残留応力場における動的破壊進展解析

# 課題責任者

廣部 紗也子 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術 研究開発センター

## 著者

廣部 紗也子\*<sup>1</sup>, 小國 健二\*<sup>1</sup>

\*<sup>1</sup>海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究開発センター

残留応力場は,温度や水分量変化による変形,塑性変形,相転移など様々な要因から発生し,その強度と分布は破壊過程に大きな影響を与える.本課題では,課題メンバーらによって独自開発された動的破壊解析コードを用いて,残留応力場を考慮した動的破壊進展解析手法を地震断層挙動の解析に適用し,残留応力場での動的破壊進展という視点で,地震断層挙動の解明・予測につなげていくことを最終的な目標とする.本年度は,解析コードの大規模並列化のため,MPI 並列化および省メモリ化を行うとともに,残留応力場の空間勾配に対して数値解析結果の信頼性を担保できるメッシュ空間分割の検証,および時間積分スキームの次数に関して検証を行った.

キーワード:残留応力,破壊解析,強化ガラス,PDS-FEM

## 1. はじめに

残留応力場は、温度や水分量変化による変形、塑性変形、 相転移など様々な要因から発生し、その空間スケールは 地震断層からイオンサイズまで幅広い。例えば、産業現場 では、古くから残留応力場が材料の破壊過程と強度に大 きな影響を与えることは知られており、残留応力場の適 切なコントロールが材料設計において重要な課題となっ ている。しかしながら、残留応力場と亀裂進展の定量的な 関係は得られておらず、未だ経験則に基づいて材料設計 が行われている。また、残留応力は断層の連動性にも影響 を与える可能性があることも指摘されており、残留応力 場内における破壊解析を実現することは、産業・学術の両 面から非常に重要な課題である。

そこで、本課題では独自開発した動的破壊進展解析コ ードを大規模並列化し、残留応力場を考慮した地震断層 挙動の解析に適用することを最終目標としている.本解 析手法は、PDS-FEM(Particle Discretization Scheme Finite Element Method) [1-4]における離散化手法をベー スに開発されており、世界で初めて残留応力場を伴う場 における動的破壊進展解析を可能にしたものである.ま た、残留応力場のソースや空間スケールによらず適用で き、材料定数以外の不確かなパラメータを一切必要とし ないため、あらゆる対象に適用できる非常に汎用性の高 いツールである.

今年度は、本解析コードの大規模並列化のため、MPI 並 列化および省メモリ化、時間積分スキームの次数検討を 行った.また、残留応力場中の亀裂は、外部からの loading なしに、初期状態で存在した残留応力場によって進展す るため、残留応力場の再現精度が亀裂進展の様子に大き な影響を与えることから、本解析コードでは、残留応力分 布の分布形状によって最適なメッシュ分割数が異なる. そこで、1 次元的な残留応力分布をもつガラス板を対象と した解析を行い、亀裂形状に関して実験結果と比較・検討 を行うことで,残留応力分布と必要メッシュ分割数の関係を調べた.本解析コードの時間積分スキームが陽解法 であることから,必要なメッシュ分割数を見積もること は計算時間を削減するために非常に重要な情報となる.

なお、本解析コード自体の妥当性は化学強化ガラスの 破壊に関する実験と解析の比較によって既に検証済みで ある[5,6].

## 2. 台形型残留応力分布に関する検討

1 次元的な台形型残留応力分布が見られる代表的な材 料が化学強化ガラスである. 強化ガラス板は, 製造過程で 化学的[7-9]または熱的処理[10,11]を施すことによって、 板表面に圧縮残留応力を付与したガラス板のことである. 板表面に圧縮残留応力があることにより、表面に生じた 亀裂の進展が阻害され、結果として板の見かけの強度が 向上する、その一方で、板内部には表面の圧縮残留応力と 釣り合うように, 引張残留応力が発生しており, 板内部に まで亀裂が到達すると, 亀裂進展が加速され材料の破壊 に至る[12-15]. 化学強化ガラスでは、ガラス板を高温の KNO3水溶液に浸すことで、ガラス内部の Na+イオンをより サイズの大きな K+イオンに交換し、表面に圧縮残留応力 分布を付与する. 板厚方向の残留応力分布・強度は、ガラ ス板を KNO<sub>3</sub>水溶液に浸す時間を変えることによって制御 できる(図1,表1). CT は板厚中心での引張残留応力, CS は板表面での圧縮残留応力, DOL は圧縮層の厚さを表 す. ガラス材料は等方的な脆性材料であるため、破壊解析 手法の検討に非常に適した材料である.

解析では、残留応力分布の異なる 30mm×2.0mm×0.70mm の化学強化ガラス板の破壊解析についてメッシュサイズ を変えて行い、比較・検討を行った.ここでは、残留応力 分布3ケース(case I, II, III)×メッシュサイズ3ケー ス、計9ケースの解析を行った.解析モデルの概要を図1 に示す.破壊は図1に示す位置に初期亀裂を入れること



図1 化学強化ガラス(台形型残留応力分布)に関する解析モデル.  $l_x \times l_y \times l_z = 30 \times 2.0 \times 0.70$  mm, a = 0.5 mm. (a)モデル形状, (b)各 case の残留応力プロファイル. (a)の赤領域は初期亀裂形状を表す. (b)のグラフは板厚方向半分の残留応力プロファイルを表す. 残留応力は x 方向および y 方向の直応力は等しく, z 方向の直応力はほぼゼロである.



図2 化学強化ガラス(台形型残留応力分布)の解析結果.図は右端より約10mmの範囲を拡大して 表示している. davgはメッシュの平均接点間距離を表す.

|          | CT (MPa) | CS (MPa) | DOL ( $\mu$ m) |
|----------|----------|----------|----------------|
| case I   | 52.0     | 836      | 39.0           |
| case II  | 75.0     | 806      | 55.0           |
| case III | 112      | 752      | 80.0           |

表1 化学強化ガラスの残留応力分布

で開始させる. PDS-FEM では, 亀裂のない場における応力 場は,四面体一次要素を用いた通常の有限要素法と一致 し,応力場は線形近似される.

図2に9ケースの解析結果を示す.この図より,平均節 点間距離davgが13.5µm以下(板厚方向を約50分割以上) であれば, 亀裂パターンが収束していると考えられる.一 方で,平均節点間距離davgが18.7µm以上(板厚方向を 約40分割以下)では, caseIIの残留応力分布における亀 裂パターンが収束しておらず,板厚方向の残留応力分布 を再現するための分割数が不十分であると考えられる.

### 3. 放物型残留応力分布に関する検討

1次元的な放物型残留応力分布が見られるのは、熱強化 ガラスである.熱強化ガラスは、熱したガラスを表面から 急冷することで板厚方向に温度勾配を生じさせ、温度収 縮率の違いによって残留応力分布を付与する.熱強化ガ ラスは化学強化ガラスとは異なり、滑らかな残留応力分 布をもつ.ここでは、図3に示す残留応力分布をもつ10mm ×10mm×2mmの熱強化ガラス板について、メッシュサイズ を変えて破壊解析を行い、亀裂パターンについて比較・検 討を行った.ここではメッシュサイズ5ケースについて 解析を行った.解析モデルを図4に示す.破壊は、台形型 残留応力分布に関する検討と同様、図4に示す位置に初 期亀裂を入れることで開始させる.

図5に5ケースの解析結果を示す. 平均節点間距離d<sub>avg</sub> が0.16mm, 0.08mm(板厚方向約12分割と24分割)の場 合では, 亀裂が直進せず途中で明らかに分岐が発生して いる.一方, d<sub>avg</sub> = 0.04,0.026,0.02mm(板厚方向約48, 77,100分割)の3ケースでは,分割数が向上するに従っ



図3 熱強化ガラス(放物型残留応力分布)の残留応 カプロファイル.グラフは板厚方向半分の残留応力プ ロファイルを表す.残留応力はx方向およびy方向の 直応力は等しく,z方向の直応力はほぼゼロである.



図4 熱強化ガラス(放物型残留応力分布)の解析モ デル.赤い領域は初期亀裂位置を表す.

て、亀裂の直進性が向上しており、放物型残留応力分布に よる亀裂進展を再現するためには、板厚方向に 100 分割 するようなサイズのメッシュを用いることが必要である と考えられる.

#### 4. 時間積分スキームに関する検討

本解析コードでは、時間積分スキームとして、シンプレ クティック積分法[16]を用いている.シンプレクティッ ク積分法は、陽解法でありながら、ハミルトン系の時間発 展において系のエネルギー誤差が単調に増大しない.2節 および3節の解析では4次バイラテラルシンプレクティ ック積分法を用いている.4次バイラテラルシンプレクティ ィック積分法では、1ステップあたり8回の疎行列ベクト ル積が含まれる.これを1次シンプレクティック積分法 に代えることで、1ステップあたりの疎行列ベクトル積の 回数が1回となり、計算速度の向上が見込まれる.その一 方で、当然のことながら積分スキームの次数を下げるこ とでエネルギー誤差が大きくなる.

そこで、3節に示した化学強化ガラスと同じ解析を1次 シンプレクティック積分で行い、計算結果の比較を行った(図6).ここで解析メッシュには、平均節点間距離davg



図5 熱強化ガラス(放物型残留応力分布)の解析結 果. 平均接点間距離d<sub>avg</sub>すなわち板厚方向の分割数に よる違いを示す.

が9.36µmのもの(板厚方向を約75分割)を用いている. 図6に示すように, case I, II, III いずれの残留応力分 布においても,時間積分スキームの違いによらず, 亀裂パ ターンに大きな違いは見られず, 1次シンプレクティック 積分法を用いても十分な精度が得られているように思わ れる.また,解析全体の計算速度は4倍速に向上した.

しかしながら、その後に他の残留応力分布・モデルで解 析を行った際、4次バイラテラル・2次バイラテラルシン プレクティック積分法では解析結果が一致したものの、2 次・1次シンプレクティック積分法では、亀裂進展が途中 で停止するといった現象が見られた.このケースでは板 厚方向のメッシュ分割が約50分割ほどしかなく、メッシ ュサイズと時間積分スキームの次数については、双方の 面からさらなる検討が必要と思われる.

# 5. まとめ

本課題では,残留応力場における動的破壊進展解析手法 の省メモリ化,時間積分スキームの次数検討,および残留 応力分布の分布形状によって最適なメッシュ分割数につ



図 5 時間積分スキームの違いによる化学強化ガラス(台形型残留応力分布)の解析結果. 図は右端より約 10mmの範囲を拡大して表示している.

いて検討を行った.省メモリ化の結果,使用メモリ量を約 1/2 に削減した.

最適なメッシュ分割数に関する検討では、1次元的な台 形型残留応力分布と放物型残留応力分布を板厚方向にも つ、強化ガラスの破壊について解析を行った.その結果、 台形型分布では板厚方向に約50分割ほどで十分なのに対 し、放物型分布では板厚方向に約100分割ほど必要であ った.これは、板厚中心付近の引張残留応力が亀裂進展の 駆動力であるため、引張層の残留応力がほぼ一定で勾配 がない台形型分布ではメッシュ空間分解能が低くでも分 布を十分に再現できたのに対し、放物型分布では引張層 の残留応力の勾配が滑らかに変化しており、この勾配を 再現するために、高い空間分解能をもつメッシュが必要 であったと考えられる.

時間積分スキームに関する検討では、4 次バイラテラル シンプレクティック積分法を1 次シンプレクティック積 分法に代えることで解析全体の計算速度は4 倍速に向上 したが、メッシュサイズと要求される時間積分スキーム の次数の両面からさらなる検討が必要である.

### 謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP20K14812 の助成を受けて実施 されたものです.また,強化ガラスの物性および破壊実験 結果は AGC 株式会社に提供いただきました.

## 文献

[1] M. Hori, K. Oguni, and H. Sakaguchi, Proposal of FEM implemented with particle discretization for analysis of failure phenomenon, J. Mech. Phys. Solids 53, 681 (2005).

[2] N. Kame, S. Saito, and K. Oguni, Quasi-static analysis of strike fault growth in layered media, Geophys. J. Int. 173, 309 (2008).

[3] K. Oguni, M. L. L. Wijerathne, T. Okinaka, and M. Hori, Crack propagation analysis using PDS-FEM and comparison with fracture experiment, Mech. Mater. 41, 1242 (2009).

[4] M. L. L. Wijerathne, K. Oguni, and M. Hori, Numerical analysis of growing crack problems using particle discretization scheme, Int. J Numer. Meth. Eng. 80, 46 (2009).

[5] S. Hirobe, K. Imakita, H. Aizawa, Y. Kato, S. Urata, and K. Oguni, Simulation of Catastrophic failure in a residual stress field, Phys. Rev. Lett. 127, 064301 (2021).

[6] S. Hirobe, K. Imakita, H. Aizawa, Y. Kato, S. Urata, and K. Oguni, Mathematical model and numerical analysis method for dynamic fracture in a residual stress field, Phys. Rev. E 104, 025001 (2021).

[7] S. Karlsson, B. Jonson, and C. St'alhandske, The technology of chemical glass strengthening - a review, Glass Technol. 51, 41 (2010).

[8] A. K. Varshneya, Chemical strengthening of glass: lessons learned and yet to be learned, Int. J. Appl. Glass. Sci. 1, 131 (2010).
[9] G. Macrelli, Chemically strengthened glass by ion exchange: Strength evaluation, Int. J. Appl. Glass. Sci. 9, 156 (2017).

[10] E. H. Lee, T. G. Rogers, and T. C. Woo, Residual stresses in a glass plate cooled symmetrically from both surfaces, J. Am. Ceram. Soc. 48, 480 (1965).

[11] K. Akeyoshi, Study on the physical tempering of glass plates-1-Effects of thermal conditions on permanent stress and fragment density of tempered glass plates, Tech. Rep. 1 (Reports of the Research Laboratory, Asahi Glass, 1967).

[12] J. M. Barsom, Fracture of tempered glass, J. Am. Ceram. Soc. 51, 75 (1968).

[13] T. Sakai, M. Ramulu, A. Ghosh, and R. C. Bradt, Cascadating fracture in a laminated tempered safety glass panel, Int. J. Fract. 48, 46 (1991).

[14] M. Overend, S. De Gaetano, and M. Haldimann, Diagnostic interpretation of glass failure, Syruct. Eng. Int. 17, 151 (2007).

[15] J. H. Nielsen, J. F. Olesen, and H. Stang, The fracture process of tempered soda-lime-silica glass, Exp Mech. 49, 855 (2009).[16] L. Casetti, Efficient symplectic algorithms for numerical

simulations of hamiltonian flows, Phys. Scr. 51, 29 (1995).

# Dynamic Fracture Analysis in Residual Stress Field

# **Project Representative**

Sayako Hirobe Center for Mathematical Science and Advanced Technology, Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

# Authors

Sayako Hirobe \*1, Kenji Oguni \*1

\*<sup>1</sup> Center for Mathematical Science and Advanced Technology, Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Residual stress field is induced by temperature/moisture gradient, inelastic deformations or local volume change due to phase transition. The intensity and the distribution of residual stress have great influence on fracture process. Our goal of this project is to investigate and predict the behavior of the earthquake fault from a view point the dynamic fracture in residual stress field. We try to analyze the behavior of the earthquake fault by using the dynamic fracture analysis method developed by the project members. In this year, we achieved MPI parallelization and memory saving of the dynamic fracture analysis program for the massive parallelization. Also, we verified the required a spatial resolution of the analysis mesh and the degree of the time integration scheme for providing reliability of analysis results.

Keywords : residual stress, facture analysis, tempered glass, PDS-FEM

#### 1. Introduction

Control of the residual stress field is a significant problem in industrial applications because the residual stress field is highly related to the strength and fracture of the bulk materials. Also, it is known that the residual stress effect on the interrelation of earth quake faults. Therefore, it is important to achieve the fracture analysis in residual stress field from the perspectives of both industrial application and scientific interest. In this program, we aim to apply our dynamic fracture analysis method to the behavior of the earthquake fault considering the effect of residual stress field. Our analysis method is based on PDS-FEM (Particle Discretization Scheme Finite Element Method) [1]. This method enabled the analysis of the dynamic facture in residual stress field for the first time in the world regardless of the source and scale of the residual stress field. In this year, we achieved MPI parallelization and memory saving of the simulation code, and verified the order of the time integration scheme for the massive parallelization. We also studied a spatial resolution of the analysis mesh because the reproducibility of the residual stress profile is highly related to the crack propagation process. It is noted that the validity of this analysis code has already been verified [2].

### 2. Trapezoidal residual stress profile

Chemically tempered glass plates have 1D trapezoidal residual stress profile in the thickness direction. The tempered glass improves the resistance to the surface flaws by introducing the compressive residual stress at the surface through the chemical [3] or thermal [4] treatment. However, any compressive residual stress must be accompanied by the tensile residual stress and thereby the residual stress profile is introduced within the thickness of the glass plate. If a flaw reaches the tensile stress



Fig. 1 Analysis model of chemically tempered glass plate. a = 0.5 mm. (a) Analysis model. (b) Residual stress profile.

region, it causes the catastrophic failure of the glass plate.

Here, we performed the simulations on three chemically tempered glass plates with different residual stress profile (case I, II, III); see Fig.1 (b). The dimensions of the analysis model is 30mm×2.0mm×0.70mm. The fracture process started by introducing the initial crack shown by the red area of Fig.1 (a). We used three kinds of mesh sizes on each residual stress profile. Figure 2 shows the analysis results. When the average nodal distance  $d_{avg}$  is shorter than 13.5µm (the thickness is divided into more than 50), the crack patterns converge. However, when  $d_{avg}$  is longer than 18.7µm (the thickness is divided into less than 40), the crack pattern of case II does not converge. This implies that the mesh resolution is not high enough to reproduce the residual stress profile in the thickness direction.

#### 3. Parabolic residual stress profile

Thermally tempered glass plates have 1D parabolic residual stress profile in the thickness direction. Here, we perform the fracture analysis of thermally tempered glass plate with a size of 10mm×10mm×2mm which has the stress profile in Fig. 3. We



Fig.2 Analysis results of chemically tempered glass plates with different mesh resolution.



Fig.3 Residual stress profile of thermally tempered glass plate.

use five different mesh sizes for the simulation. As with the case of section 2, the fracture process started by introducing the initial crack. Figure 4 shows the analysis results. When  $d_{avg}$  is 0.16mm and 0.08mm, the crack bifurcates and does not go straight. On the other hand, when  $d_{avg}$  is under 0.04mm, the straightness of the crack improves as the mesh resolution becomes high. According to these results, it is considered that the mesh which divides the parabolic residual stress profile into more than 100 is required to reproduce the crack propagation.

### 4. Time integration scheme

In our fracture analysis code, we employ the Simplectic Integrator (SI) [5] as the time integration scheme. By using SI, the energy error of Hamiltonian system does not monotonically increase. In the analyses shown in section 2 and 3, we employed the 4th-order bilateral SI. The 4th-order bilateral SI includes eight times sparse matrix-vector multiplication (SpMV) per time step. Replacing it with 1st-order SI, the number of SpMV per time step is reduced from eight to one. This significantly reduce the computational cost. Here, we performed the same simulation of section 3 by using 1st-order SI. In this analysis, we used the mesh with  $d_{avg}$  9.36µm (the thickness is divided into 75). Figure 5 shows the comparison of crack pattern with different order of SI. In all cases, there is no significant difference of the crack patterns. Therefore, it seems that the 1st-order SI keeps sufficient accuracy. However, when we performed simulations with different model and different residual stress profile after these analyses, the crack



Fig.4 Analysis results of thermally tempered glass plate with different mesh resolution.



Fig.5 Analysis results of chemically tempered glass plate with different order of time integration scheme.

propagation terminated on the way with 1st-order and 2nd-order SI while the simulations with 2nd-order and 4th-order bilateral SI correctly analyzed. This might be because the mesh resolution was not so high (the thickness is divided into 50). We need more investigation about relationship between mesh resolution and the order of the time integration scheme.

### 5. Conclusion

In this project, we achieved MPI parallelization and memory saving of the code of dynamic fracture analysis in residual stress field. According to memory saving, the required memory is reduced by half. We investigated the mesh resolution on 1D trapezoidal and parabolic residual stress profile by simulating the fracture of tempered glass plates. For the trapezoidal residual stress profile, the 50 division of the profile is sufficient while the 100 division of the profile is required for the parabolic profile. This difference might be because the tensile residual stress profile is almost constant in trapezoidal profile. Such constant profile can be reproduced by low mesh resolution. On the other hand, the high mesh resolution is required for reproduction of the parabolic tensile residual stress profile. We also investigated of the order of SI. While replacing 4th-order bilateral SI with 1storder SI improves computational speed to 4 times speed, we need more investigation about the order of time integration scheme.

### Acknowledgement

This work was supported by JSPS KAKENHI Grant No. JP20K14812. AGC Inc. provided the material properties and the experimental results of the tempered glass plates.

### References

[1] M. Hori, K. Oguni, and H. Sakaguchi, Proposal of FEM implemented with particle discretization for analysis of failure phenomenon, J. Mech. Phys. Solids 53, 681 (2005).

[2] S. Hirobe, K. Imakita, H. Aizawa, Y. Kato, S. Urata, and K. Oguni, Simulation of Catastrophic failure in a residual stress field, Phys. Rev. Lett. 127, 064301 (2021).

[3] A. K. Varshneya, Chemical strengthening of glass: lessons learned and yet to be learned, Int. J. Appl. Glass. Sci. 1, 131 (2010).
[4] E. H. Lee, T. G. Rogers, and T. C. Woo, Residual stresses in a glass plate cooled symmetrically from both surfaces, J. Am. Ceram. Soc. 48, 480 (1965).

[5] L. Casetti, Efficient symplectic algorithms for numerical simulations of hamiltonian flows, Phys. Scr. 51, 29 (1995).