

# 安定密度成層乱流の超大規模構造の生成機構の解明

課題責任者

渡邊 智昭

名古屋大学大学院 工学研究科

著者

渡邊 智昭\*<sup>1</sup>, 長田 孝二\*<sup>1</sup>, 古田 作\*<sup>1</sup>, 赤尾 拓海\*<sup>1</sup>, 大西 領\*<sup>2</sup>,  
安田 勇輝\*<sup>2</sup>, 銭 紹祥\*<sup>3</sup>, 胡 希東\*<sup>3</sup>, 中村 浩太郎\*<sup>1</sup>

\*<sup>1</sup>名古屋大学大学院 工学研究科, \*<sup>2</sup>東京工業大学 学術国際情報センター, \*<sup>3</sup>日揮グローバル (株) EN テクノロジーセンター

安定密度成層下の乱流は海洋や大気の流れ現象において重要な役割を果たす。近年、海中混合層のモデルである安定密度成層下の乱流混合層において、水平方向に異常に長い超大規模構造が発達することが明らかにされた。この構造は乱流の運動エネルギーの大部分を保有しており、乱流の発達に大きな影響を及ぼしている可能性がある。本報告では、超大規模構造が発達する安定密度成層下の乱流混合層の発達や乱流混合に及ぼす影響をラージエディシミュレーションにより調査した結果について述べる。超大規模構造は時間とともに水平方向に引き伸ばされ、乱流場に強い非等方性をもたらす。また、超大規模構造は乱流エネルギーの50%程度を保有するものの、鉛直方向の乱流拡散やエネルギー・密度変動の散逸への寄与は小さいことが明らかとなった。安定密度成層下においては、乱流混合層の鉛直方向への発達が抑制されることで強い平均速度せん断が乱流に作用する。平均せん断が乱流に対して相対的に強くなることで、非等方的な超大規模構造が発達する可能性が示唆された。

キーワード：乱流，安定密度成層，乱流構造，拡散，ラージエディシミュレーション

## 1. 緒論

安定密度成層下の乱流は海洋や大気など地球規模の流体现象において重要な役割を果たすことが知られている。海中混合層のモデルとして、安定密度成層中の乱流混合層の数値シミュレーションが多く研究者により行われてきた[1]。近年、安定密度成層中の乱流混合層には水平方向に異常に長い超大規模構造が発達することが発見された[2]。この構造は乱流の運動エネルギーの大部分を保有していることも示されており、混合層の発達や乱流拡散において重要な役割を果たしている可能性がある。

同様の非等方的な超大規模構造は乱流境界層や平行平

板間乱流においても現れることが知られている[3]。壁近傍の流れと安定密度成層流で類似した乱流構造が現れる要因や超大規模構造の生成メカニズムおよび乱流の発達・拡散における役割を解明することは流体物理学においても重要である。

本研究では、超大規模構造の生成機構や乱流拡散現象における役割を明らかにすることを目的として、様々な乱流の直接数値計算やラージエディシミュレーション(LES)を実施した。本報告では、安定密度成層中の乱流混合層のLES[4]について述べる。

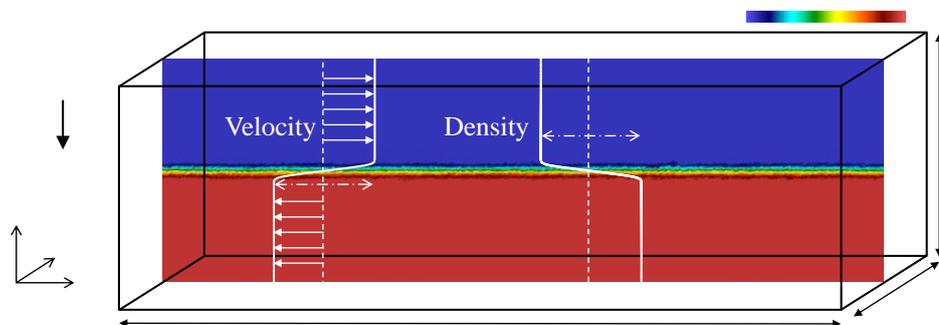


図1 安定密度成層中の乱流混合層のLES

## 2. 安定密度成層中の乱流混合層のラージエディシミュレーション

安定密度成層下で時間発展する乱流混合層(図 1) [5, 6]を LES により解析した. 支配方程式には Boussinesq 近似を施した Navier-Stokes 方程式を用いる. 流れ方向を  $x$ , スパン方向を  $y$ , 鉛直方向を  $z$  とする. 時間発展乱流混合層では,  $x$  および  $y$  方向に周期境界条件を課した計算領域内で乱流が時間とともに発達する. 混合層上下の速度差および密度差を  $U_0$ , 初期の混合層幅を  $h_0$  とする. LES では, 格子で解像可能な大スケール成分と格子サイズ以下のサブグリッドスケール (SGS: Sub-grid scale) 成分に各物理量を分解し, 大スケール成分に対する支配方程式を解く. 物理量  $\tilde{f}$  の大スケール成分を  $f$ , SGS 成分を  $f_{SGS}$  とする. 大スケールの流れ場に対する支配方程式は以下のように表される.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \rho \delta_{i3} + R_{u_i} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho}{\partial x_j} = D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j \partial x_j} + R_{\rho} \quad (3)$$

ここで,  $u_i$  は速度ベクトル,  $p$  は圧力,  $\rho$  は密度である. また,  $\nu, D, g, \rho_a$  はそれぞれ動粘度, 拡散係数, 重力加速度, 基準密度である. 式(2), (3)の  $R_{u_i}, R_{\rho}$  は速度や密度の SGS 成分を含む項である.

レイノルズ数  $Re$ , プラントル数  $Pr$ , リチャードソン数  $Ri$  は以下のように定義される.

$$Re = \frac{h_0}{\nu}, Pr = \frac{\nu}{D}, Ri = \frac{g \rho_0 h}{\rho_a U_0^2} \quad (4)$$

$(Re, Ri) = (2000, 0.06), (40000, 0), (40000, 0.02), (40000, 0.06), (40000, 0.1)$  の五つの条件に対して解析を実施した. なお, いずれの場合も  $Pr = 1$  である. 本報告では  $Re = 40000$  に対する解析結果について述べる. 初期速度場は平均速度に変動成分を混合層内に加えることで生成した. 初期条件の  $x$  方向平均速度は  $0.5U_0 \tanh(2z/h_0)$ , その他の方向の平均速度は 0 である. 初期密度分布は  $5\rho \tanh(2z/h_0)$  とした.

LES には部分段階法に基づく数値計算コード[7, 8, 9]を用いた. 時間積分には三次精度 Runge-Kutta 法を, 空間離散化には,  $x$  および  $y$  方向に四次精度完全保存形中心差分を,  $z$  方向に二次精度完全保存形中心差分を適用した. Poisson 方程式の求解には Bi-CGSTAB 法を用いた. また,  $R_{u_i}, R_{\rho}$  には implicit SGS モデルとして十次精度ローパス

フィルタを用いた.

計算領域の大きさは  $x, y, z$  方向に対して  $(L_x, L_y, L_z) = (448h_0, 84h_0, 140h_0)$  とし, 各方向の計算格子数を 3072, 576, 700 と設定した. 計算コードは MPI により並列化されている. 混合層近傍の格子サイズが小さくなるように  $z$  方向には不等間隔格子を用いた. 境界条件には,  $x, y$  方向に周期境界条件を,  $z$  方向に自由すべり壁境界条件を課した.

## 3. 計算結果

図 2 に十分に発達した乱流混合層内(時刻  $t = 320h$ ) の流れ方向速度  $u$  の分布を各  $Ri$  について示す. 混合層中心における水平断面の分布が示されている. 平均速度分布  $\langle u \rangle$  が  $\pm 0.49U_0$  となる  $z$  方向位置より混合層厚さ  $\delta_u$  を求め, その長さを図中で矢印により示した.  $u > 0$  および  $u < 0$  となる領域の分布から乱流構造の長さスケールを見積もることが可能である. 図 2(a, b) では,  $u$  が正負の値を持つ領域の大きさが  $\delta_u$  と同程度となっている一方, 図 2(c, d) では  $x$  方向の長さが  $\delta_u$  と比較して大きい. したがって, 強い安定密度成層下では,  $x$  方向に引き伸ばされた非等方的な乱流構造が超大規模構造として存在することが確認できる. 図 2(c, d) において, この構造の長さは  $\delta_u$  の 10 倍程度に達する. 同様の構造の存在は,  $Re = 2000$  以下の安定密度成層中の乱流混合層で確認されていた[2]. 本研究の LES により, こうした非等方的な超大規模構造が高  $Re$  条件であっても生成されることが明らかとなった.

図 3 に流れ方向速度変動のエネルギースペクトル  $E_u(k_x)$  を鉛直方向位置  $z$  と  $x$  方向波長  $\lambda_x = 2\pi/k_x$  に対してプロットした結果を示す. ここでは  $\lambda_x$  を対数軸として示すため,  $E_u$  に  $k_x$  を乗じた値をプロットした. また, 位置および波長は混合層厚さ  $\delta_u$  で無次元化されている. 混合層中心付近 ( $z/\delta_u < 0.25$ ) では,  $k_x E_u$  は波長に対して二つのピークを持つ. 一つ目のピークは  $\lambda_x/\delta_u \approx 0.4$  に見られ, これは混合層厚さと同程度のスケールの変動に関連する. 二つ目のピークは  $\lambda_x/\delta_u \approx 10$  に見られ, 図 2 で可視化された超大規模構造によるものである. ピーク波長の時間変化から, 超大規模構造の長さが時間とともに増大することが示された[4].

速度や密度について, 超大規模構造に関わる成分をローパスフィルタにより分離する解析を実施した. 図 3 において, 二つのピークの間には  $k_x E_u$  の極小値が現れる. この極小値の波数をフィルタのカットオフ波数とすることで, 各変数を  $f = f^{(L)} + f^{(S)}$  のように超大規模構造を含む

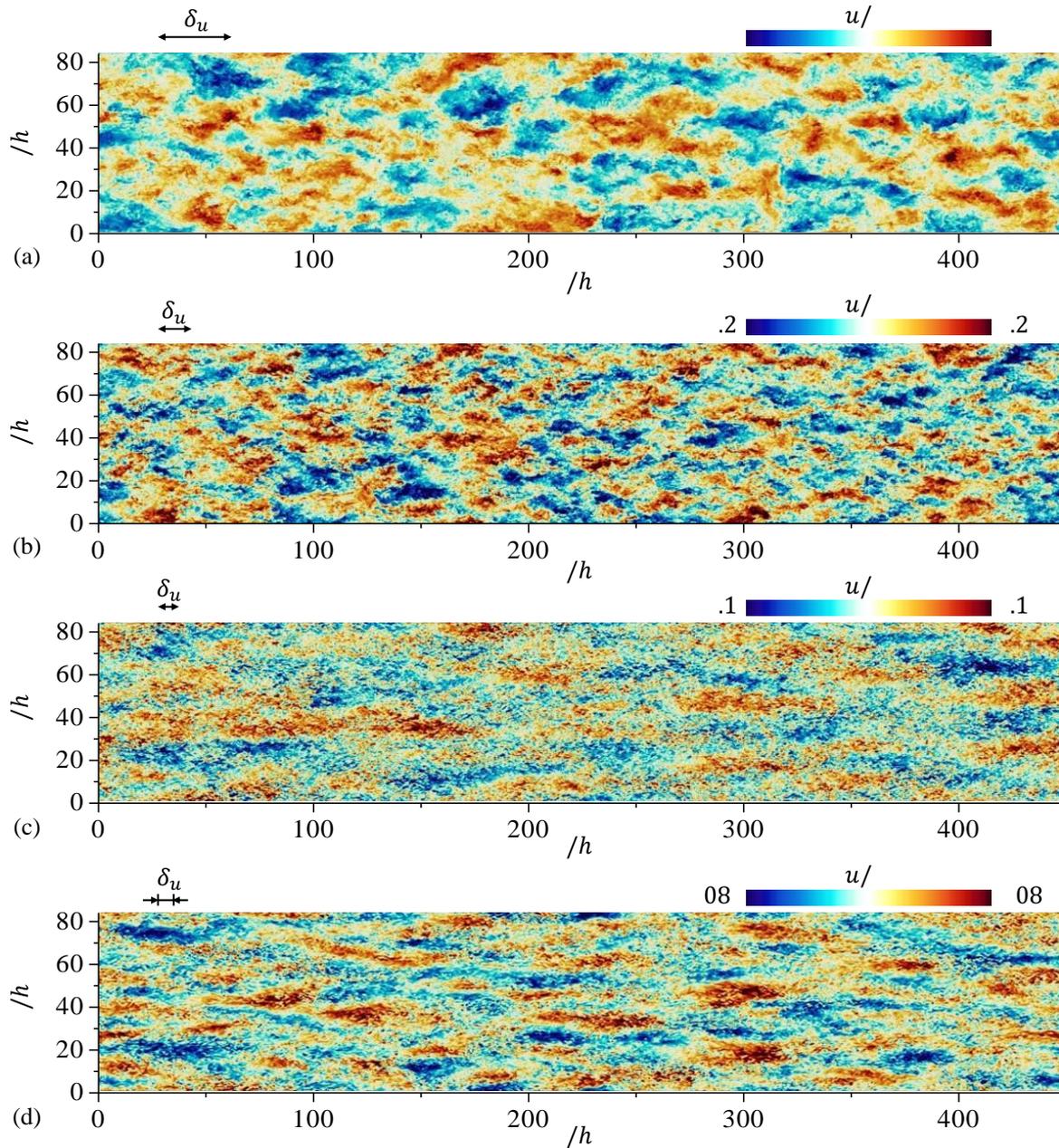


図2 混合層中心における水平断面内の流れ方向速度分布 (時刻  $t = 320h$ ) : (a)  $Re = 400, Ri = 0$ ; (b)  $Re = 400, Ri = 0.2$ ; (c)  $Re = 400, Ri = 0.6$ ; (d)  $Re = 400, Ri = 0.1$ ;

大スケール成分 (L) とその他の小スケール成分 (S) に分解する。速度ベクトル  $(u, v, w)$  および密度  $\rho$  から大スケール成分を抽出し、乱流エネルギーおよび運動量・密度の鉛直方向乱流フラックスなどを算出することで、超大規模構造の特性を調査した。超大規模構造による乱流エネルギーへの寄与は  $F_k = \langle u_i^{(L)} u_i^{(L)} \rangle / \langle u_i u_i \rangle$  と評価できる。  $F_k$  は時間

とともに増加し、  $(Re, Ri)$  の条件によっては  $t = 320h / U$  で  $F_k \approx 0.5$  に達することが確認された。さらに、運動量および密度の鉛直方向乱流フラックスに対する寄与を、  $F_{uw} = \langle u^{(L)} w^{(L)} \rangle / \langle uw \rangle$ ,  $F_{\rho w} = \langle \rho^{(L)} w^{(L)} \rangle / \langle \rho w \rangle$  と評価した。いずれの計算条件においても、  $F_{uw} \approx 0$  および  $F_{\rho w} \approx 0$  となり、超大規模構造が鉛直方向の乱流拡散にほとんど影響を及ぼさないことが確認された[4]。また、乱流のエ

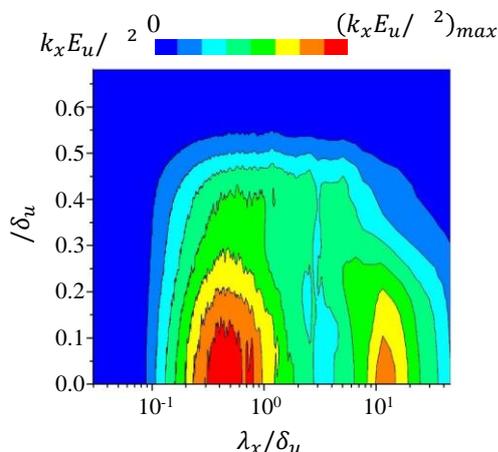


図3 流れ方向速度 $u$ のエネルギースペクトル ( $t = 320h_0/U_0, Re = 40000, Ri = 0.06$ )

エネルギー散逸に対する同様の解析により、超大規模構造によるエネルギー散逸が小スケールの乱流変動による散逸と比べて無視できることが確認されている。

通常の自由せん断乱流と比べて、安定密度成層中の乱流混合層では平均速度せん断の時間スケールが乱流の時間スケールより短い。そのため、乱流の発達は平均せん断の影響を強く受ける。強い平均速度せん断は一方に引き伸ばされた非等方的な乱流構造を発達させることが知られており[10]、平均速度せん断により超大規模構造が安定密度成層中の乱流混合層内で発達したと考えられる。

## 文献

- [1]. Smyth, W. D. & Moum, J. N. (2012). Ocean mixing by Kelvin-Helmholtz instability. *Oceanography*, 25(2), 140-149.
- [2]. Watanabe, T., Riley, J. J., Nagata, K., Matsuda, K., & Onishi, R. (2019). Hairpin vortices and highly elongated flow structures in a stably stratified shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 878, 37-61.
- [3]. Hutchins, N. & Marusic, I. (2007). Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 579, 1-28.
- [4]. Watanabe, T. & Nagata, K. (2021). Large-scale

characteristics of a stably stratified turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 927, A27.

- [5]. Watanabe, T., Riley, J. J., & Nagata, K. (2016). Effects of stable stratification on turbulent/nonturbulent interfaces in turbulent mixing layers. *Physical Review Fluids*, 1(4), 044301.
- [6]. Watanabe, T., Riley, J. J., & Nagata, K. (2017). Turbulent entrainment across turbulent-nonturbulent interfaces in stably stratified mixing layers. *Physical Review Fluids*, 2(10), 104803.
- [7]. Watanabe, T. & Nagata, K. (2016). Mixing model with multi-particle interactions for Lagrangian simulations of turbulent mixing. *Physics of Fluids*, 28(8), 085103.
- [8]. Tanaka, S., Watanabe, T., & Nagata, K. (2019). Multi-particle model of coarse-grained scalar dissipation rate with volumetric tensor in turbulence. *Journal of Computational Physics*, 389, 128-146.
- [9]. Watanabe, T., Zhang, X., & Nagata, K. (2019). Direct numerical simulation of incompressible turbulent boundary layers and planar jets at high Reynolds numbers initialized with implicit large eddy simulation. *Computers & Fluids*, 194, 104314.
- [10]. Lee, M. J., Kim, J., & Moin, P. (1990). Structure of turbulence at high shear rate. *Journal of Fluid Mechanics*, 216, 561-583.

# Generation Mechanism of Extraordinarily Large-Scale Structures in Stably Stratified Turbulent Flows

Project Representative

Tomoaki Watanabe

Department of Aerospace Engineering, Nagoya University

Authors

Tomoaki Watanabe<sup>\*1</sup>, Koji Nagata<sup>\*1</sup>, Tsukuru Furuta<sup>\*1</sup>, Takumi Akao<sup>\*1</sup>, Ryo Onishi<sup>\*2</sup>, Yuki Yasuda<sup>\*2</sup>, Shaoxiang Qian<sup>\*3</sup>, Xidong Hu<sup>\*3</sup>, Kotaro Nakamura<sup>\*1</sup>

<sup>\*1</sup>Department of Aerospace Engineering, Nagoya University, <sup>\*2</sup> Global Scientific Information and Computing Center, Tokyo Institute of Technology, <sup>\*3</sup>JGC Corporation

Elongated large-scale structures are investigated with large eddy simulations of stably stratified shear layers. Once a turbulent shear layer develops, elongated large-scale structures (ELSS) are formed at the center of the shear layer. The ELSS is highly anisotropic and its streamwise length is much larger than the vertical length scale of the flow. The streamwise length of the ELSS grows with time. Although the ELSS has a large contribution to turbulent kinetic energy, their contributions to vertical turbulent mixing and kinetic energy dissipation are negligibly small. Comparison with other turbulent shear flows suggests that the ELSS are generated by the strong influence of mean shear.

**Keywords** : Turbulence, Stably stratified flows, Turbulent structures, Turbulent mixing, Large eddy simulation

## 1. Stably stratified shear layers

Turbulent flows with stable density stratification are often observed in the natural environment. Turbulence can be generated by the shear of large-scale currents, which leads to the Kelvin-Helmholtz instability. Therefore, stably stratified shear layers have been studied as models of ocean mixing layers [1]. A recent numerical study has revealed that elongated large-scale structures (ELSS) develop in a stably stratified shear layer [2]. The ELSS possess an important fraction of turbulent kinetic energy, and they are potentially important in the development of the stably stratified shear layer. This report summarizes the results of large eddy simulations (LES), which have been conducted to investigate the development of ELSS [3].

## 2. Large eddy simulations

LES is conducted for a temporally developing shear layer in a stably stratified fluid in Fig. 1 [4]. The governing equations are the Navier-Stokes equations with Boussinesq approximation. The flow is periodic in the streamwise ( $x$ ) and spanwise ( $z$ ) directions while the shear layer develops in the  $y$  direction with time. The initial profiles of mean streamwise velocity and density are given by a hyperbaric tangent function with the velocity difference  $U_0$ , the density difference  $\rho_0$ , and the initial layer thickness  $h_0$ . The Reynolds number, Prandtl number, and Richardson number are defined as

$$Re = \frac{U_0 h_0}{\nu}, Pr = \frac{\nu}{D}, Ri = \frac{g \rho_0 h_0}{\rho_a U_0^2},$$

with the kinematic viscosity  $\nu$ , diffusivity coefficient  $D$ , gravitational acceleration  $g$ , constant reference density  $\rho_a$ . The

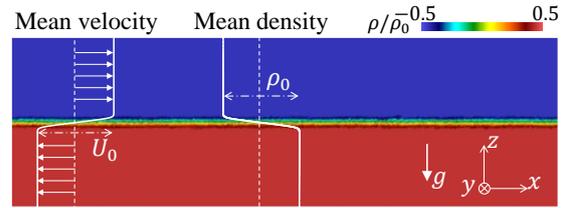


Fig. 1 A stably stratified shear layer.

LES is performed for  $(Re, Ri) = (2000, 0.06)$ ,  $(40000, 0)$ ,  $(40000, 0.02)$ ,  $(40000, 0.06)$ , and  $(40000, 0.1)$  with  $Pr = 1$ . The size of the computational domain is  $(L_x, L_y, L_z) = (448h_0, 84h_0, 140h_0)$  while the number of grid points is  $(N_x, N_y, N_z) = (3072, 576, 700)$ .

The governing equations are numerically solved with an in-house LES code based on a fractional step method [5, 6]. Spatial discretization is based on the fully-conservative central difference schemes, whose accuracy is 4th order in the horizontal direction and 2nd-order in the vertical direction. The 3rd-order Runge-Kutta method is used for time integration. The Poisson equation for pressure is solved with the biconjugate gradient stabilized method. A 10th-order low pass filter is adapted as an implicit model for SGS terms.

## 3. Development of ELSS

Figure 2 visualizes streamwise velocity  $u$  on the horizontal plane at the center of the shear layer for  $Ri = 0$  and 0.06. Figure also depicts the size of the shear layer thickness  $\delta_u$ , which is estimated with the vertical profile of the mean velocity.

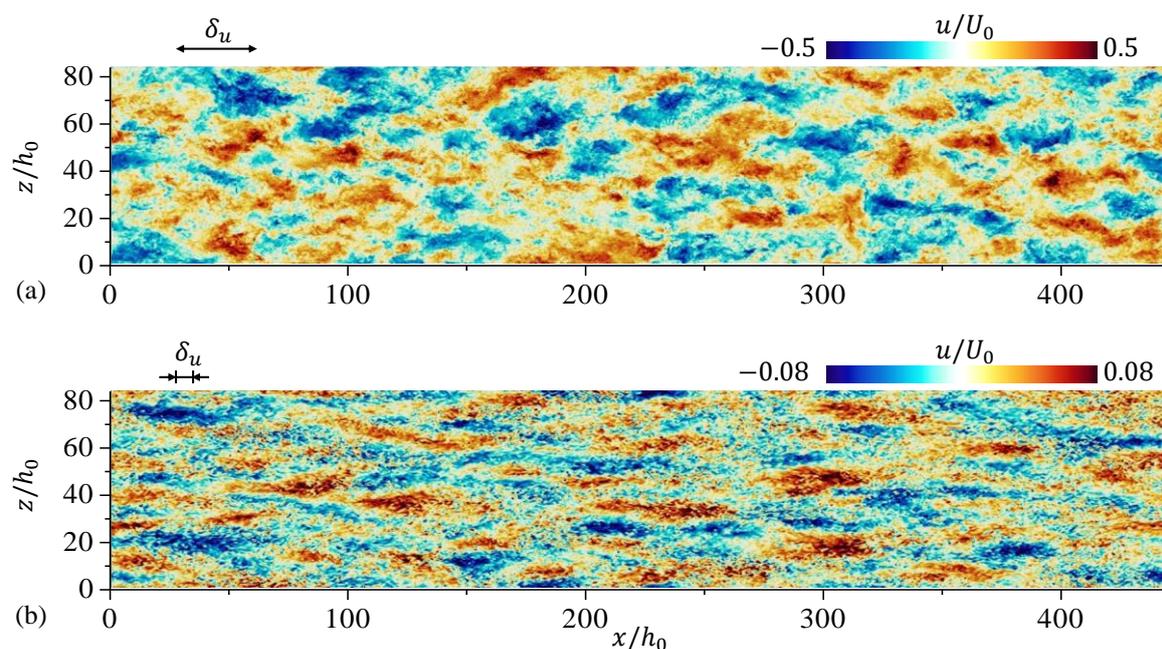


Fig. 2 Streamwise velocity profiles  $u$  on the horizontal plane at the center of the shear layer: (a)  $(Re, Ri) = (40000, 0)$ ; (b)  $(Re, Ri) = (40000, 0.06)$ .

Turbulent structures can be identified as regions of  $u < 0$  and  $u > 0$ . For  $Ri = 0$ , the horizontal size of the structures is close to  $\delta_u$ . However, the structures for  $Ri = 0.06$  are elongated in the  $x$  direction, and the ELSS appear at the center of the shear layer. The length of the ELSS for  $Ri = 0.06$  is about  $10\delta_u$ . The ELSS was observed at low  $Re$  [4], and the present LES further confirms their existence at high  $Re$ .

The LES database has been analyzed to investigate the properties of ELSS [3] as summarized below. The spectral analysis has confirmed that the streamwise length of ELSS increases with time. The ELSS are investigated by extracting velocity and density fluctuations associated with the ELSS. Here, the decomposition of velocity and density is performed with a low-pass filter whose cutoff length is determined based on the length of the ELSS. We have shown that the ELSS hardly contribute to the vertical transfer of momentum and density and the kinetic energy dissipation while they possess a large amount of turbulent kinetic energy. When the ELSS develops in the stably stratified mixing layer, the shear time scale tends to be smaller than the time scale of turbulence, suggesting that the flow behavior is strongly dominated by the mean shear effect [2]. The rapid distortion theory (RDT) of turbulent shear flows suggests that streaky flow structures develop under the influence of strong mean shear. Comparison between stably stratified shear layers and the RDT implies that the ELSS develops due to the mean shear effects, which become stronger in the stably stratified shear layers than in turbulent free shear flows.

## Reference

- [1]. Smyth, W. D., & Moum, J. N. (2012). Ocean mixing by Kelvin-Helmholtz instability. *Oceanography*, 25(2), 140-149.
- [2]. Watanabe, T., Riley, J. J., Nagata, K., Matsuda, K., & Onishi, R. (2019). Hairpin vortices and highly elongated flow structures in a stably stratified shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 878, 37-61.
- [3]. Watanabe, T., & Nagata, K. (2021). Large-scale characteristics of a stably stratified turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 927, A27.
- [4]. Watanabe, T., Riley, J. J., & Nagata, K. (2016). Effects of stable stratification on turbulent/nonturbulent interfaces in turbulent mixing layers. *Physical Review Fluids*, 1(4), 044301.
- [5]. Tanaka, S., Watanabe, T., & Nagata, K. (2019). Multi-particle model of coarse-grained scalar dissipation rate with volumetric tensor in turbulence. *Journal of Computational Physics*, 389, 128-146.
- [6]. Watanabe, T., Zhang, X., & Nagata, K. (2019). Direct numerical simulation of incompressible turbulent boundary layers and planar jets at high Reynolds numbers initialized with implicit large eddy simulation. *Computers & Fluids*, 194, 104314.
- [7]. Lee, M. J., Kim, J., & Moin, P. (1990). Structure of turbulence at high shear rate. *Journal of Fluid Mechanics*, 216, 561-583.