

# 海洋地球科学における同期現象の数理

課題責任者

河村 洋史 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究  
開発センター

著者

大島 逸平\*1 \*2, 荒井 貴光\*3, 河村 洋史\*2

\*1 東北大学 流体科学研究所 統合流動科学国際研究教育センター

\*2 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究開発センター

\*3 京都大学 情報学研究科 先端数理科学専攻 非線形物理学講座

キーワード：非線形動力学，同期現象，位相縮約，回転水槽，カルマン渦列，ネットワーク

## 1. はじめに

本課題では、「数値解析リポジトリ」のアプリケーション「同期現象モデル」を研究開発している。具体的には、海洋地球情報に潜む同期現象を発見・解明するために、位相モデルを基にした同期現象の解析システムを構築中である。加えて、位相縮約法と呼ばれる数理科学的手法を拡張・応用することにより、海洋・地球・生命に関する様々な同期現象を解析している。

例えば、本課題の初年度である令和3年度は、鞭毛の振動運動を記述する非線形偏微分方程式に対する位相縮約法[1]を用いて、鞭毛の流体力学的な同期現象の緩和時間を解析した。そして、緩和時間は鞭毛間の流体相互作用強度に加えて各鞭毛の振動数で決まることを解明した[2]。

本稿では、令和4年度の研究成果として、次の項目について報告する：カルマン渦列の同期現象に対する位相縮約解析(節2.1)(文献[3,4]参照)(サブ課題1)、周期外力を加えた回転水槽における進行振動対流の強制同期の直接数値計算と位相縮約解析(節2.2)(文献[3]参照)(サブ課題2)、結合素子ネットワークの同期現象に対するデータ駆動型解析(節2.3)(文献[5]参照)(サブ課題3)。

## 2. 研究成果

令和4年度の地球シミュレータ所内課題として取り組んでいる次の3サブ課題「1. カルマン渦列の同期現象に対する位相縮約によるアプローチ」「2. 全球大気アナログとしての結合回転水槽の直接数値計算と位相縮約解析」「3. 未発見相互作用探索：位相モデルを基にした同期現象の解析システムの構築」それぞれについて成果報告または進捗報告する。

### 2.1 カルマン渦列の同期現象

近年、カルマン渦列の同期現象が注目されている[6]。そこで、カルマン渦列の同期現象に対する解析手法を開発した。具体的には、拘束条件を持つ偏微分方程式のリミット・サイクル解に対する位相縮約法[3]と埋め込み境界射影法[7]を融合させて、カルマン渦列に対する位相縮約法を定式化した[4]。本手法は地球流体・生物流体・流体

工学と幅広い応用可能性を持つ。また、本手法を報告した論文[4]はPhysical Review FluidsのEditors' Suggestionに選出された。加えて、カルマン渦列に対する位相縮約法[4]と強制同期の最適化手法[8,9]を融合させて、カルマン渦列の強制同期に最適な周期外力を解析した。現在、論文投稿準備中である。

本研究はサブ課題1であり、本研究にはES4CPUを利用した。なお、本研究はカリフォルニア大学ロサンゼルス校との共同研究である。

### 2.2 周期外力を加えた回転水槽における進行振動対流の強制同期

自然界には偏微分方程式のリミット・トラス解で記述される振動現象とその同期現象が存在する。例えば、大気大循環の模型実験系である回転水槽実験系において、進行振動対流の同期現象が観察されている[10,11,12]。そこで、課題責任者はこれまでに、偏微分方程式のリミット・トラス解に対する位相縮約法を定式化してきた[3]。

本課題においては、研究開始当初からの主要課題である、回転水槽の直接数値計算および位相縮約解析を実施している。令和3年度は、周期外力を受けた回転水槽における進行振動対流の強制同期の実験結果を、直接数値計算により再現した。

令和4年度は、令和3年度からの継続課題として、インパルス摂動を加えることで、進行振動対流の位相応答を計算した。そして、位相応答から求めた位相感受関数を用いて、強制同期に関する直接数値計算結果と位相縮約解析結果を比較検証した。さらに、進行振動対流の位相感受関数に強制同期の最適化手法[8,9]を適用して、進行振動対流の強制同期に最適な周期外力を解析した。

加えて、デューティサイクルを持つ周期外力[12]による進行振動対流の強制同期を解析した。解析結果の一例を図1に示す。まず、進行振動対流の位相感受関数とデューティサイクルを持つ周期外力から位相結合関数を計算した。そして、その位相結合関数の最大値と最小値の差を最大化するデューティサイクルを見つけた。現在、最適なデューティサイクルを持つ周期外力を受けた回転水槽の

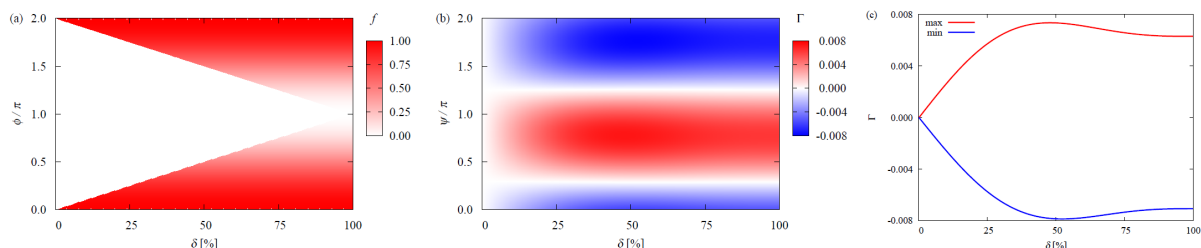


図1 デューティサイクルを持つ周期外力を加えた回転水槽における進行振動対流の強制同期. (a) デューティサイクルを持つ周期外力. (b) 進行振動対流の位相感受関数とデューティサイクルを持つ周期外力から計算された位相結合関数. (c) 各デューティサイクルに対する位相結合関数の最大値と最小値. 位相結合関数の最大値と最小値の差を最大化するデューティサイクルが最適なデューティサイクルである. デューティサイクル50%付近が最適である.

強制同期を計算中である. 以上の結果を論文化した後に, 結合回転水槽の直接数値計算と位相縮約解析を実施予定である.

本研究はサブ課題2であり, 本研究にはES4CPUを利用した. なお, 本研究は東北大学との共同研究である.

### 2.3 結合素子ネットワークの同期現象

海洋地球情報に潜む同期現象を発見・解明するために, 位相モデルを基にした同期現象の解析システムを構築中である. 特に, 支配方程式が未知の場合にも適用できるように, ベイズ推定に基づくデータ駆動型解析手法を開発中である. ここにおいて, 位相縮約法は, 従来, モデル駆動型解析手法であるが, その位相縮約法にベイズ推定の枠組みを組み合わせることで, データ駆動型解析手法を開発している(例えば, 文献[13]を参照).

令和4年度は, 集団振動を示す結合素子ネットワークの同期現象に対するベイズ推定に基づくデータ駆動型解析手法を論文化した[5]. 加えて, 時空間リズムを示す反応拡散系に対するベイズ推定に基づいたデータ駆動型解析手法の開発および検証を実施中である.

本研究はサブ課題3であり, 本研究にはES4GPUを利用した. なお, 本研究は京都大学との共同研究である.

### 3. おわりに

いずれのサブ課題もおおむね順調に進展している. 論文の投稿時期については少し遅れる見込みのものもあるが, 見込まれる論文数について変更はない. 令和4年度は, サブ課題1に関連して論文[4], サブ課題3に関連して論文[5]が出版された. 令和5年度は, それぞれのサブ課題において, 論文を投稿する予定である.

### 謝辞

本研究はJSPS 科研費JP20K03797の助成を受けたものである.

### 文献

[1] Y. Kawamura and R. Tsubaki, Phase reduction approach to elastohydrodynamic synchronization of beating flagella, *Phys. Rev. E* **97**, 022212 (2018).

[2] Y. Kawamura, Factors determining the relaxation time for elastohydrodynamic synchronization of adjacent beating flagella, *Results Phys.* **25**, 104261 (2021).

[3] Y. Kawamura, Phase reduction of limit-torus solutions to partial differential algebraic equations, *Phys. Rev. Research* **1**, 033130 (2019).

[4] Y. Kawamura, V. Godavarthi, and K. Taira, Adjoint-based phase reduction analysis of incompressible periodic flows, *Phys. Rev. Fluids* **7**, 104401 (2022).

[5] T. Arai, Y. Kawamura, and T. Aoyagi, Extracting phase coupling functions between collectively oscillating networks from time-series data, *J. Phys. Soc. Jpn.* **91**, 124001 (2022).

[6] K. Taira and H. Nakao, Phase-response analysis of synchronization for periodic flows, *J. Fluid Mech.* **846**, R2 (2018).

[7] K. Taira and T. Colonius, The immersed boundary method: A projection approach, *J. Comput. Phys.* **225**, 2118-2137 (2007).

[8] T. Harada, H.-A. Tanaka, M. J. Hankins, and I. Z. Kiss, Optimal waveform for the entrainment of a weakly forced oscillator, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 088301 (2010).

[9] A. Zlotnik, Y. Chen, I. Z. Kiss, H.-A. Tanaka, and J.-S. Li, Optimal waveform for fast entrainment of weakly forced nonlinear oscillators, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 024102 (2013).

[10] F. J. R. Eccles, P. L. Read, A. A. Castrejon-Pita, and T. W. N. Haine, Synchronization of modulated traveling baroclinic waves in a periodically forced, rotating fluid annulus, *Phys. Rev. E* **79**, 015202(R) (2009).

[11] A. A. Castrejon-Pita and P. L. Read, Synchronization in a pair of thermally coupled rotating baroclinic annuli: Understanding atmospheric teleconnections in the laboratory, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 204501 (2010).

[12] P. L. Read, X. Morice-Atkinson, E. J. Allen, and A. A. Castrejon-Pita, Phase synchronization of baroclinic waves in a differentially heated rotating annulus experiment subject to periodic forcing with a variable duty cycle, *Chaos* **27**, 127001 (2017).

[13] T. Arai, K. Ota, T. Funato, K. Tsuchiya, T. Aoyagi, and S. Aoi, Interleg coordination is not strictly controlled during walking, *bioRxiv* 2023.01.24.525466.