbulence," *J. Fluid Mech.* 318, pp. 303-337, (1996).

[13] T. Gerz, and H. Yamazaki, "Direct numerical simulation of buoyancy-driven turbulence in stably stratified fluid," *J. Fluid Mech.* 249, pp. 415-440, (1993).

[14] S. Komori, and K. Nagata, "Effects of molecular diffusivities on counter-gradient scalar and momentum transfer in strongly stable stratification," *J. Fluid Mech.* 326, pp. 205-237, (1996).

Froude Number Dependence of Decaying Stratified-turbulence

Project Representative

Hideshi Hanazaki Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

Authors

Hideshi Hanazaki*¹, Shinya Okino*¹

*¹Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

We have investigated the Froude number dependence of decaying stratified turbulence by direct numerical simulations. When the initial Froude number Fr_0 is larger than unity ($Fr_0 > 1$), potential-energy spectrum initially shows a k^{-1} -spectrum at high-wavenumber region, just like a passive-scalar spectrum well-known as the Batchelor spectrum. However, the potential-energy spectrum begins to show a significant local decrease near the primitive wavenumber $k_p^* = \sqrt{\nu^*/N^*}$ (where ν^* is the kinematic viscosity and N^* is the Brunt-Väisälä frequency) due to the persistent conversion into the kinetic energy by the vertical density flux. On the other hand, when $Fr_0 < 1$, only a small amount of potential energy is transferred to and above the Kolmogorov wavenumber, since it is converted into the kinetic energy in a shorter time before it is transferred to the high-wavenumber region by nonlinearity. This means that the Schmidt-number effects will not be significant in strongly stratified fluids.

Keywords : Stratified Fluid, Decaying Turbulence, High Schmidt Number, Energy Spectrum, Vertical Density Flux

1. Introduction

The atmosphere and the ocean, when time-averaged, are stably stratified with larger density at lower altitude. The density stratification in the ocean is generated by both salinity and temperature. The salinity, in particular, has a so small diffusion coefficient that the Schmidt number Sc is very large ($Sc = \nu^*/\kappa^* = 700$ with ν^* being the kinematic viscosity of fluid and κ^* the diffusion coefficient).

The transport of a passive (i.e. non-buoyant) scalar of high Schmidt number in isotropic turbulence was investigated in a seminal paper by Batchelor [1], who predicted that the high- Sc ($\gg 1$) scalar dissipates at the wavenumber of $k_B^* = Sc^{1/2}k_K^*$ (k_K^* is the Kolmogorov wavenumber), and the scalar variance spectrum is proportional to k^{*-1} in the viscous-convective subrange ($k_K^* < k^* < k_B^*$).

Turbulence in a density-stratified fluid has been investigated by a number of experiments (e.g. [2-4]) and numerical simulations (e.g. [5-7]). Saltwater ($Sc = 700$) has been often used in the experiment of density-stratified flow, whereas most of the numerical studies assume $Sc = 1$ because of the difficulty in resolving a small Batchelor scale of the high- Sc stratifying (i.e. buoyant) scalar.

Recently, the Schmidt number dependence of stratified turbulence has been investigated for $Sc \leq 70$ by direct numerical simulations [8]. Furthermore, a direct numerical simulation of salt-stratified turbulence ($Sc = 700$) [9] found that large-scale 'clouds' composed of small-scale structures in the potential-energy distribution appear in the final period of decay. This phenomenon was attributable to the rapid decrease in potential energy due to the continuous energy conversion into

kinetic energy through the counter-gradient vertical density flux at the primitive scale of stratified turbulence.

This study is an extension of the previous numerical study [9], and investigates the Froude-number (i.e. a non-dimensional parameter representing the strength of stratification) dependence of decaying salt-stratified turbulence ($Sc = 700$).

2. Direct numerical simulation

We consider a salt-stratified fluid (i.e. $Sc = 700$) in a cubic region, where the periodic boundary condition with a period of 4π is imposed. Decaying turbulence in the stratified fluid is analysed by direct numerical simulation. The initial velocity field is isotropic, but the initial density perturbation is absent.

The temporal variation of the flow is governed by the continuity equation, the Navier-Stokes equations under the Boussinesq approximation and the transport equation of the density perturbation. These governing equations are solved by the Fourier spectral method.

The initial Reynolds number is fixed at $Re_0 = U_0^*L_0^*/\nu^* = 50$, while the initial Froude number

$$Fr_0 = \frac{U_0^*}{N^*L_0^*} \quad (1)$$

is varied from 0.1 to 5, where U_0^* is the initial rms velocity, L_0^* the initial integral scale and N^* the Brunt-Väisälä frequency, which is determined by the undisturbed density gradient $d\rho^*/dz^*$. Hereafter, the variables without an asterisk represent the non-dimensional quantities scaled by the length scale L_0^* , the velocity scale U_0^* and the density scale $-L_0^*d\rho^*/dz^*$.

3. Results

Figure 1 shows the temporal evolution of the premultiplied spectrum of potential energy, i.e. $k \times E_p(k)$ for three different initial Froude numbers ($Fr_0 = 5, 1$ and 0.3 from top). For weak to moderate stratification ($Fr_0 = 5$ and 1), the potential-energy spectrum shows a similar time-evolution (figure 1a,b). Initially, at $t_N \sim 0.5$ the premultiplied spectrum has a plateau near the Kolmogorov wavenumber, which corresponds to Batchelor's k^{-1} spectrum [1]. Subsequently, the premultiplied spectrum near the primitive wavenumber k_p (indicated by the vertical dotted line) decreases rapidly, leaving two peaks at low and high wavenumbers. The local decrease in the potential-energy spectrum occurs since the counter-gradient vertical density flux persistently has a peak at the primitive wavenumber and the potential energy is converted into the kinetic energy [9].

In contrast to the cases of weak to moderate stratification (figure 1a,b), the premultiplied spectrum for $Fr_0 = 0.3$ (figure 1c) does not exhibit a plateau near the Kolmogorov wavenumber representing the k^{-1} law. Instead, $k \times E_p(k)$ maintains a single peak at a low wavenumber, corresponding to the integral scale of the initial perturbation. We should note that the potential energy is not transferred so much above the Kolmogorov wavenumber in spite of the very high Schmidt number ($Sc = 700$). The reason for this is that the Brunt-Väisälä period is so small that the potential energy is converted into the kinetic energy sooner than it is transferred to and above the Kolmogorov wavenumber, and eventually most of the energy is dissipated at the Kolmogorov wavenumber due to viscosity. This means that the Schmidt number effect will not be significant in strongly stratified fluids.

Acknowledgement

This study used computational resources provided by the Earth Simulator Center of the Japan Agency of Marine-Earth Science and Technology.

References

- [1] G. K. Batchelor, "Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid", J. Fluid Mech. 5, pp.113-133, (1959).
- [2] D. C. Stilling, K. N. Helland, and C. W. Van Atta, "Experiments on the transition of homogeneous turbulence to internal waves in a stratified fluid," J. Fluid Mech. 131, pp. 91-122, (1983).
- [3] E. C. Itsweire, K. N. Helland, and C. W. Van Atta, "The evolution of grid-generated turbulence in a stably stratified fluid," J. Fluid Mech. 162, pp. 299-338, (1986).
- [4] O. Praud, A. M. Fincham, and J. Sommeria, "Decaying grid turbulence in a strongly stratified fluid," J. Fluid Mech. 522, pp. 1-33, (2005).
- [5] J. J. Riley, R. W. Metcalfe, and M. A. Weissman, "Direct numerical simulations of homogeneous turbulence in density-

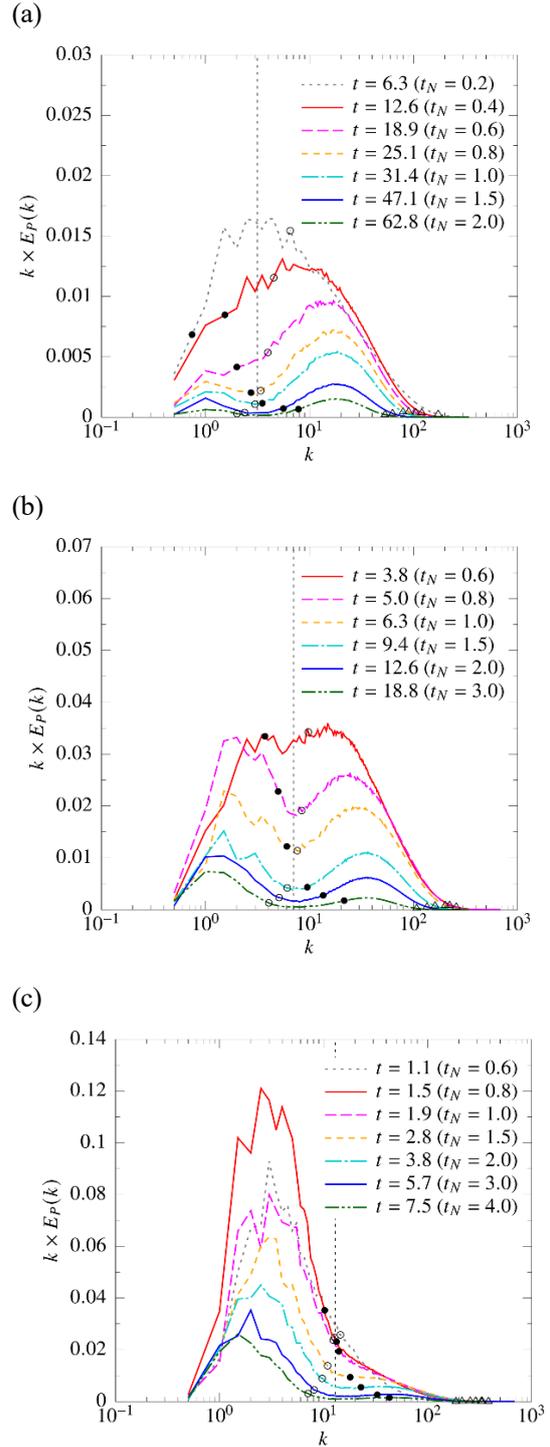


Figure 1. Temporal variation of the premultiplied potential-energy spectrum $k \times E_p(k)$, for (a) $Fr_0 = 5$, (b) $Fr_0 = 1$ and (c) $Fr_0 = 0.3$. Symbols on each spectral curve show the Kolmogorov wavenumber (\circ), the Ozmidov wavenumber (\bullet) and the Batchelor wavenumber (\triangle). The vertical dotted line indicates the primitive wavenumber of stratified turbulence $k_p = \sqrt{Re_0 / Fr_0}$, whose values are (a) $k_p = 3.2$, (b) $k_p = 7.1$ and (c) $k_p = 13$. In the legend, time is represented by two kinds of non-dimensional time (advection time $t (= U_0^* t^* / L_0^*)$ and buoyancy time $t_N (= N^* t^* / (2\pi))$).

stratified fluids”, Proc. AIP Conf. on Nonlinear Properties of Internal Waves (ed. Bruce J. West), pp.79-112, (1981).

[6] P. Bartello, and S. M. Tobias, “Sensitivity of stratified turbulence to the buoyancy Reynolds number”, J. Fluid Mech. 725, pp. 1-22, (2013).

[7] A. Maffioli, and P. A. Davidson, “Dynamics of stratified turbulence decaying from a high buoyancy Reynolds number,” J. Fluid Mech. 786, pp. 210-233, (2016).

[8] S. Okino, and H. Hanazaki, “Decaying turbulence in a stratified fluid of high Prandtl number”, J. Fluid Mech. 874, pp. 821-855, (2019).

[9] S. Okino, and H. Hanazaki, “Direct numerical simulation of turbulence in a salt-stratified fluid”, J. Fluid Mech. 891, A19, (2020).