Active と passive なスカラー場におけるスカラー勾配の共変性に基づく乱流維持機構の解明

課題責任者
高木　洋平　　横浜国立大学大学院工学研究院

著者
堀内　潔*[1]，　高木　洋平*[2]，柴田　啓伍*[3]
[1] 東京大学工学部，[2] 横浜国立大学大学院工学研究院，*[3] 横浜国立大学大学院理工学府

本研究は，共変型要素の溶液への添加が流体の流動に与える効果の検証を目的とし，本年度は，共変型高分子添加溶液の多重スケール解析と，同じく共変性を有する温度のスカラー量の勾配による応力を付加した DNS を行い，流体と温度場の解析を行った．そして，両流れ場において共通する渦層構造の維持機構を明らかにし，共変型要素の有する特性の普遍性を示した．

キーワード：高分子添加溶液，active scalar，反変・共変性，渦層，Weissenberg 効果

1. 研究の背景

物理学に現れるベクトルの分類の一つに反変型と共変型がある．反変ベクトルは線状の要素を表すのに対し，共変ベクトルはそのベクトルに直交する超平面を附随した層状の要素を表すベクトルとなり，反変ベクトルに直交する補空間を形成する．反変ベクトルの例としては，渦度ベクトル，電磁流体力学（MHD）における磁場ベクトル等が挙げられる．渦を巻いている領域は直接観測にかかる事が多いため，反変性の物理量は認識し易い要素と思われる一方，共変ベクトルは，層状の要素を張る反変ベクトルの面積ベクトルで与えられるため認識が難しく，反変性要素に対する解明は進んでいるのに対して，共変性の物理量の解析と活用はあまり行われていないように見受けられる．しかしながら，共変ベクトルで表される重要な物理量も存在する．

こうしたベクトルから構成される要素を流体中に添加した場合，流体に応力による力を及ぼすため，流動特性に大きな変化が生じる．例として，Toms 効果と呼ばれる高分子の添加による乱流抵抗低減が挙げられるが[1]，高分子に反変性を仮定した研究が主流となっているのが現状で，共変性の導入が与える効果はほとんど解明されていない．

共変ベクトルの例としては，温度・密度等のスカラー量の勾配ベクトル，MHD の Lorentz 力が挙げられるが，これらは，反変性要素と同等に重要と思われる．特に，伝熱場では，流体が反変性を有する渦度の伸長に支配されるのに対して，温度場は共変型の温度勾配に支配されるため，両要素が相補的に作用して流体中の伝熱が駆動されている可能性がある．

近年，線状降水帯と呼ばれる組織化した積乱雲群が列をなした，数時間にわたって停滞する強い雨域がしばしば観察され，多大な被害をもたらしている．この降水帯は，線状に長距離に渡って伸びる特徴があるが，このような筋状の構造は，種々の乱流場では，しばしば観察される．実際の線状降水帯は，凝結水分等の複雑な機構から形成されているので安易な類推は危険ではあるが，スカラー量の勾配が与える共変性との相関がその維持機構になっている可能性が考えられる．そこで，本研究は，温度・密度等の変化を伴う流動場等において，共変性が果たす役割を解明し，共変性要素が有する普遍性の検証を行う事を目的とする．

本年度は，共変性高分子を添加した溶液中の乱流場と温度勾配ベクトルによる応力を付加したスカラー場の解析を行い，両流れ場における類似性を明らかにした．

2. 高分子添加溶液における共変性

本年度は，先ず，高分子の流動解析を取り上げた．ここでは，mesoscopic なスケールでは，高分子鎖を連結粒子系として扱って dumbbell モデルによって近似し，macroscopic なスケールとの相互作用を結合する多重スケール解析を行った．有限伸長を有する 2 つの beads を非線形バネで繋いだ dumbbell モデル（Finitely extensible nonlinear elastic（FENE）dumbbell）により高分子鎖を近似し，この高分子鎖の運動と作用する応力を Lagrange 的に追跡した．ここでは，多数の dumbbell を溶媒中に分散して直接 Lagrange 的に追跡する手法（Hybrid Brownian dynamics simulation（BDS-DNS)法[2]を適用した．Dumbbell が溶媒に及ぼす力によるフィードバックは，高分子応力を算出して，この応力による力を Navier-Stokes 方程式に付加する事により行う．

Dumbbell の溶媒中の運動では，通常，流体の局所的な変形に対する追随性が仮定されているが，de Gennes は，伸長が小さい間においては高分子は柔軟であるが，せん断によって大きな伸長を受けると剛性を有して非追随性を有するという仮説を提唱した[3]．柔軟な高分子と剛い高分子は，各々，反変型と共変型となるが，剛性を有する添加物は溶媒の流動にたいする slip を示す事に基づいて[4]，dumbbell に slip を付加する事により，共変性の導入した．Slip は slip parameter α によって表されるが，$0 \leqq \alpha \leqq 1$ の範囲の値を取り，$\alpha = 1$ で最大の slip となる．Dumbbell の beads の connector vector $\boldsymbol{R}$ の運動方程式は $\alpha = 0$ の場合，式(1)の upper convective derivative

で表され，$\boldsymbol{R}$ は反変ベクトルとなる．α =1 の場合，式(2)の lower convective derivative で表され，$\boldsymbol{R}$は共変ベクトルとなる．

$$\frac{dR^i}{dt} = R^j \frac{\partial u^i}{\partial x^j} - \frac{1}{2\tau_S} R^i \qquad (1)$$

$$\frac{dR_i}{dt} = -R_j \frac{\partial u^j}{\partial x^i} - \frac{1}{2\tau_S} R_i \qquad (2)$$

剛い高分子の剛性は，螺旋状の構造を有する事に由来するが，二重螺旋が一重にほどけた場合，柔軟な高分子として振舞う[5]．したがって，α の値は時間空間的に変動すると考えられ，本年度は，dumbbell が受けるせん断と回転に依存して，式(3)にしたがって変動するものとした(Variable-α model)．

$$\delta\alpha = -\frac{\Delta t\left(R_p R_j S_{ip} \Omega_{ij}\right)}{\tau_S\left(R_p R_j S_{ip} S_{ij}\right)} \qquad (3)$$

ここに，S_{ij}は歪み速度テンソル，Ω_{ij}は渦度テンソルを示す．流れ場は強制一様等方乱流とし，計算領域は全方向に 2π，周期境界条件を適用した．格子点数は 128^3，粘性係数は ν = 1/30 とした．時間積分には 3 次精度 Runge-Kutta 法を用い，時間刻み Δt = 0.001 とした．空間の離散化にはスペクトル法を用い，aliasing 誤差は 3/2 則により除去した．Dumbbell の最大長は Newton 性流体の Kolmogorov 長とし L_{max} = 0.1，dumbbell の平衡長は $r_{eq} = L_{max}/50$ とした．Dumbbell の緩和時間 τ_s と Kolmogorov 時間スケール τ_η から定義されるワイゼンベルグ数を，$Wi = \tau_s / \tau_\eta$ を 10.0 とし，10^9 個の dumbbell を分散した．

高分子添加溶液では抵抗低減が得られるが，dumbbell が反変性のモードにある場合に比べ共変性のモードにある場合において，より顕著な抵抗低減が得られる事を示した．この結果は，構成方程式を用いて得られた従来の結果[6]と一致する．本研究では，この差異が，反変性に比べて共変性の dumbbell の伸長が大きいために生じる事を示した．さらに，この低減は，高分子が溶媒の運動エネルギーを弾性エネルギーに変換して貯蔵するために起きるが，高分子エネルギーの生成において，dumbbell の伸長が中間値の領域では反変性高分子が機能するのにたいして，最大値近辺の領域では共変性高分子が機能しており，反変性と共変性高分子の機能には，棲み分けが存在する事が示された．この結果は，働くアリと働かないアリの機能の棲み分け[7]に類似しており，自然界における系全体の普遍的な維持機構である可能性が考えられる．

図１中の gray scale で描かれた x-z 平面内の等高線は渦層を示すが，この流れ場では，横断方向に広い分布を見せる層状な構造が主要な渦構造となる．なお，渦層は，2 階の対称テンソル$A_{ij}\left(= S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki}\right)$ の固有値A_+を用いて抽出した[8]．図中の白色の等高線は渦層の中心部を示す．カラーで描かれた等高線は，共変型のモードにある dumbbell から生成された高分子エネルギーの分布を示

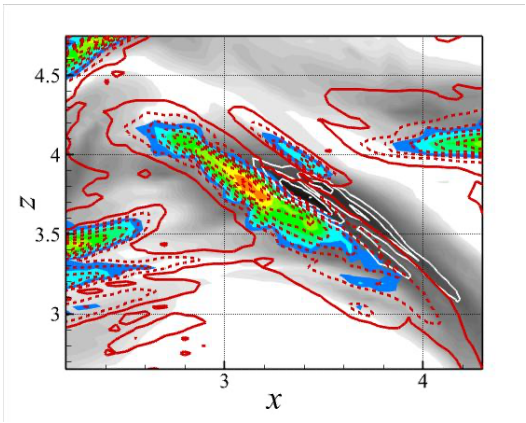

図１　渦層（Gray scale，白色等高線），高分子エネルギー（カラー等高線），高分子圧力（赤色等高線）の分布

すが，渦層中心部に隣接して，その外縁に筋状に分布しており，その横断方向の長さは積分長程度になる事が見て取れる．この高分子エネルギーの生成には，渦層に垂直な方向に配向する共変性の dumbbell が支配的な寄与をしている．赤線で描かれた等高線は，共変型のモードにある dumbbell から算出された高分子応力による圧力の分布を示す．破線は負値の圧力を示すが，高分子エネルギーと一致する領域で大きな負値を取り，低圧領域が形成されている．

共変型のモードにある dumbbell は，渦層にたいして垂直な配向を取るが，これらの dumbbell による高分子応力が渦層に及ぼす力 $F_S(= \tau_{ij}[-\nabla A_+]_j[-\nabla A_+]_i)$ は負値となり，渦層にたいして圧力を及ぼす．低圧領域の形成は，この圧力に起因する．渦層は，Burgers’ vortex layer に相似であり，淀み点流れ中に形成されるため，Newton 性流体では，高い正値の圧力を有するが，共変性の高分子はこの圧力を低下させる作用を施す．反変性の高分子は，渦管に張力を及ぼして渦管中心部の圧力を上昇させて，渦管の伸長を抑制し，これは，Weissenberg 効果として知られているが[4]，渦層における圧力低下は，共変性高分子が渦層に及ぼす Weissenberg 効果と考えられる．この流れ場では渦層構造が長時間にわたって維持されるが，これは，この Weissenberg 効果による圧力低下によってもたらされた現象である．

界面活性剤添加においては，顕著な抵抗低減が得られるが[6]，界面活性剤の分子は，親水基を外側にして界面に垂直に配向してミセル構造を形成すると考えられており，その配向は共変性高分子の渦層にたいする配向と類似している．そのため，界面活性剤のような添加物の流動解析においては，旧来の反変性に代わる共変性を考慮する必要性があると考えられる．

3. スカラー勾配応力により駆動されるスカラー場

本年度は，次に，共変性が重要な役割を果たす流れ場として，スカラー場の検証を行い，スカラー場が流体にたいして active な feedback を与える場合を扱った．

スカラー場の DNS では，格子点数は 128^3，粘性係数は

ν = 1/30 とした．時間積分には3次精度 Runge-Kutta 法を用い，時間刻み Δt = 0.001 とした．空間の離散化にはスペクトル法を用い，aliasing 誤差は3/2 則により除去し，Prandtl 数を1とした．スカラー場は，平均場に一様な勾配を与える事により駆動した．流体の流動を支配する渦度ベクトルは反変性を有するのに対して，温度場は共変型の温度勾配に支配される．先ず，スカラー勾配ベクトルが渦度ベクトルよりもより大きな伸長を受ける事を示し，高分子添加溶液の場合と同様に，渦度ベクトルは流体からせん断を受けても，ある段階で伸長が飽和してしまうのに対して，スカラー勾配は伸長を継続する事を明らかにした．この結果から，共変型高分子の添加と同様に，スカラーの勾配による応力を付加してスカラー場から流体にフィードバックを掛ける active なスカラー場では，共変型高分子と同様な大きな乱流抵抗低減が得られる可能性が示唆された．

そこで，スカラー θ の勾配ベクトル $\mathbf{g}(\equiv \nabla\theta)$ の成分 g_i の dyad 積から構成されるスカラー勾配応力 G_{ij} (= C_G g_i g_j) 項の発散を Navier-Stokes 方程式に付加する active なスカラー場の計算を行った．ここに，C_G は係数である．

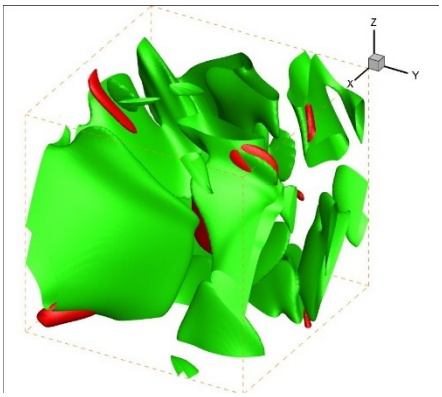

図2 渦層（緑色等値面）と渦管（赤色）の空間分布の3次元 perspective plot

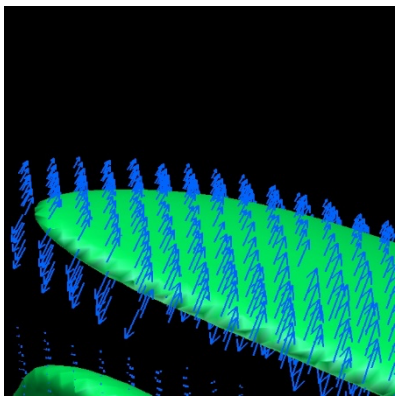

図3 渦層（緑色等値面）と G_{ij}の最大固有値による主応力（青色矢印）の空間分布の3次元 perspective plot

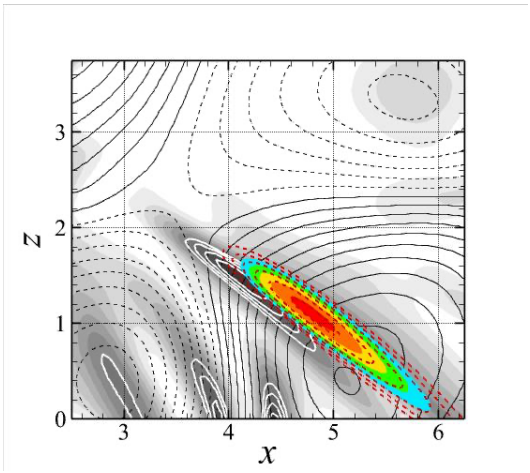

図4 渦層（Gray scale，白色等高線），スカラー勾配応力の対角和 G_{ii} （カラー等高線），高分子圧力（赤色等高線）の分布

図2は緑色等値面で示された渦層と赤色で示された渦管の分布を示すが，横断方向に積分長程度の幅を有する広い渦層が支配的となり，渦管はほとんど形成されない．図3 は，G_{ij}の最大固有値による主応力の分布を示す．渦層は緑色の等値面，主応力を青色矢印で示すが，渦層に垂直に分布し渦層に圧力を及ぼしている．

図4 はスカラー勾配応力付加で得られた渦層（gray scale），渦層中心部（白線）とスカラー勾配応力の対角和 G_{ii}（赤線）の分布を x-z 平面内の等高線で示すが，G_{ii} が渦層に隣接して，その外縁に筋状に分布しており，その横断方向の長さは積分長程度になる事が見て取れる．温度勾配のベクトル $\boldsymbol{g}$ は，渦層にたいして垂直な配向を取るが，スカラー勾配応力が渦層に及ぼす力 $F_S(=\tau_{ij}[-\nabla A_+]_j[-\nabla A_+]_i)$ は，共変型高分子と同様に負値となり，渦層にたいして圧力を及ぼす．このため，渦層に隣接して低圧領域が形成され，渦層の不安定化による渦管と図小スケールの生成が抑制され，共変型高分子の添加と同様な抵抗低減が得られた．この G_{ii} の生成には，渦層に垂直な方向に配向するスカラー勾配が支配的な寄与をしている．この圧力低下により，この渦層と G_{ii} の分布は長時間にわたり保持される．したがって，高分子添加溶液とスカラー場において，共変性要素が共通した特性を有する事が示された．ここで，勾配ベクトルの伸長から，温度変動自体は増大する事を付記する．

なお，本節で用いた手法の特記すべき利点として，高分子添加は液体のみに有効であるのにたいして，この手法は気体にも適用可能である事が挙げられる．

4. まとめと今後の課題

共変性の高分子と温度の勾配ベクトルを対象とし，一見異なるこれら2つの要素の添加において，共通な抵抗低減機構が存在する事が示された．反変性ベクトルの場合は，特定方向の配向と継続的な伸長がないため，共変性のような顕著な事象は発生しない．乱流中には，渦層と呼

ばれる層状の構造が分布するが，共変型高分子の添加溶液，ならびに，温度勾配ベクトルからなる応力を active に付加した熱流動の双方において，高分子と温度勾配ベクトルが渦層にたいして直交する方向に並列してクラスターを形成する事を示した．このため，応力が渦層に圧力を及ぼし，低圧領域が渦層に隣接して形成されるため，添加しない場合に比べて，渦層構造が長時間にわたって維持される事が明らかにされた．

図4 のスカラー勾配応力のエネルギーと圧力の分布には，線状降水帯の降雨域と同様な線状に長く伸びた構造が見て取れるが，長時間に渡って持続される特性も類似しているため，線状降水帯においても，温度等のスカラー量の勾配ベクトルが有する共変性が介在し，温度勾配による応力が降水帯にたいして圧力を及ぼしている可能性が考えられる．この検証が今後の課題となり，数値計算で再現された線状降水帯のデータ（海洋研究開発機構，D. Hiruma et al., arXiv: 1912.08989 (2020)）の供与を受けた解析により検証を行う予定である．

文献

[1] Toms, B. A., “Some observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes an large Reynolds numbers”, In Proc. 1st Intl Congr. Rheol., 1 (1949), 135-141.
[2] Watanabe, T. and Gotoh, T., “Hybrid Eulerian-Lagragian simulations for polymer-turbulence interactions”, J. Fluid Mech, 717, 535-575 (2013).
[3] Taybor, M. and Gennes, P. G. D., “A Cascade Theory of Drag Reduction”, Europhys. Lett., 2, 519-522 (1986) 7.
[4] Bird, R.B., Armstrong,R.C., ¥& Hassanger, O. “Dynamics of polymeric liquids”, John Wiley and Sons Inc., New York. (1987).
[5] Morris,E.R., “Ordered conformation of xanthan in solutions and weak gels: Single helix, double helix e or both? ”, Food Hydrocolloids 86, 18-25 (2019).
[6] Horiuti,K., Matsumoto,K. and Fujiwara, K., “ Remarkable drag reduction in non-affine viscoelastic turbulent flows”, Phys. of Fluids 25, 015106 (2013).
[7] Hasegawa,E., Ishii1,Y., Tada,K., Kobayashi,K. & Yoshimura,J., “Lazy workers are necessary for long-term sustainability in insect societies”,Scientific Reports 6, 20846 (2016).
[8] Horiuti, K. & Takagi Y., “Identification method for vortex sheet structures in turbulent flows”, Phys. Fluids 17, 121703 (2005).

Study on turbulence sustainance mechanism based on covariance of the scalar gradient vector in active/passive scalar fields

Project Representative
Youhei Takagi Yokohama National University, Graduate School of Engineering

Authors
Kiyosi Horiuti *[1], Youhei Takagi *[2], Keigo Shibata *[3]
*[1]Faculty of Engineering, University of Tokyo, *[2]Graduate School of Engineering, Yokohama National University, *[3]Graduate School of Engineering Science, Yokohama National University

Dispersion of additives such as small amount of long-chain polymers into the Newtonian fluid induces the reduction of drag (DR), where impingement of the stress force caused by the covariant polymers on the solvent induces DR larger than that by the conventional contravariant polymers. Noting that alternative representative covariant element is the gradient vector of the scalar, this study showed the universal aspects in DR caused by the stress force formed by addition of both covariant polymers and the scalar gradient vectors.

Keywords：Polymer diluted flow, active scalar, contravariance and covariance, vortex sheet, Weissenberg effect

1. Introduction

The vectors which are dealt with in physics are divided into the contravariant and covariant vectors. Examples of contravariant vector is the vorticity and the magnetic field in MHD, while examples of covariant vector is the Lorentz force and the gradient of the scalar quantity. It is easy to recognize the contravariant vector, e.g., the fluid is swirling along the vorticity vector, while it is not easy to recognize the covariant vector because the covariant vector is recognized by the vector orthogonal to the hyper plane associate with this vector although the covariant vectors are equally important as the contravariant vectors. This research aims to reveal the common features of the covariant vectors.

2. Viscoelastic flow diluted by covariant polymers

Drag reduction (DR) by addition of small amounts of long-chain polymers into Newtonian solvent is an important theoretical and practical problem. Molecules of polymer in dilute solution are commonly modeled as the dumbbells, i.e. sets of two beads connected by a nonlinear spring. It is generally assumed that the fluid surrounding the dumbbells moves affinely with an equivalent continuum. The polymer chains, however, may slip through the solvent which is normally observed with rigid particles [1]. Actually, when complete affinity is assumed, the elasto-inertial turbulence (EIT) regime arises [2] using the FENE-P constitutive equation for the polymer stress. Molecular motions may not precisely correspond to the macroscopic deformation when straining is large [3], and slip may be accounted for through slip parameter α ($0 \leqq \alpha \leqq 1$). This rigidity effect was considered in Hinch [4] assuming that α may not be fixed but variable subjected to elongation and reorientation of the dumbbells. We develop a new dumbbell model in which the variation of α is incorporated and elucidate its impact on the energy transfer and DR.

We utilize the multi-scale BDS-DNS in which a mesoscopic description of an ensemble of dumbbells is connected to a macroscopic DNS of the solvent [5]. Non-affinity is introduced by allowing the slippage of strand motion in the dumbbell model. When α=0, the governing equation for the end-to-end vector of the dumbbell $\boldsymbol{R}$ becomes the upper convective derivative and $\boldsymbol{R}$ is contravariant. $\boldsymbol{R}$ tends to become parallel to the vorticity vector $\boldsymbol{\omega}$ and distributes along the vortex sheet. When non-affinity is maximum α=1, it becomes the lower convective derivative and $\boldsymbol{R}$ is covariant. $\boldsymbol{R}$ aligns orthogonally to the vortex sheet.

Using the steady solution for the governing equation of the conformation tensor c_{ij} ($\equiv R_i R_j$), the production term for c_{ii}, P_c (=(1-2 α) $c_{ij}S_{ji}$), is approximated as $P_c \sim 4\,\tau_s\,(1-2\,\alpha)^3\,S_{ik}\,S_{kj}\,S_{ji}$ [6], where S_{ij} is the strain rate tensor and τ_s is the relaxation time. The generation term of the solvent dissipation rate (ε) is given as $P_\varepsilon \sim 4\,\nu\,(1-2\,\alpha)^3\,S_{ik}\,S_{kj}\,S_{ji}$, where ν is the viscosity. The strain skewness S_S($\equiv -S_{ik}\,S_{kj}\,S_{ji}$) is predominantly positive. Thus, when α=0, $P_c < 0$ and $P_\varepsilon > 0$. The contravariant dumbbells transfer the elastic energy back into the solvent where it is then dissipated and EIT arises. This energy transfer can be reversed only when $S_S<0$. We use the eigenvalues of S_{ij} (σ_+, σ_-, σ_s), where σ_s corresponds to the eigenvector $\boldsymbol{e}_s$ maximally aligned with $\boldsymbol{\omega}$, the largest remaining ones as σ_+ and $\boldsymbol{e}_+$, and the smallest ones as σ_- and $\boldsymbol{e}_-$. $\boldsymbol{e}_s$ and $\boldsymbol{e}_+$ span the vortex sheet, while $\boldsymbol{e}_-$ is perpendicular to the sheet [6]. When α=0, $\boldsymbol{R} \,//\, \boldsymbol{e}_s$ or $\boldsymbol{R} \,//\, \boldsymbol{e}_+$ and $S_S<0$ is achieved when $\sigma_+>0$, $\sigma_-<0$, $\sigma_s<0$. By altering the orientation of $\boldsymbol{R}$ from $\boldsymbol{e}_s$ to $\boldsymbol{e}_+$, large P_c is restored. When α=1, $\boldsymbol{R} \,//\, \boldsymbol{e}_-$, $P_c \propto S_S>0$ and $P_\varepsilon \propto S_S>0$. The energy transfer can proceed to both elastic energy and dissipation.

Evolution of $\boldsymbol{R}$ is governed by $\Omega_{ij}R_j$ which gives rotation of $\boldsymbol{R}$ but preserves the length of $\boldsymbol{R}$, and $S_{ij}\,R_j$ which yields stretching of $\boldsymbol{R}$, where Ω_{ij} is the vorticity tensor. Because $\Omega_{ij}R_j$ is independent on α, we incorporate the reorientation of $\boldsymbol{R}$ due to $\Omega_{ij}R_j$ into the renormalized value of α. The increment of α can be determined

as $\delta\alpha = -C_\alpha (\Delta t/\tau_s) (R_p R_j S_{ip} \Omega_{ij})/2(R_p R_j S_{ip} S_{ij})$ (Variable- α model), where Δt is the time increment and C_α is the coefficient.

The polymer stress tensor τ_{ij} due to the force acting on the fluid by the dumbbells is directly obtained by averaging over the dumbbells in the configurational space. The FENE function is applied. The linear interpolation scheme is applied for averaging [5]. Transfer of the solvent energy to the polymers is evaluated by the production term P_e ($\equiv \tau_{ij} S_{ij}$).

We carried out three cases in the homogeneous isotropic turblence with 128^3 grid points, τ_s =2.4, Weissenberg number Wi=10 and 10^9 dumbbells were dispersed. α was fixed to 0 in case Fix-B, fixed to 1 in case Fix-A and the Variable-α model was used in case Variable-α. In the length of the dumbbells $|\boldsymbol{R}|$ in the three cases, not only $|\boldsymbol{R}|$ from Variable- α was not intermediate to the two fixed cases, but the largest elongation was attained in Variable-α case. In this study, the steady state is sustained by imposition of an external random force f_i. The work provided by the external force f_i, $u_i f_i$, the tails of PDF obtained in all cases were decimated compared with the Newtonian case, i.e., steady state is sustained by supplying smaller work due to f_i in viscoelastic cases and DR is achieved. Solvent dissipation ε was smaller in Fix-A (ε =0.226) than in Fix-B (0.263) and P_e was larger in Fix-A (P_e =0.149) than in Fix-B (0.115). In Variable-α, P_e was close to Fix-A (0.146), while ε was between Fix-A and Fix-B (0.243). DR exceeding Fix-B is obtained in Variable-α.

In the contravariant dumbbells, initially, the dumbbells with $\boldsymbol{R}$ // $\boldsymbol{e}_s$ were responsible for large P_e, but later in time, P_e generated by $\boldsymbol{R}$ // $\boldsymbol{e}_s$ annihilates and P_e by $\boldsymbol{R}$ // $\boldsymbol{e}_+$ becomes predominant. Large P_e is restored by turning $\boldsymbol{R}$ from $\boldsymbol{e}_s$ to $\boldsymbol{e}_+$, and the elastic energy accumulated upon the vortex sheets.

In the covariant dumbbells, the elastic energy concentrated in the region outside and adjacent to the vortex sheets and P_e generated by $\boldsymbol{R}$ // $\boldsymbol{e}_-$ was predominant. The dumbbells were orthogonal to the vortex sheets and the sheet was under pressure, leading to large DR [6].

3. Active scalar driven by covariant scalar gradient stresses

Noting that another representative covariant element is the gradient vector of the scalar, a new DR strategy applicable to the air flow by applying the force caused by the stress formed by the scalar gradient vectors is developed in this study.

The governing equations consist of the Navier-Stokes equation, the convective diffusion equation for the scalar field T. A uniform mean scalar gradient $T=\Gamma x_3$ is imposed in the x_3 direction [7] and T denotes scalar fluctuations. The stress G_{ij} is defined as the dyadic products of scalar gradient vectors as $G_{ij} \propto g_i g_j$, where $g_i = \nabla T$. The divergence of G_{ij} was added to the momentum equation. (referred to as the scalar gradient stress (SGS) model in the following). We carried out DNS in forced homogeneous isotropic turbulent flow using 128^3 grid points, ν =1/30, Γ=1 and the time increment Δt=0.001.

Averaged values of the dissipation rate ε was 0.147 in the Newtonian case and 0.089 in SGS model. The work $u_i f_i$ was 0.118 in the Newtonian case and 0.08 in the SGS model. The stationary state was sustained by smaller work than in the Newtonian case, DR is achieved in the SGS stress model.

Among the three principal stresses of G_{ij} denoted as $[G_{ij}]_k$ (k=s,+,-), $[G_{ij}]_-$ was predominant and large. The eigenvectors corresponding to $[G_{ij}]_k$ are denoted as $\boldsymbol{G}_k$. The most dominant principal stress force $[G_{ij}]_-$ $\boldsymbol{G}_-$ directed inward perpendicularly on the vortex sheet. The pressure force was exerted by the SGS stress on the vortex sheet and the sheet was under pressure. Resistance of the sheet to their stretching is enhanced by this pressure force. Thus, stretching and thinning of the sheets is restrained and the energy cascade into the small scales is annihilated, leading to DR. This result is similar to DR mechanism found in the flow diluted with covariant polymers shown in Section 2 [6]. The isosurfaces of scalar almost coincide with the vortex sheet. In the SGS model, the vortex sheet structures prevail compared with the Newtonian case. The scalar dissipation ε_θ ($\equiv \nu\, g_i g_i$) was decimated in the SGS model (ε_θ=0.810) compared with the Newtonian case (0.873) because thinning in the thickness of the scalar was prevented.

4. Summary

Common features in the turbulent flows diluted with the covariant additives are presented. Assessment was carried out in the viscoelastic flow diluted by the covariant polymers and the active scalar field driven by addition of covariant scalar gradient stress. Both covariant polymers and scalar gradient vectors aligned in the direction orthogonal to the vortex sheet and applied the pressure force on the sheet. With sustainment of the sheet structures, large drag reduction was achieved.

References

[1] Beris, A.N. and Edwards, B.J., Thermodynamics of Flowing Systems: Oxford Univ. Press, New York (1994).

[2] Valente, P. C., da Silva, C. B., and Pinho, F. T., "The effect of viscoelasticity on the turbulent kinetic energy cascade", J. Fluid Mech 760, 39-62 (2014).

[3] Taybor, M. and Gennes, P. G. D., "A Cascade Theory of Drag Reduction", Europhys. Lett., 2, 519–522 (1986) 7.

[4] Hinch, E.J., "Mechanical models of dilute polymer solutions in strong flows", Phys. Fluids 20, 10: S22-S30 (1977).

[5] Watanabe, T. and Gotoh, T., "Hybrid Eulerian- Lagragian simulations for polymer-turbulence interactions", J. Fluid Mech, 717, 535–575 (2013).

[6] Horiuti,K., Matsumoto,K. and Fujiwara, K., "Remarkable drag reduction in non-affine viscoelastic turbulent flows", Phys. of Fluids 25, 015106 (2013).

[7] Watanabe, T. and Gotoh, T., "Scalar flux spectrum in isotropic steady turbulence with a uniform mean gradient", Phys. Fluids, 19, 121701 (2007).