

三次元並列有限要素法による 大規模磁界解析技術の開発

河瀬 順洋

岐阜大学 工学部 電気電子・情報工学科

目次

1. 解析対象からみた磁界解析の問題点と解決方法
2. 時間的に変化する電圧(電流)を考慮した解析の問題点と解決方法
3. ES2による高速・大規模な磁界解析の実際

電磁界の基礎方程式

$$\text{rot}(\nu \text{rot } A) = J_0 + J_e + \nu_0 \text{rot } M$$

$$J_e = -\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad } \phi \right)$$

$$\text{div } J_e = 0$$

ν : 磁気抵抗率	σ : 導電率
A : 磁気ベクトルポテンシャル	ϕ : 電気スカラーポテンシャル
J_0 : 強制電流密度	ν_0 : 真空中の磁気抵抗率
J_e : 渦電流密度	M : 永久磁石の磁化

電圧の基礎方程式

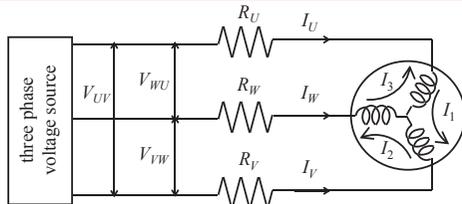
$$\eta = V_0 - \frac{d\psi}{dt} - RI_0 - L \frac{dI_0}{dt} = 0$$

$$\psi = \frac{n_c}{S_c} \int A n_s dv, \quad J_0 = \frac{n_c}{S_c} I_0 n_s$$

V_0 : 端子電圧	L : 解析領域外のインダクタンス
R : 抵抗	n_c : コイル巻数
I_0 : 電流	S_c : コイル断面積
Ψ : 総鎖交磁束数	n_s : コイル断面の単位法線ベクトル

Y接続回路 (*)

$$\begin{aligned}
 E_{UV} &= -V_{UV} + (R_U + R_V)I_1 - R_U I_2 - R_V I_3 + \frac{d\psi_U}{dt} - \frac{d\psi_V}{dt} = 0 & I_U &= I_1 - I_3 \\
 E_{VW} &= -V_{VW} - R_V I_1 + (R_V + R_W)I_2 - R_W I_3 + \frac{d\psi_V}{dt} - \frac{d\psi_W}{dt} = 0 & I_V &= I_2 - I_1 \\
 E_{WU} &= -V_{WU} - R_U I_1 - R_W I_2 + (R_W + R_U)I_3 + \frac{d\psi_W}{dt} - \frac{d\psi_U}{dt} = 0 & I_W &= I_3 - I_2
 \end{aligned}$$



V : 端子電圧
 R : 抵抗
 I : 電流
 ψ : 総鎖交磁束数

Y接続回路

(*) 河瀬順洋・山口忠・鳥沢正孝・水野泰成:「Y接続を考慮した誘導電動機の三次元有限要素解析」, 電気学会回転機研究会資料, RM-00-99 (2000)

電圧源を考慮した並列計算手法

電圧源を考慮する際のマトリクス⁽¹⁾

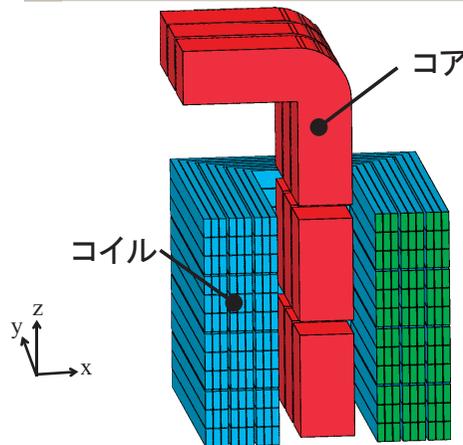
解くべきマトリクス(解析領域全体)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G}{\partial A} \\ \frac{\partial E}{\partial A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial G}{\partial I_0} \\ \frac{\partial E}{\partial I_0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta A\} \\ \{\delta I_0\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{G\} \\ \{V_0\} \end{Bmatrix}$$

A の未知数は多いので $[\frac{\partial G}{\partial A}]$ は大規模なマトリクスになる。
 但し、 I_0 の未知数は一般的に少ない。

解析対象からみた問題点

1. 静止器モデルの例(リアクトル)⁽²⁾

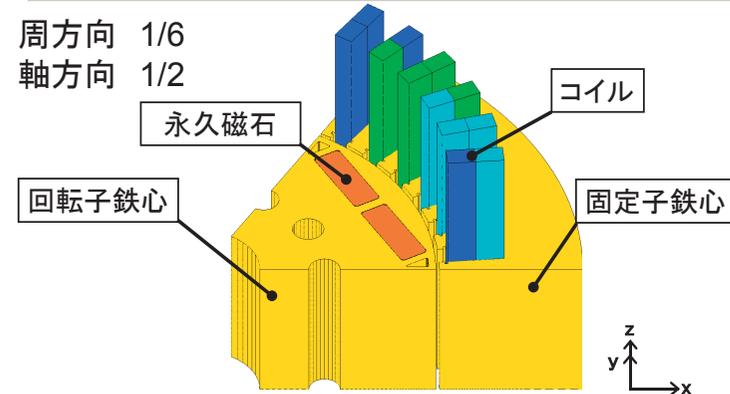


コイル3×3(=9分割)

※静止器と言われるように、形状(相対位置)が時間的に変わらない。
 ⇒メッシュは時間的に変化しない。

解析対象からみた問題点

2. 回転機モデルの例(永久磁石モータ)



回轉子鉄心と固定子鉄心が時間的に相対位置が変化する。 ⇒ メッシュも時間的に変える必要がある。

時間的に変わる電圧(電流)による問題点

PWMインバータを利用すると解析ステップの増大



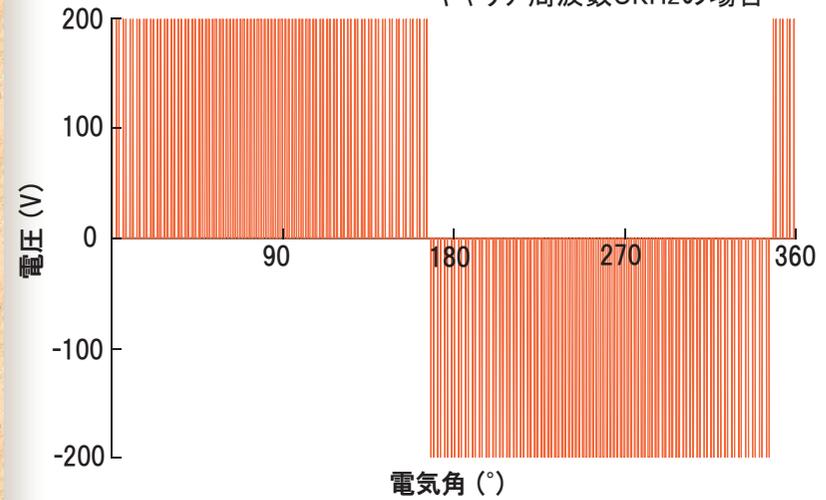
キャリア周波数の影響大



PWMの高周波成分による影響が無視できなくなっているため、コイルに流れる渦電流を詳細に調べる必要がある。

U-V印加線間電圧波形(0°~360°)の例

キャリア周波数5kHzの場合



電圧源を考慮する際のマトリクス⁽¹⁾

解くべきマトリクス (i 番目の小領域) ※静止器・回転機共通

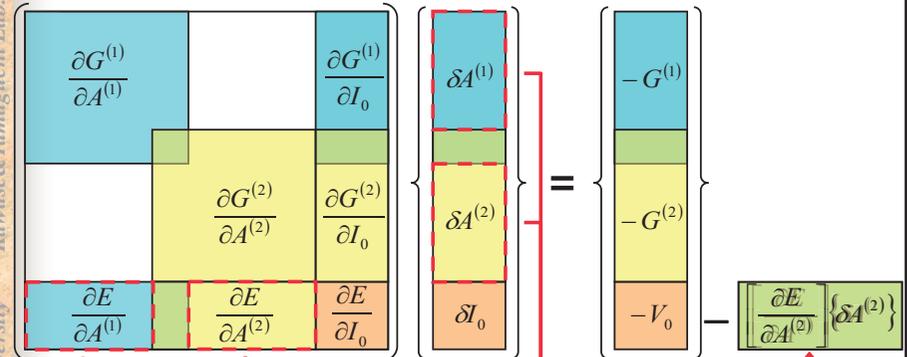
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G^{(i)}}{\partial A^{(i)}} & \frac{\partial G^{(i)}}{\partial I_0} \\ \frac{\partial E}{\partial A^{(i)}} & \frac{\partial E}{\partial I_0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta A^{(i)}\} \\ \{\delta I_0\} \end{Bmatrix} = - \left\{ V_0 + \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n \{F^{(j)}\} \right\}$$

すべての小領域が同じ値を保持する

他の小領域からの影響を考慮

$$\{F^{(j)}\} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial A^{(j)}} \\ 0 \end{bmatrix} \{\delta A^{(j)}\} & (\text{if } j\text{-th subdomain contains coil}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

各小領域でのマトリクスの計算

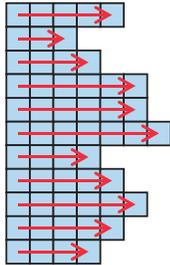


- 1番目の小領域が保持
- 2番目の小領域が保持
- すべての小領域が保持

マトリクスの格納方式

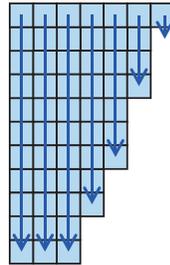
CRS方式 (スカラープロセッサ向け)

- 各行の非零成分を一次配列に格納。
- メモリの節約が可能。
- ループ長が短い。



DJDS方式 (ベクトルプロセッサ向け)

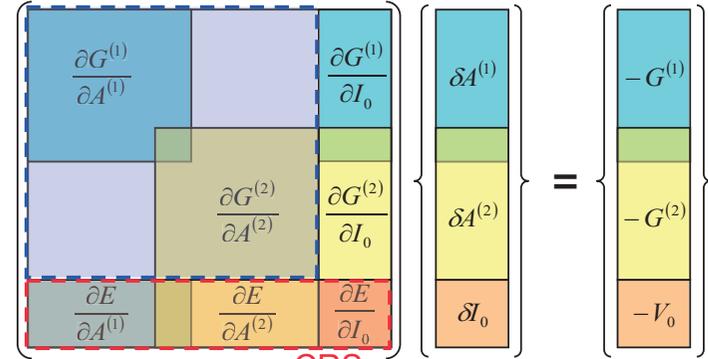
- 非零成分が多い順に行を並び替え、縦方向に格納。
- ループ長が長い。



マトリクスの格納方式

ベクトルプロセッサ: DJDS

スカラープロセッサ: CRS

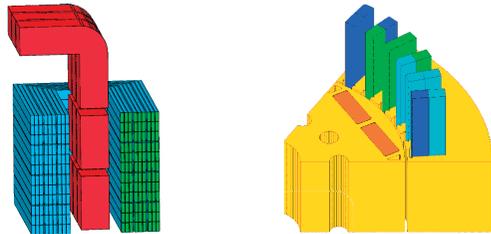


1番目の小領域が保持

2番目の小領域が保持

全小領域が保持

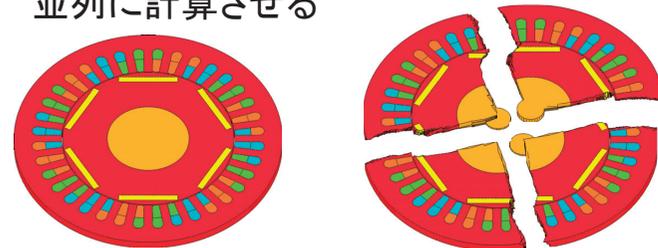
並列計算による解析モデル



- ・静止器モデルは右辺の電圧等を時間的に変えて解析を行う必要がある。
 - ・回転機の場合は相対位置が変わるので、メッシュを回転機に合わせて変える必要がある。
- ⇒全領域にわたるマトリクスを変更して解析する必要がある。

領域分割法に基づく並列計算手法

- ・解析領域をいくつかの小領域に分割
- ・各プロセッサに小領域を割り当て並列に計算させる



- ・線形ソルバ内で反復毎に通信し、必要なデータを取得

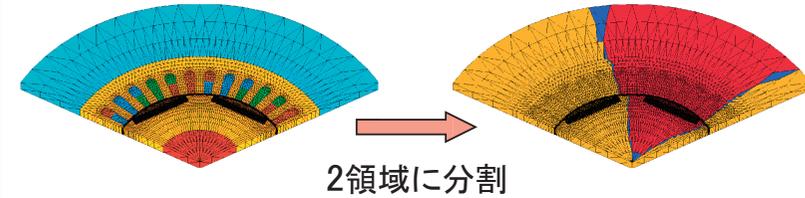
領域分割法に基づく並列計算手法

- ・ 領域分割:
METIS (マルチレベルグラフ理論に基づく領域分割ソフトウェア)
- ・ 線形ソルバ:
対角スケーリング前処理つきCG法
- ・ CPU, ノード間の通信:
MPI (Message Passing Interface)

回転機特有の問題点である周期境界条件

※静止器では考えなくてよい

対応する周期境界上の辺を
同一の辺とみなして領域分割



周期境界の通信が**不要**

メッシュ修正と領域分割

- ・ 回転子の回転に伴い、メッシュを修正する必要がある。
- ・ 並列計算の場合、以下の2通りの方法が考えられる。

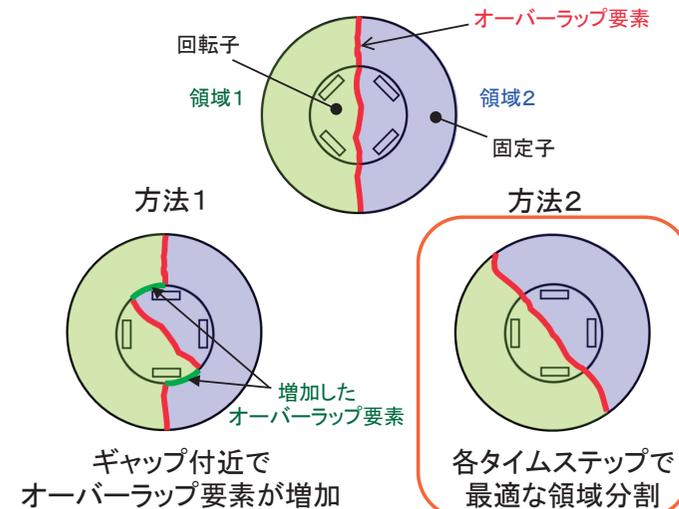
方法1

- ・ 初期メッシュのみ領域分割する。
- ・ 領域分割後のメッシュに回転を伴う修正を行う

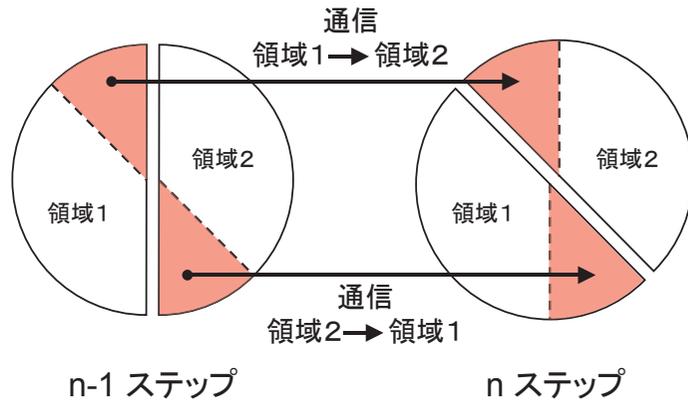
方法2

- ・ 領域分割前のメッシュに回転を伴う修正を行う
- ・ 修正後のメッシュを領域分割する。

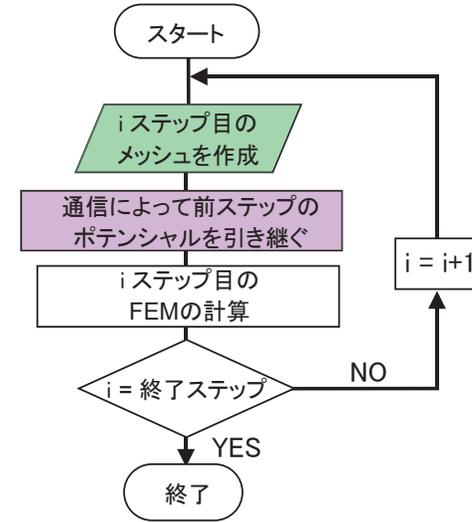
メッシュ修正と領域分割



方法2による前ステップのポテンシャルの引継ぎ

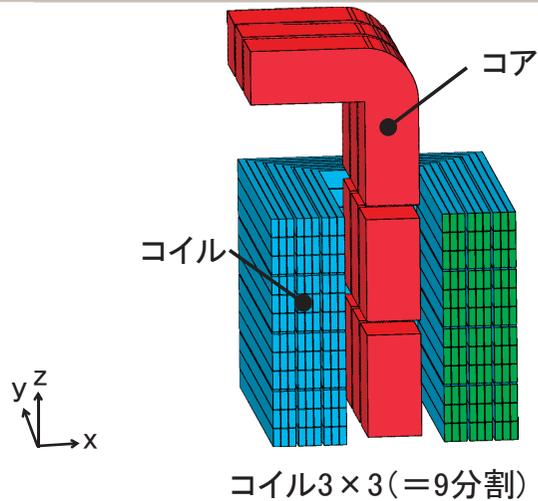


フローチャート

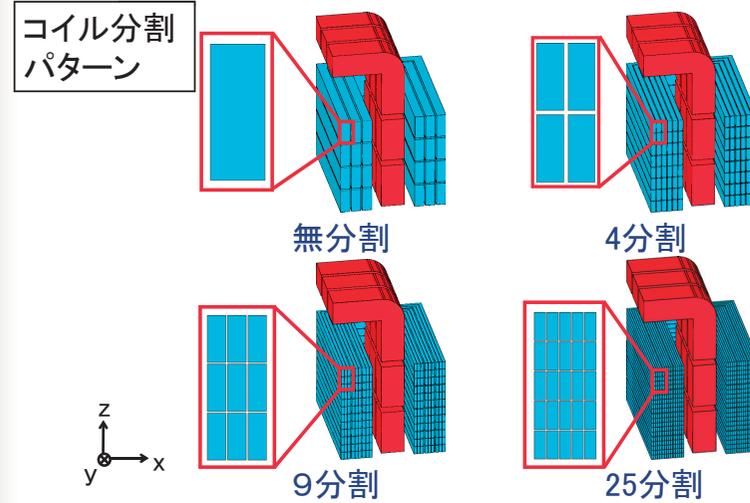


実際の解析例

静止器モデルの解析(リアクトル)⁽²⁾



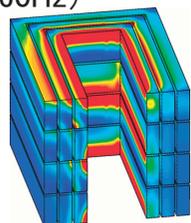
静止器モデルの解析(リアクトル)



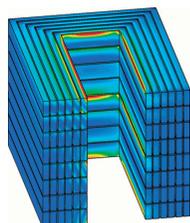
静止器モデルの解析(リアクトル)

銅損解析結果(60Hz)

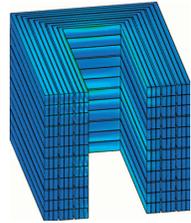
W_{cu} (W/kg)



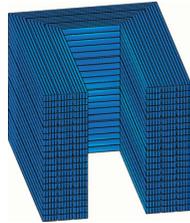
無分割



4分割



9分割



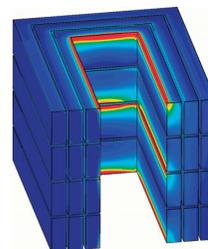
25分割



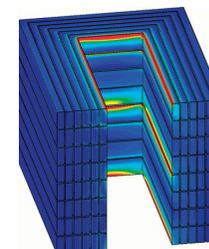
静止器モデルの解析(リアクトル)

銅損解析結果(4,200Hz)

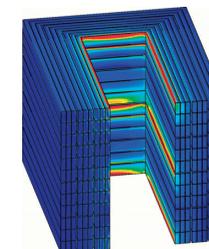
W_{cu} (W/kg)



無分割



4分割



9分割



静止器モデルの解析(リアクトル)

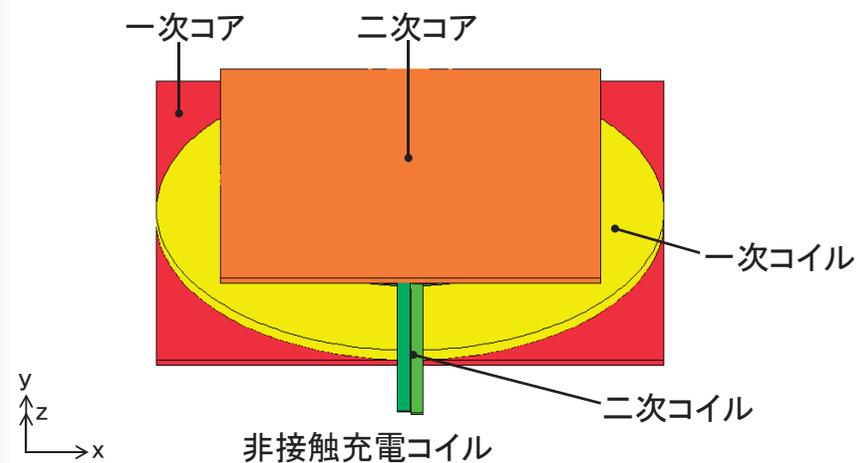
パフォーマンス

銅線分割数	2 × 2	
周波数(Hz)	60	4,200
要素数(万)	4,068	
収束判定値	1.0E-13	
解析方法	A-φ法	
計算時間(min.)	22.79	51.64
ベクトル演算率(%)	98.989	99.285
MFLOPS	4,734.3	4,553.9

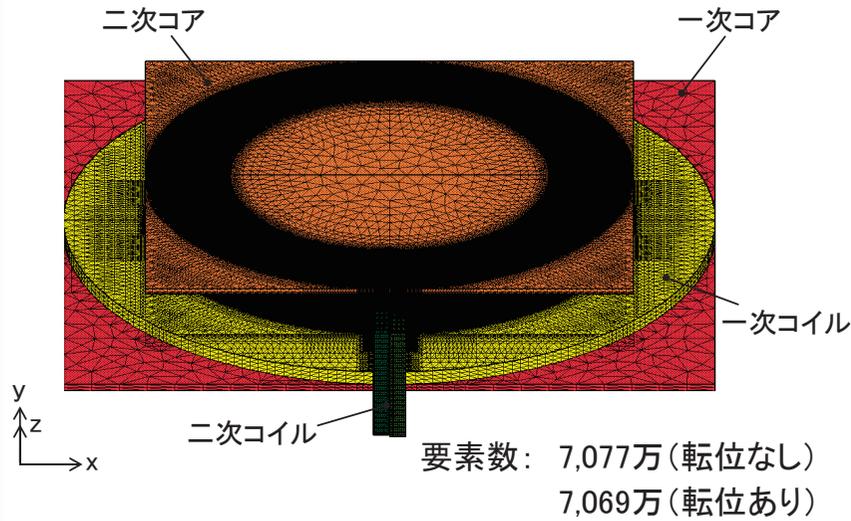
16ノード(128CPU)使用

実際の解析例

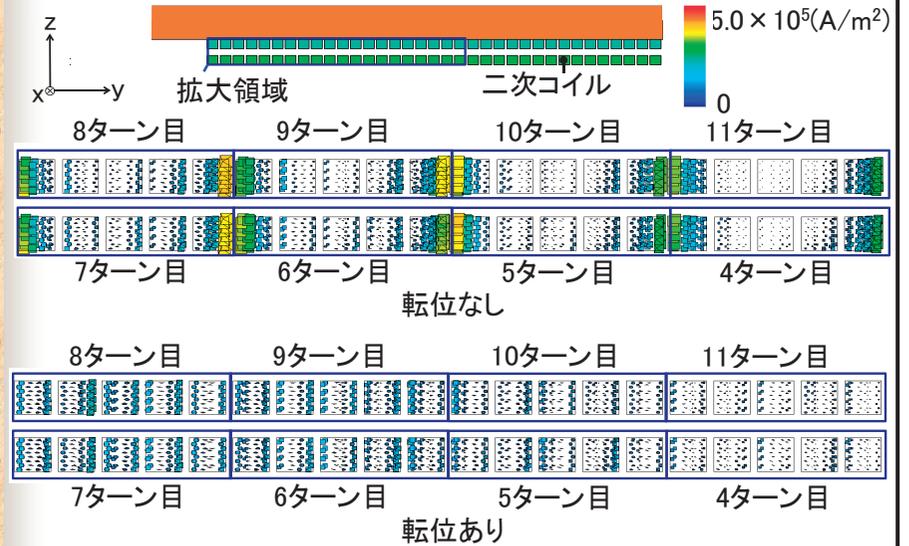
静止器モデルの解析(非接触充電コイル)⁽³⁾



三次元分割図(全体図)



渦電流密度ベクトル分布(y-z断面(x=0mm))



解析諸元

解析モデル	転位なし	転位あり
要素数	70,771,650	70,697,850
節点数	12,035,388	12,022,842
未知数	81,847,116	81,761,755
ステップ数	1	
CG反復回数	762,967	719,820
計算時間 (hours)	5.94	5.65
ベクトル演算率 (%)	99.738	99.671
MFLOPS	8,004	7,362

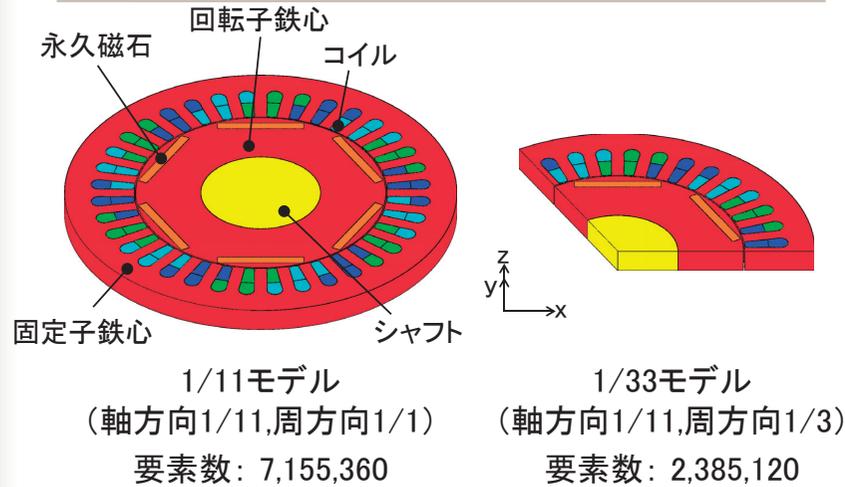
地球シミュレータ13ノード(104CPU)使用

静止器モデル解析のまとめ

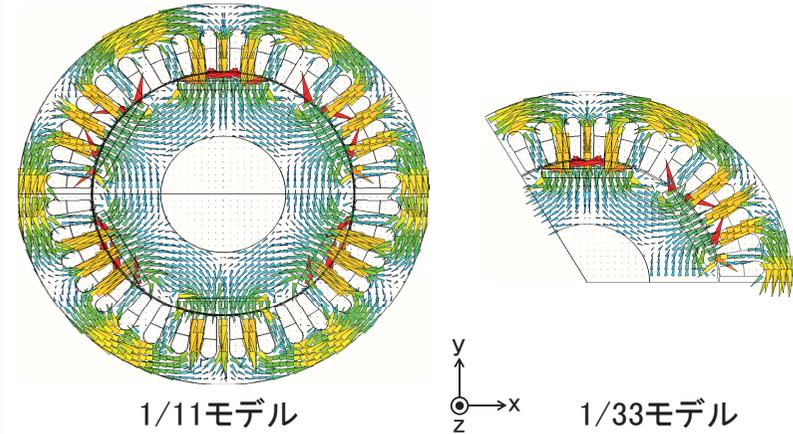
- ◆ これまで困難であったリアクトルのコイル分割の定量的評価が可能となった。
- ◆ 非接触充電の高効率化のために、高精度なシミュレーションを行うことが可能になった。
 - ・ 大規模数値解析が可能である。
 - ・ 実験では見えない磁束、渦電流の可視化

実際の解析例

回転機の解析モデル(その1)⁽⁴⁾



磁束密度ベクトル分布



計算時間(1ステップあたり)

地球シミュレータ 8ノード(64CPU)使用

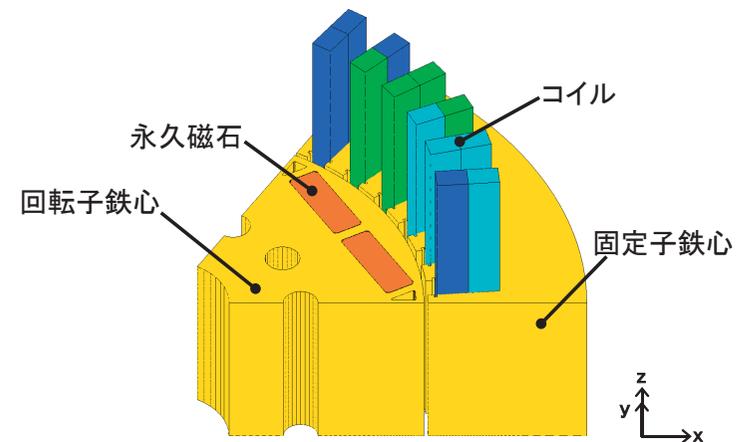
	計算時間(s)	CG法の 反復回数
1/11モデル	678.4	238,345
1/33モデル	256.5	163,338

➡ **2.6倍高速**

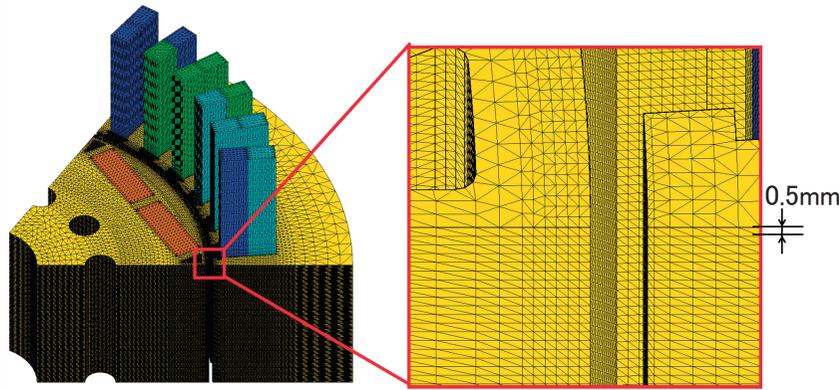
PC(intel Core i7 3.2GHz搭載)1台だと
11,433秒(約3.2時間)。
地球シミュレータの**45倍**の時間を要する。

実際の解析例

回転機の解析モデル(その2)⁽⁵⁾

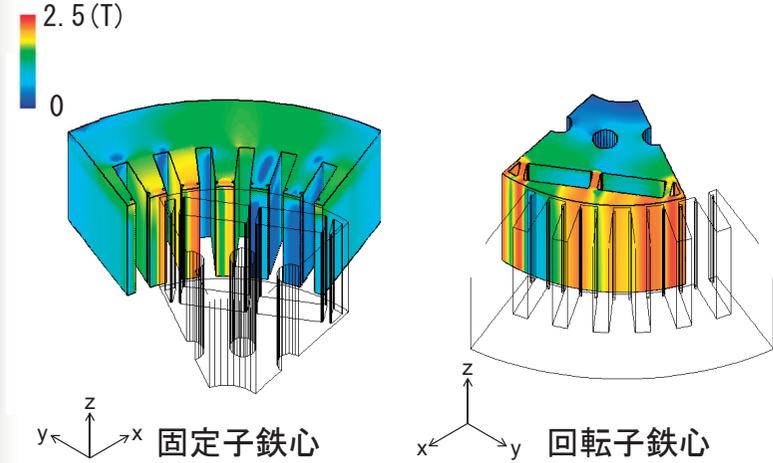


回転機の解析モデル(その2)

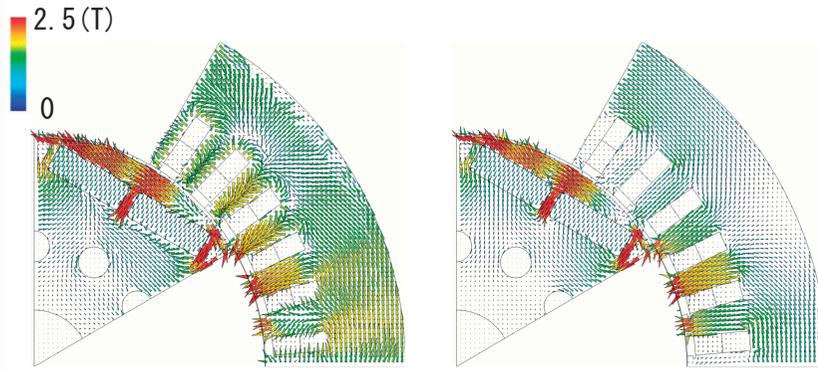


メッシュは軸方向に0.5mm(積層鋼板1枚の厚み)ごとに分割

磁束密度分布(電気角0~360°)



磁束密度ベクトル分布

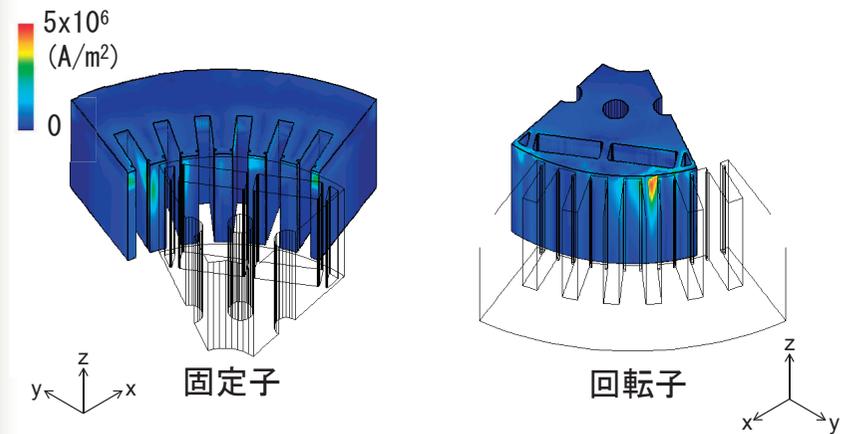


鉄心上面

鉄心中央

鉄心上部で磁束密度が高くなっており、鉄心上面からは磁束が漏れている。

渦電流密度分布(電気角0~360°)



損失が鉄心上部に偏って発生している様子が確認できる。

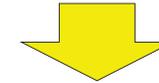
解析諸元

要素数	13,713,984
節点数	2,319,515
未知数	15,974,262
解析方法	A法
ステップ数	120
計算時間(hours)	14.6
ベクトル演算率(%)	96.639
MFLOPS	1,211.6

8ノード(64CPU)使用

回転機モデル解析のまとめ

- ◆ 積層構造を考慮した回転機鉄心の詳細な渦電流が可能になった。
- ◆ 鉄心上面から漏れる磁束によって鉄心端部に渦電流および損失が偏って発生することが明らかになった。



今後、これらの解析結果がより高効率な回転機の開発に貢献することが期待される。

参考資料

- (1) Parallel Computing of Magnetic Field for Rotating Machines on the Earth Simulator (Tomohito Nakano, Yoshihiro Kawase, Tadashi Yamaguchi, Masanori Nakamura, Noriaki Nishikawa and Hitoshi Uehara)
IEEE Transactions on Magnetics, Vol.46, No.8, pp.3273-3276 (2010)
- (2) 澤田正志, 進藤裕司, 田宮智彰, 河瀬順洋, 山口忠, 片桐弘雄, 石樽宏紀, 中野智仁: “並列計算システムを用いたリアクトルの銅損にコイル分割が及ぼす影響の解析”, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-12-007/RM-12-007(2012)
- (3) 河瀬順洋, 山口忠, 平田勝弘, 太田智浩, 鈴木智士, 中野智仁, 片桐弘雄, 太田信治, 小林駿: “非接触充電コイルの三次元渦電流損失解析”
電学全大 (2013) No5-209, pp.341-342
- (4) 中野智仁, 河瀬順洋, 山口忠, 中村雅憲, 西川憲明, 上原均: “地球シミュレータを用いた回転機の磁界解析のための並列計算”, 日本AEM学会誌, Vol.20, No.1, pp.150-155 (2012)
- (5) 3-D Finite Element Analysis of Eddy Current in Laminated Cores of Interior Permanent-Magnet Motor (Tomohito Nakano, Yoshihiro Kawase, Tadashi Yamaguchi, Masanori Nakamura, Noriaki Nishikawa)
IEEE Transactions on Magnetics, Vol.49, No.5, pp.1945-1948 (2013)