

# 地震震源の対蹠点における理論地震波形による地球内核構造の推定

## 課題責任者

坪井 誠司 海洋研究開発機構・地球情報基盤センター

## 著者

坪井 誠司<sup>1</sup>, Rhett Butler<sup>2</sup>

\*<sup>1</sup>海洋研究開発機構・地球情報基盤センター, \*<sup>2</sup>University of Hawaii

地震震源の対蹠点で観測された波形データを使用して内外核境界 (IOCB) を分析し、外核底部での伝播が回折および/または屈折と整合的かどうかについての仮説を検証した。観測波形は、トンガからアルジェリア、スラウェシからアマゾン、チリ北部から海南島、チリ中部と中国本土の間の 2 つ、ニュージーランドからポルトガルとスペインの両方までの 2 つの震源-観測点の組み合わせを調べた。スペクトル要素法を用いて、これらの観測点の全球地震波伝播計算を行った。この計算では、1.6 秒の精度でグローバルに伝播する理論的な地震波形を、5168 ES4 ベクトルエンジン (VE) に対応する 41,334 コアを使用して計算した。理論地震波形と観測波形の比較は、P 波速度が約 10.0 km/s の薄い低速層を外核底部に導入することでモデル化できることを示している。

キーワード：数値地震波形計算、地球内核、スペクトル要素法、震源対蹠点、地球内部構造

## 1. はじめに

地球の外核の流体の性質は、Jeffreys (1926) [1] によって決定され、1936 年に Lehmann (1936) [2] が固体の内核を発見した。Birch (1952) [3] は入手可能なデータを要約し、コアはより軽い元素の小さな成分を含む鉄合金であると結論した。この内核と外核の境界 (IOCB) は、凍結して成長する内核を、地球の磁場を生成するダイナモを駆動する対流する外核から分離している。Verhoogen (1961) [4] は、主要なエネルギー源としてコア内の鉄の凍結潜熱を考えたが、Braginsky (1963) [5] は、凍結することによる外核合金のより軽い成分の分離によって駆動される組成対流を提案した。外核の底部での化学的不均一性は、密度の不均一性と直接結びついており、外核で対流を引き起こす (Gubbins, 1977; Loper, 1978) [6, 7]。Butler and Anderson (1978) [8] は、外核の上部と下部は不均一または非断熱、あるいはその両方に見えると判断している。Stevenson (1987) [9] は、粘度が低いため、「外核の横方向の変動はごくわずかである」と提案した。最近では、IOCB での内核の融解と凍結は、Cormier et al. (2011)、Monnereau et al. (2010)、および Alboussière et al. (2010) 等が概説している [10-12]。

## 2. 観測波形

外核の底部での伝播が回折および/または屈折と整合的かどうかの仮説を検証するために、 $179.0^\circ \sim 180^\circ$  の距離範囲の震源対蹠点波形データを使用して、外核境界 (IOCB) の構造を推定した。観測された伝搬経路は、IOCB 表面の約 3 分の 2 をカバーしている。トンガからアルジェリア (観測点コード TAM)、スラウェシからアマゾン (PTGA)、チリ北部から海南島 (QIZ)、チリ中央部と中国本土の間の 2 観測点 (XAN, ENH) と、ニュージーランドからポルトガル (PTO) とスペイン (ECAL) の両方への計 7 つの経路について地震データを調べた。震源対蹠点の観測波形をモデル化するために地球規模の地球モデルの妥

当性は不十分であることがわかっている。

観測波形データをスタックして信号対雑音比を高め、地球シミュレータ上で 3D スペクトル要素法を用いて波形データをモデル化した。中国の観測点への 1 つの経路を除いて、地球の全モデルのいずれも、対蹠点の直径に沿って伝播する PKIKP に対して、回折波の振幅またはスタックした振幅と一致しない。波形データセットで観測されたエネルギーの到着は、外核の底部にある低速度層 (LVZ) 内の屈折と、この構造の周りの回折の組み合わせとしてモデル化される。

外核の底部での観測は、より厚く、より遅い低速度層を持つ経路 (TAM) と、薄く、やや速い速度の LVZ (QIZ, XAN, PTGA) の間でさらに細分化される可能性がある。後者の経路は P 波速度が約 10.0 km/s の薄い LVZ が特徴であり、薄く低速度の構造の理論地震波形モデリングでは、高精度の計算を実現するために、より高い解像度 (1.6 秒) のパラメーター化が必要となる。以下では、この方法論について説明し、検討した例を示す。

## 3. 理論地震波形

有限要素法の一種であるスペクトル要素法 (Komatitsch and Vilotte, 1998; Komatitsch et al., 2002; Tsuboi et al., 2003; Komatitsch et al., 2005) [13-16] を用いて、以前の研究と同様に (Butler and Tsuboi, 2010; Tsuboi and Butler, 2020; Butler and Tsuboi, 2020; Butler and Tsuboi, 2021) [17-20] 現実的な地球モデルに対して全球地震波伝播計算を行った。2016 年には、地球モデルを 6,652 億格子点に分割し、京コンピュータの 82,134 ノード (全ノードの 99%) を使用して、約 1.2 秒の精度で理論的な地震波形記録計算を行った (Tsuboi et al., 2016) [21]。今回は、2021 年 3 月に運用を開始した Earth Simulator (ES4) システムで同様の計算を行った。

スペクトル要素法の計算では、地球モデルの分割によ

り、地球全体が 6 つの四角錐のピラミッドに分割され、各四角錐ピラミッドがより細かい四角錐のピラミッドに分割され、スーパーコンピューターの個々の CPU に割り当てられて計算が実行される。この計算では、1.6 秒の精度でグローバルに伝播する理論的な地震波形を 2,447 億格子点に分割して計算した。この場合のスペクトル要素法の分割を示すパラメータ NEX と NPROC はそれぞれ 2656 と 83 であり、計算に使用されるコアの総数は 41,334 であり、ES4 ベクトルエンジン (VE) は 5168 個に対応する。このメッシュの格子点間の平均距離は 0.94km である。この規模の計算では、メッシュの計算に約 30 分の CPU 時間、23 分間の理論的な地震波形の計算に 4 時間 40 分の CPU 時間がかかった。メッシュのサイズは約 41 テラバイトであり、NEC の MPI を flat MPI として用い、MPI program information による実効性能は 1.13 PFLOPS、ベクトル化率は 99% である。この実効性能は、5168VE の理論上のピーク性能の約 8.8% となっている。

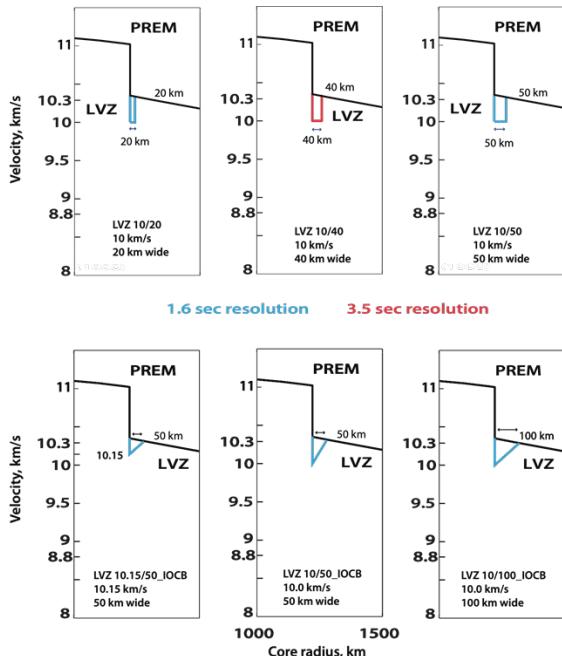


図 1. ここに示されているモデルは、PREM + 3D マントルに基づいており、IOCB で変更（水色）が施されている。モデル LVZ10/40（赤）は、最初は 3.5 秒の解像度で計算された。速度が 10km/s の場合、この波長は約 50 km であり、モデル化された構造よりも大きくなり、必要な解像度を達成するために、3DSEM は 1.6 秒の解像度で計算した。テストされたモデルは、 $V_p = 10 \text{ km/s}$  で厚さ 20~50 km の層の外核の基部での不連続な速度変化、および下部 50 ~100km での  $V_p=10$  オよび  $10.15\text{km/s}$  への負の勾配を考慮している。

計算に使用される地球の内部構造モデルは、球対称構造モデルは transversely isotropic PREM (Dziewonski and Anderson, 1981) [22] であり、マントルの 3 次元構造は s362ani (Kustowski et al., 2006) [23] を用いた。また、

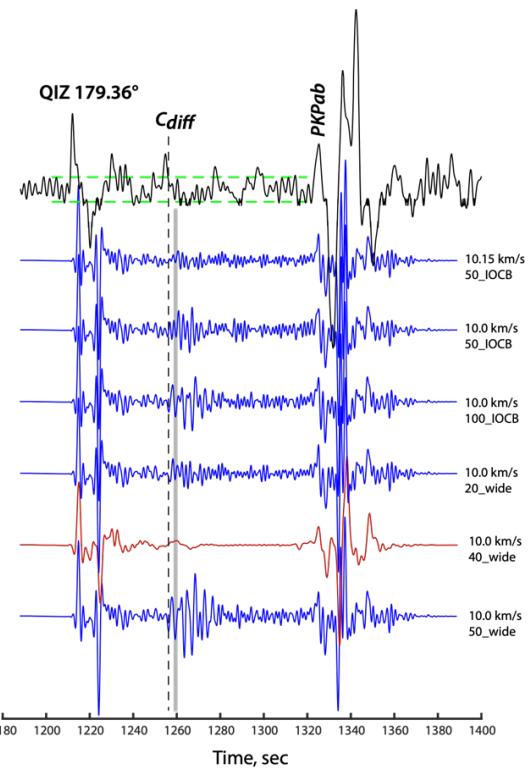


図 2. 図 1 のモデルに対する QIZ 観測点の理論地震波形。赤のモデルは 3.5 秒の解像度で計算されたが、青のモデルは 1.6 秒の解像度で計算されている。波形は PKPab でそろえているが、PKIKP とは異なり IOCB とは相互作用しない。破線は PREM の理論上の Cdiff 到着時間ですが、灰色の線は QIZ についてスラントスタックした Cdiff 到着時に合わせて配置されている。速度を 10.0 から 10.15 (上の 2 つの青いトレース) に増やすと、主な変化は振幅の減少として現れる。

橿円体形状を採用し、減衰を考慮しているが、重力や回転の影響は考慮していない。地震と観測点の組み合わせは、Butle and Tsuboi (2010, 2020, 2021) で取り扱われた地震とその対蹠点での観測波形を対象とした [17, 18, 20]。特に、2009 年 4 月 17 日にチリ北部で発生した地震 (Mw6.1) による中国の Qiongzhong (QIZ) 観測点での記録を計算した。これは、Butler and Tsuboi (2010) [17] で議論されている Cdiff 回折相を再現する構造を調べるためである。検討したモデルと計算された理論的な地震波形を図 1~2 に示す。

P 波速度  $10.0 \text{ km/s}$  でモデル化された薄い LVZ は、IOCB での圧力と温度での溶鉄 ( $10.19 \text{ km/s}$ ) の特性の非経験的分子動力学シミュレーションと一致している (Ichikawa et al. 2014) [24]。薄い LVZ モデルは、外核の大部分に比べて軽い元素が枯渇した、外核の下部にある安定した層状の高密度層とも一致している (Cormier et al. 2011) [10]。薄い LVZ は、より軽い元素の枯渇に起因し、フレームワークとして溶鉄を残すことが本質である。

最後に、外核の下部にある薄い LVZ の証拠と、コアとマ

ントルの境界から投影された大きな低せん断速度領域との間に明らかな相関関係があることに注意が必要である（Chen、2021）[25]。

## 謝辞

観測波形データは GEOSCOPE と IRIS から取得された。スペクトル要素法にはコンピュータプログラム (SPECFEM3D) を使用した。Global Centroid Moment (GCMT) 解を理論地震波形計算に使用した。本研究で使用した地震観測所の運用と保守について、GEOSCOPE、USGS と NSF、NCDSN 中国、およびスペインのデジタル地震ネットワークに感謝する。

## 文献

- [1]. Jeffreys, H., 1926. The rigidity of the Earth's central core. *Mon. Not. R. Astron. Soc. Geophys.* 1, 371–383.
- [2]. Lehmann, I., 1936. P': Bureau Central Seismologique International Strasbourg, 14. Publications du Bureau Central Scientifiques, pp. 87–115.
- [3]. Birch, F. (1952). Elasticity and constitution of the Earth's interior. *J. Geophys. Res.* 57, 227–286 (1952).
- [4]. Verhoogen, J., 1961. Heat balance of the Earth's core. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 4, 276–291.
- [5]. Braginsky, S., 1963. Structure of the F layer and reasons for convection in the Earth's core. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR Engl. Trans.* 149, 1311–1314.
- [6]. Gubbins, D., 1977. Energetics of the Earth's core, *J. Geophys.*, 43, 453–464.
- [7]. Loper, D.E., 1978. The gravitationally powered dynamo, *Geophys. J. R. astr.Soc.*, 54, 389–404.
- [8]. Butler, R. and Anderson, D.L., 1978. Equation of state fits to the lower mantle and outer core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 17(2), pp.147-162.
- [9]. Stevenson, D.J., 1987. Limits on lateral density and velocity variations in the Earth's outer core. *Geophysical Journal International*, 88(1), pp.311-319.
- [10]. Cormier, V.F., Attanayake, J. and He, K., 2011. Inner core freezing and melting: Constraints from seismic body waves. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 188(3-4), pp.163-172.
- [11]. Monnereau, M., Calvet, M., Margerin, L., Souriau, A., 2010. Lopsided growth of Earth's inner core. *Science* 1014–1017.
- [12]. Alboussière, T., Deguen, R., Melzani, M., 2010. Melting induced stratification above Earth's inner core due to convective translation. *Nature* 466, 744–747.
- [13]. Komatitsch, D., Vilotte, J.P., 1998. The spectral-element method: an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 88, 368–392.
- [14]. Komatitsch, D., Ritsema, J., Tromp, J., 2002. The spectral-element method, Beowulf computing, and global seismology. *Science* 298, 1737–1742.
- [15]. Tsuboi, S., Komatitsch, D., Ji, C., Tromp, J., 2003. Broadband modeling of the 2002 Denali fault earthquake on the earth simulator. *Phys. Earth Planet. Inter.* 139, 305–312.
- [16]. Komatitsch, D., Tsuboi, S., Tromp, J., 2005. The spectral-element in seismology. In: Levander, A., Nolet, G. (Eds.), *Seismic Earth: Array Analysis of Broadband Seismograms*, AGU Geophysical Monograph 157. AGU, pp. 205–227.
- [17]. Butler, R. and Tsuboi, S., 2010. Antipodal seismic observations of temporal and global variation at Earth's inner - outer core boundary. *Geophysical Research Letters*, 37(11).
- [18]. Tsuboi, S. and R. Butler, 2020. Inner core differential rotation rate inferred from antipodal seismic observations. *Physics of Earth and Planetary Interiors*, 301, April 2020, 106451, doi.org/10.1016/j.pepi.2020.106451+Auxiliary Material
- [19]. Butler, R. and S. Tsuboi, 2020. Antipodal Observations of Global Differential Times of Diffracted P and PKPAB within the D'' Layer above Earth's Core-Mantle Boundary, *Geophysical Journal International*, 220, , doi.org/10.1093/gji/ggaa157
- [20]. Butler, R. and Tsuboi, S., 2021. Antipodal seismic reflections upon shear wave velocity structures within Earth's inner core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 321, p.106802.
- [21]. Tsuboi, S., K. Ando, T. Miyoshi, D. Peter, D. Komatitsch, J. Tromp, 2016. A 1.8 trillion 627 degrees-of-freedom, 1.24 petaflops global seismic wave simulation on the K computer, *International Journal of High Performance Computing Applications*, 30(4) 411-422
- [22]. Dziewonski, A.M., Anderson, D.L., 1981. Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary*, 25, 297–356.
- [23]. Kustowski, B., Ekström, G., Dziewonski, A.M., 2008. Anisotropic shear-wave velocity structure of the Earth's mantle: a global model. *J. Geophys. Res. Solid Earth* 113 (B6).
- [24]. Ichikawa, H., Tsuchiya, T. and Tange, Y., 2014. The P - V - T equation of state and thermodynamic properties of liquid iron. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 119(1), pp.240-252.
- [25]. Chen, J. 2021. Tracking the origin of ultralow velocity zones at the base of Earth's mantle. *National Science Review*, 8(4), April 2021, nwaa308, https://doi.org/10.1093/nsr/nwaa308

# Theoretical Seismic Waveform Calculation with an Accuracy of 1.6 Seconds by the Spectral Element Method

## Project Representative

Seiji Tsuboi    Center for Earth Information Sciecne and Technology, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

## Authors

Seiji Tsuboi \*<sup>1</sup>, Rhett Butler \*<sup>2</sup>

\*<sup>1</sup>Center for Earth Information Sciecne and Technology, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology,

\*<sup>2</sup>University of Hawaii

We analyze the inner-outer core boundary (IOCB) with antipodal waveform data to test the hypothesis whether propagation at the base of the outer core is commensurate with diffraction and/or refraction. Seismic data from seven diameters are examined—Tonga to Algeria, Sulawesi to Amazon, northern Chile to Hainan Island, two between central Chile and the mainland China, and two diameters from New Zealand to both Portugal and Spain. We have performed global seismic wave propagation calculations for these stations using the spectral element method. In this calculation, the theoretical seismic waveform propagating globally with an accuracy of 1.6 seconds was calculated by using 41,334 cores, which corresponds 5168 ES4 vector engines (VE). We found that the waveforms are modeled by a thin low velocity zone with a velocity of approximately 10.0 km/s

**Keywords :** spectral element method, theoretical seismograms, antipodal observation, inner core outer coreboundary, low velocity zone

## 1. Introduction

The fluid nature of Earth's outer core was determined by Jeffreys (1926)[1], followed in 1936 with Lehmann's (1936)[2] discovery of the solid inner core. Birch (1952)[3] summarized available data and concluded the core is an iron alloy with a small component of lighter elements. This inner-outer core boundary (IOCB) separates the freezing, growing inner core from the convecting outer core which drives the dynamo generating Earth's magnetic field. Verhoogen (1961)[4] invoked latent heat of freezing of iron in the core as the main source of energy, whereas Braginsky (1963)[5] proposed compositional convection driven by separation of the lighter component(s) of the outer core alloy by freezing. Chemical heterogeneity at the base of the outer core is directly coupled to density heterogeneity, which induces convection in the outer core (Gubbins, 1977; Loper, 1978)[6,7]. Butler and Anderson (1978)[8] determined that the top and bottom of the outer core appear inhomogeneous or non-adiabatic or both. Stevenson (1987)[9] proposed that that “there are negligible lateral variations in the outer core” due to its low viscosity. More recently, Melting and freezing of the inner core at the IOCB has been reviewed Cormier et al. (2011), Monnereau et al. (2010), and Alboussière et al., (2010)[10-12].

## 2. Data

We approach this analysis of the inner-outer core boundary (IOCB) with antipodal waveform data in the distance range 179.0°–180° to test the hypothesis whether propagation at the base of the outer core is commensurate with diffraction and/or refraction. The propagation paths observed cover about two-thirds of the IOCB surface. Seismic data from seven diameters

are examined—Tonga to Algeria (station code TAM), Sulawesi to Amazon (PTGA), northern Chile to Hainan Island (QIZ), two between central Chile and the mainland China (XAN, ENH), and two diameters from New Zealand to both Portugal (PTO) and Spain (ECAL). The adequacy of Global earth models in fitting the antipodal observations is found to be deficient.

Lateral heterogeneity among the propagation paths are mapped and projected to the Earth's surface for context. We stack data to increase signal-to-noise, and model waveform data via the 3D spectral element method on the EarthSimulator4. With the possible exception of one path to China, none of the global Earth models match amplitudes of diffracted waves or the stacked amplitudes relative to PKIKP, which travels along the antipodal diameter. Energetic arrivals observed in the waveform data set are modeled as a combination of refraction within a low velocity zone (LVZ) at the base of the outer core, and diffraction around this structure.

The observations at the base of the outer core may be further subdivided between paths with a thicker, slower low velocity zone (TAM), and those with a with a thin, somewhat faster LVZ (QIZ, XAN, PTGA). The latter paths are characterized by a thin LVZ (20–50 km thick, layer-gradient, respectively) with a velocity of approximately 10.0 km/s. Synthetic modeling of the thin, low velocity structures requires higher resolution (1.6 sec) parametrization to achieve necessary detail. We discuss this methodology and show examples considered. A parallel report focuses upon the thicker structures modeled at 3.5 sec.

## 3. Theoretical seismograms

We have performed global seismic wave propagation calculations using the spectral element method, which is a type

of finite element method, for a realistic earth model—(Komatitsch and Vilotte, 1998; Komatitsch et al., 2002; Tsuboi et al., 2003; Komatitsch et al., 2005)[13-16] as previously applied (Butler and Tsuboi, 2010; Tsuboi and Butler, 2020; Butler and Tsuboi, 2020, Butler and Tsuboi, 2021)[17-20]. In 2016, we used the K computer's 82,134 nodes (99% of all nodes) by dividing the earth model into 665.2 billion grid points to perform theoretical seismic waveform recording calculations with an accuracy of about 1.2 seconds. (Tsuboi et al., 2016)[21]. This time, we report that the same scale of calculation was performed by the Earth

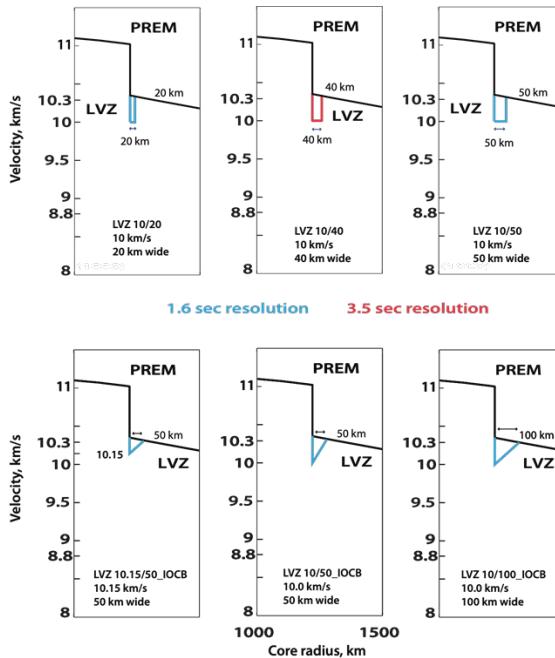


Figure 1. The models shown here are based upon PREM + 3D mantle, with modifications (light blue) at the IOCB. Model LVZ 10/40 (red) was initially calculated at 3.5 sec resolution. For a velocity of 10 km/s this wavelength is about 50 km, which is larger than the modeled structure. To achieve the requisite resolution, the 3DSEM were synthesized at 1.6 s resolution. The models tested considered discontinuous velocity changes at the base of the outer core in layers 20 to 50 km thick with  $V_p = 10$  km/s, as well as negative gradients to  $V_p = 10$  and 10.15 km/s at the bottom 50–100 km of the IOCB.

Simulator (ES4) system, which started operation in March 2021.

In the calculation of the spectral element method, the division of the earth model divides the entire earth into six quadrangular pyramids, and each quadrangular pyramid is divided into finer quadrangular pyramids and assigned to individual CPUs of the supercomputer to perform the calculation. In this calculation, the theoretical seismic waveform propagating globally with an accuracy of 1.6 seconds was calculated by dividing it into 244.7 billion grid points. The parameters NEX and NPROC indicating the division of the spectral element method in this case are 2656 and 83, respectively, and the total number of cores used in the

calculation is 41,334 and the ES4 vector engine (VE) is 5168. The grid point spacing in this mesh is 0.94 km on average. For this scale of calculation, it took about 30 minutes CPU time to calculate the mesh and 4 hours 40 minutes CPU time to calculate the theoretical seismic waveform for 23 minutes. The size of the mesh is about 41 Tbyte. The calculation used NEC's MPI as a flat MPI, and the effective performance according to the MPI Program Information was 1.13 PFLOPS, and the vectorization rate was 99%. This effective performance is about 8.8% of the

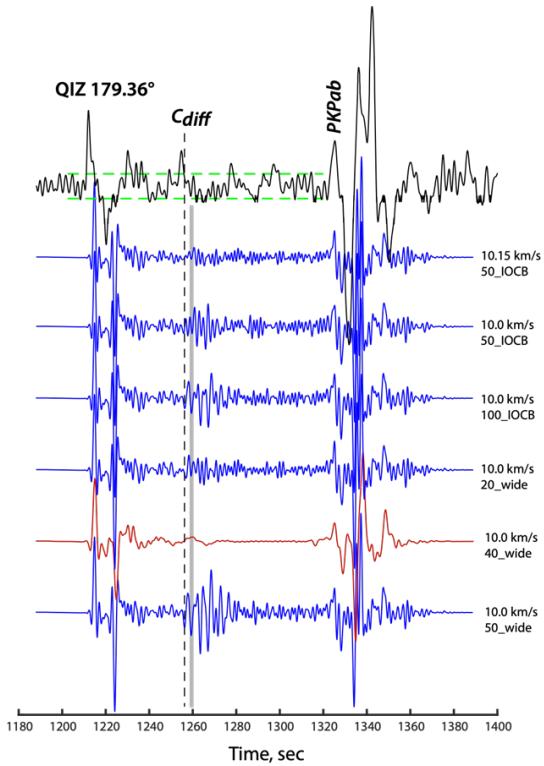


Figure 2. The model series plots the 3DSEM fits to QIZ 2009 for models in Fig. 1. The model in red was synthesized at a resolution of 3.5 sec, whereas the models in blue are computed at a 1.6 s resolution. The waveforms are aligned on PKPab, which unlike PKIPK does not interact with the IOCB. The dashed line is the PREM theoretical Cdiff arrival time, whereas the gray line is aligned on the timing of slant stacked QIZ Cdiff. Note that increasing the slow velocity from 10.0 to 10.15 (top two blue traces), the primary change is a decrease in the amplitude.)

theoretical peak performance of 5168VE.

The Earth's internal structure model used in the calculation is transversely isotropic PREM (Dziewonski and Anderson, 1981)[22] for the radial symmetric structure model, and s362ani (Kustowski et al., 2006)[23] for the mantle three-dimensional structure. In addition, the ellipsoidal shape is adopted and attenuation is taken into consideration, but the effects of gravity and rotation are not taken into consideration. The combination of the earthquake and the observation station was targeted at the observation waveform at the earthquake and its antipodal point, which was dealt with in Butler and Tsuboi (2010, 2020,

2021)[17,18, 20]. In particular, we calculated the records at the Qiongzhong (QIZ) station in China due to the April 17, 2009 earthquake in northern Chile (Mw6.1). This is to examine the structure that reproduces the Cdiff diffracted phase discussed in Butler and Tsuboi (2010)[17]. The models considered and the calculated theoretical seismic waveforms are presented in Figures 1–2.

The thin LVZ modeled at ~10.0 km/s is consistent with ab initio molecular dynamics simulations of the properties of liquid iron (10.19 km/s) at the pressure and temperature at the IOCB (Ichikawa et al. 2014)[24]. The thin LVZ model is also consistent with a stably stratified dense layer at the bottom of the outer core, depleted in light elements relative to the bulk of the outer core (Cormier et al. 2011)[10]. The essence is that the thin LVZ results from depletion of lighter elements, leaving liquid iron as the framework.

Finally, we note that there is an apparent correlation between the evidence for thin LVZ at the bottom of the outer core with the large low shear velocity provinces projected from the core-mantle boundary (Chen, 2021)[25].

### Acknowledgment

Data were obtained from GEOSCOPE and the IRIS Data Management System. We used the computer program (SPECFEM3D) for Spectral-Element Method. Centroid moment tensor solutions (GCMT) are used for synthetic models. We thank GEOSCOPE, USGS and NSF, NCDSN China, and the Spanish Digital Seismic Network for the operation and maintenance of the seismic stations used in this study.

### References

- [1]. Jeffreys, H., 1926. The rigidity of the Earth's central core. *Mon. Not. R. Astron. Soc. Geophys.* 1, 371–383.
- [2]. Lehmann, I., 1936. P': Bureau Central Seismologique International Strasbourg, 14. Publications du Bureau Central Scientifiques, pp. 87–115.
- [3]. Birch, F. (1952). Elasticity and constitution of the Earth's interior. *J. Geophys. Res.* 57, 227–286 (1952).
- [4]. Verhoogen, J., 1961. Heat balance of the Earth's core. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 4, 276–291.
- [5]. Braginsky, S., 1963. Structure of the F layer and reasons for convection in the Earth's core. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR Engl. Trans.* 149, 1311–1314.
- [6]. Gubbins, D., 1977. Energetics of the Earth's core, *J. Geophys.*, 43, 453–464.
- [7]. Loper, D.E., 1978. The gravitationally powered dynamo, *Geophys. J. R. astr.Soc.*, 54, 389–404.
- [8]. Butler, R. and Anderson, D.L., 1978. Equation of state fits to the lower mantle and outer core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 17(2), pp.147-162.
- [9]. Stevenson, D.J., 1987. Limits on lateral density and velocity variations in the Earth's outer core. *Geophysical Journal International*, 88(1), pp.311-319.
- [10]. Cormier, V.F., Attanayake, J. and He, K., 2011. Inner core freezing and melting: Constraints from seismic body waves. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 188(3-4), pp.163-172.
- [11]. Monnereau, M., Calvet, M., Margerin, L., Souriau, A., 2010. Lopsided growth of Earth's inner core. *Science* 1014–1017.
- [12]. Alboussière, T., Deguen, R., Melzani, M., 2010. Melting induced stratification above Earth's inner core due to convective translation. *Nature* 466, 744–747.
- [13]. Komatitsch, D., Vilotte, J.P., 1998. The spectral-element method: an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 88, 368–392.
- [14]. Komatitsch, D., Ritsema, J., Tromp, J., 2002. The spectral-element method, Beowulf computing, and global seismology. *Science* 298, 1737–1742.
- [15]. Tsuboi, S., Komatitsch, D., Ji, C., Tromp, J., 2003. Broadband modeling of the 2002 Denali fault earthquake on the earth simulator. *Phys. Earth Planet. Inter.* 139, 305–312.
- [16]. Komatitsch, D., Tsuboi, S., Tromp, J., 2005. The spectral-element in seismology. In: Levander, A., Nolet, G. (Eds.), *Seismic Earth: Array Analysis of Broadband Seismograms*, AGU Geophysical Monograph 157. AGU, pp. 205–227.
- [17]. Butler, R. and Tsuboi, S., 2010. Antipodal seismic observations of temporal and global variation at Earth's inner – outer core boundary. *Geophysical Research Letters*, 37(11).
- [18]. Tsuboi, S. and R. Butler, 2020. Inner core differential rotation rate inferred from antipodal seismic observations. *Physics of Earth and Planetary Interiors*, 301, April 2020, 106451, doi.org/10.1016/j.pepi.2020.106451+Auxiliary Material
- [19]. Butler, R. and S. Tsuboi, 2020. Antipodal Observations of Global Differential Times of Diffracted P and PKPAB within the D'' Layer above Earth's Core-Mantle Boundary, *Geophysical Journal International*, 220, , doi.org/10.1093/gji/ggaa157
- [20]. Butler, R. and Tsuboi, S., 2021. Antipodal seismic reflections upon shear wave velocity structures within Earth's inner core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 321, p.106802.
- [21]. Tsuboi, S., K. Ando, T. Miyoshi, D. Peter, D. Komatitsch, J. Tromp, 2016. A 1.8 trillion 627 degrees-of-freedom, 1.24 petaflops global seismic wave simulation on the K computer, *International Journal of High Performance Computing Applications*, 30(4) 411-422
- [22]. Dziewonski, A.M., Anderson, D.L., 1981. Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary*, 25, 297–356.

- [23]. Kustowski, B., Ekström, G., Dziewonski, A.M., 2008. Anisotropic shear-wave velocity structure of the Earth's mantle: a global model. *J. Geophys. Res. Solid Earth* 113 (B6).
- [24]. Ichikawa, H., Tsuchiya, T. and Tange, Y., 2014. The P - V - T equation of state and thermodynamic properties of liquid iron. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 119(1), pp.240-252.
- [25]. Chen, J. 2021. Tracking the origin of ultralow velocity zones at the base of Earth's mantle. *National Science Review*, 8(4), April 2021, nwaa308, <https://doi.org/10.1093/nsr/nwaa308>