

高速回転する薄い球殻内の熱対流により引き起こされる表層縞状構造への力学的境界条件の影響

課題責任者

竹広 真一 京都大学 数理解析研究所

著者

竹広 真一 京都大学 数理解析研究所

佐々木洋平 京都大学 大学院理学研究科数学教室

石岡 圭一 京都大学 大学院理学研究科地球惑星科学専攻

木星・土星表面に観測される縞状構造の成因を探るために、薄い回転球殻ブシネスク熱対流の全球数値シミュレーションを行った。プラントル数、レイリー数、エクマン数および球殻の内外半径比はそれぞれ 0.1, 0.05, 3×10^6 , 0.85 である。先行研究において仮定していた経度方向の対称性は適用しない。

時間積分を行なったところ、木星・土星に見られるような強い赤道ジェットと弱い中高緯度の縞状構造が出現した。しかしながら、両端自由すべりの境界条件の下では、さらに時間積分を進めると中高緯度が全体に西風加速され縞状構造が消滅していき、最終的に南北中高緯度に幅広の帯状流がそれぞれ 1 本づつとなった。

一方、上端自由すべり下端粘着境界条件の下では、中高緯度の縞状構造は、両端が自由すべり条件の場合と異なり、消滅することなく 12000 無次元時間（約 19000 回転）まで維持されつづけている。縞状構造が消失しないのは下端粘着条件のために大規模場に効率的に作用するエクマン摩擦の影響であると考えられる。中高緯度で帯状流生成に寄与していると思われる回転軸方向に伸びた 2 次元的渦のエネルギー逆カスケードによる空間スケールの増大がエクマン摩擦のために惑星規模にまで進行しないためであるかもしれない。

キーワード：木星, 土星, 縞状構造, 赤道順行流, ロスビー波

1. はじめに

木星と土星の表層の流れは、赤道周辺の幅の広い順行ジェットと中高緯度で交互に現われる互いに逆向きの幅の狭いジェットが特徴的である。この表層のジェットが深部領域の対流によって生成されているのか、表層の流体運動の結果なのかは未だに明らかになっていない。流体層の厚さが惑星半径に比して十分小さい「浅い」モデル、すなわち、鉛直方向の静水圧近似の仮定の下で深部からの熱流と太陽加熱によって大気の流れが駆動されるモデルでは、中高緯度の交互に表われる幅の狭いジェットは再現されるものの、赤道域のジェットは必ずしも順行方向とはならない。一方で、流体層の厚さが惑星半径に匹敵する「深いモデル」、すなわち高速回転する球殻中の熱対流モデルでは、赤道域の順行するジェットは容易に生成されるものの、中高緯度の交互に表われるジェットの生成が困難である。

このような問題に対して Heimpel and Aurnou (2007) [1] は、これまでに考えられていた深いモデルよりも薄い球殻領域内の深部対流運動を考え、レイリー数が十分大きく内球接円筒での対流が活発な場合に、赤道域の順行流と中高緯度の交互に現われる狭いジェットが共存する状態を数値的に再現した。しかしながら、彼らの研究では経度方向に 8 回対称性を仮定しており、全球の 1/8 の領域の運動しか解いていない。このような領域の制限は流れ場全体の構造に影響を与えている可能性がある。例えば、2 次元乱流的

なエネルギーの逆カスケードが十分に作用し、互い違いの縞状ジェットが生成されないかもしれない。また、生成される帯状流が不安定となって縞状ジェットが壊されてしまうかもしれない。

このような動機をもって、われわれはこれまでに薄い球殻対流の数値計算を全球で長時間行うことで、赤道域および中高緯度領域の帯状流が形成されるか否かを調べてきた。その結果、Heimpel and Aurnou (2007) の解は最終的な統計的平衡状態ではなく過渡的な状態であり、長時間積分後には縞状構造が消滅し南北中高緯度に幅広の帯状流がそれぞれ 1 本ずつ出現する状態を得た (図 1)。

しかしながら、逆カスケードが十分に働いたこの解は、用いた内外境界球面における力学的境界条件がともに自由すべり条件であることに依存している可能性がある。そこで、本研究では下端境界条件を自由すべり条件から粘着条件へ変更して境界条件の影響を吟味してみた。下端で粘着条件を用いることは、実際の木星型惑星大気への応用としても現実的である。中性大気から電離大気への遷移層では速度場 MHD 抵抗が働き減速されると考えられているからである。

2. モデルと結果

モデルは回転する球殻中のブシネスク流体の方程式系で構成されている [2]。方程式系に現われる無次元数であるプラントル数 $Pr = \nu/\kappa$ を 0.1、エクマン数 $Ek = \nu/(\Omega D^2)$ を

3×10^6 、球殻の内径外径比 $\chi=r_i/r_o$ を 0.85、修正レイリー数 $Ra=ag\Delta T/(\Omega^2 D)$ を 0.05 とした。熱境界条件は、温度固定である。力学的境界条件は上端で自由すべり、下端で粘着条件である。初期には回転系での静止状態にランダムな温度擾乱を加えた。80000 無次元時間（約 12000 回転）まで時間積分したところ、強い赤道ジェットと弱い中高緯度の縞状構造が出現した(図2)。この中高緯度の縞状構造は、両端が自由すべり条件の場合と異なり、消滅することなく 12000 無次元時間（約 19000 回転）まで維持されつづけている。縞状構造が消失しないのは下端粘着条件のために大規模場に効率的に作用するエクマン摩擦の影響であると

考えられる。中高緯度で帯状流生成に寄与していると思われる回転軸方向に伸びた 2 次元的渦のエネルギー逆カスケードによる空間スケールの増大がエクマン摩擦のために惑星規模にまで進行しないためであるかもしれない。中高緯度の縞状構造が長時間維持されつづけていることは、木星・土星の帯状流が惑星深部の対流運動により直接的に生成されている可能性があることを示唆するかもしれない。今後は、中高緯度の縞状構造の出現と消滅さらにはジェットの幅と強度がどのようにパラメーターに依存しているのかを調べていく必要がある。

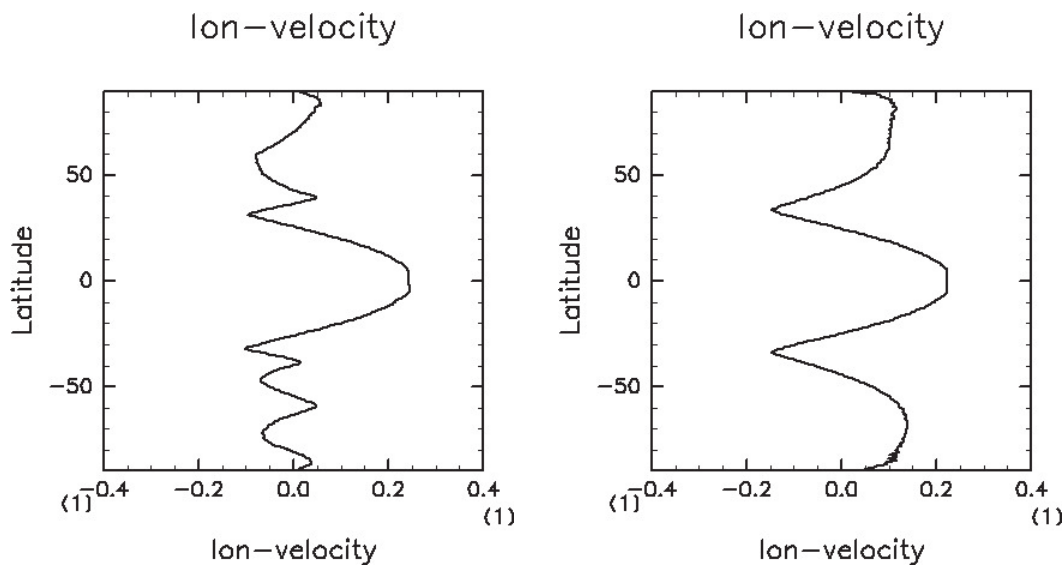


図1 上下端が自由すべり境界条件の場合の平均帯状流の $t=47630$ (左) および $t=80430$ (右) でのスナップショット。 $Ra=0.05, Pr=0.1, Ek=3 \times 10^6, \chi=0.85$ 。

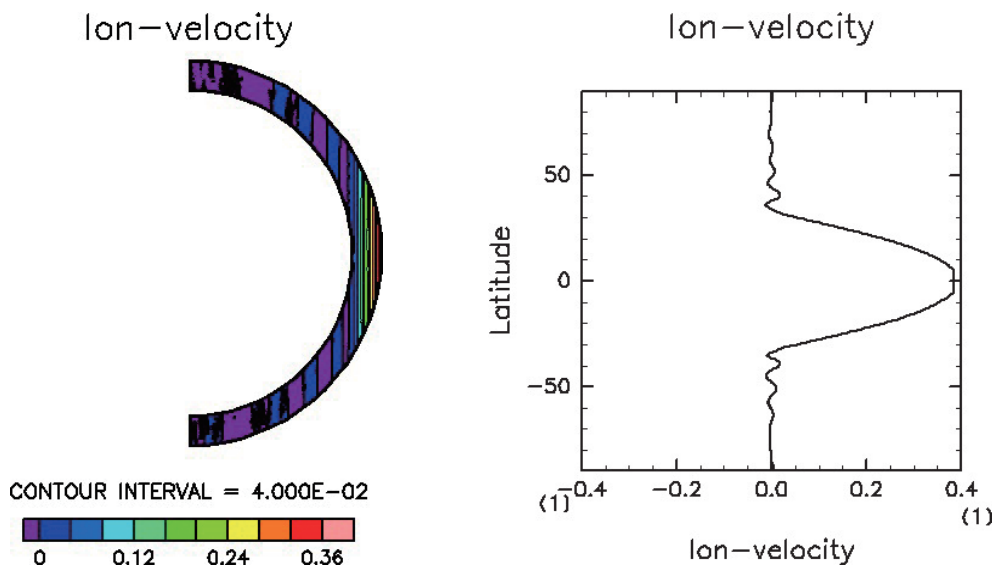


図2 上端が自由すべり、下端が粘着境界条件の場合の表面帯状流 (左) と平均帯状流 (右) の $t=80000$ でのスナップショット。 $Ra=0.05, Pr=0.1, Ek=3 \times 10^6, \chi=0.85$ 。

謝辞

本研究の数値計算には海洋研究開発機構の地球シミュレータを用いた。

文献

- [1] M. Heimpel and J. Aurnou, “Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn”, *Icarus*, 187, 540-557, April 2007.
- [2] U. Christensen, J. Aubert, P. Cardin, E. Dormy, S. Gibbons, G. Glatzmaier, E. Grote, Y. Honkura, C. Jones, M. Kono, M. Matsushima, A. Sakuraba, F. Takahashi, A. Tilgner, J. Wicht, and K. Zhang, “A numerical dynamo benchmark”. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 128, 25-34, December 2001.

Effects of Dynamical Boundary Condition on Banded Structure Produced by Convection in a Rotating Spherical Shell

Project Representative

Shin-ichi Takehiro Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University

Authors

Shin-ichi Takehiro Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University

Youhei Sasaki Department of Mathematics, Graduate School of Science, Kyoto University

Keiichi Ishioka Department of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Kyoto University

In order to investigate the origin of the banded structures observed at the surface of Jupiter and Saturn, we perform numerical simulations of Boussinesq thermal convection in a whole thin spherical shell. The Prandtl number, Rayleigh number, the Ekman number and radius ratio are 0.1, 0.05, 3×10^{-6} and 0.85, respectively. We do not assume any longitudinal symmetry adopted in the previous study.

As the time integration proceeds, there appear a strong equatorial prograde surface zonal jet and weak alternating banded zonal jets in mid- and high-latitudes simultaneously, which are similar to the zonal jet structures observed in Jupiter and Saturn. However, in the case of free-slip condition at the inner and outer boundaries, mid- and high- latitudinal regions are entirely accelerated eastward, zonal banded structures disappear, and one broad eastward zonal jet appears in mid- and high- latitudes of each hemisphere after extending time integration further.

In contrast, in the case of free-slip condition at the outer boundary and no-slip condition at the inner boundary, this banded structure in mid- and high-latitudes is maintained until about 19000 rotation periods. The reason why the banded structure does not disappear is considered to be influence of the Ekman friction which dissipates large scale flow efficiently. Spatial scale increase of 2-dimensional vortices uniform in the direction of the planetary rotation axis, which are supposed to contribute to generation of alternating zonal jets, might not proceed to planetary scale due to the Ekman friction.

Keywords: Jupiter, Saturn, banded structure, equatorial prograde jet, Rossby waves

1. Introduction

Surface flows of Jupiter and Saturn are characterized by the broad prograde zonal jets around the equator and the narrow alternating zonal jets in mid- and high-latitudes. “Shallow” models can produce narrow alternating jets in mid- and high-latitudes, while the equatorial jets are not necessarily prograde. On the other hand, “deep” models, can produce equatorial prograde flows easily, while it seems to be difficult to generate alternating jets in mid- and high-latitudes.

Heimpel and Aurnou (2007)[1] proposed thermal convection in rapidly rotating thin spherical shell models and show that the equatorial prograde zonal jets and alternating zonal jets in mid- and high-latitudes can be produced simultaneously when the Rayleigh number is sufficiently large and convection becomes active even inside the tangent cylinder. However, they assume eight-fold symmetry in the longitudinal direction and calculate fluid motion only in the one-eighth sector of the whole spherical shell. Such artificial limitation of the computational domain may influence on the structure of the global flow field. For example, zonal flows may not develop efficiently due to the sufficient

upward cascade of two-dimensional turbulence, or stability of mean zonal flows may change with the domain size in the longitudinal direction.

On these accounts, we performed long time numerical experiment of thermal convection in the whole thin spherical shell domain, where the experimental setup is same as that of Heimpel and Aurnou (2007). The result shows that the banded structure disappears and one broad eastward zonal jet appears in mid- and high- latitudes of each hemisphere, suggesting that the solution of Heimpel and Aurnou (2007) is not a statistically steady state but a transient state.

However, this solution where the inverse cascade efficiently operates presumably depend on the stress free dynamical boundary condition on the inner and outer spheres.

Therefore, in this study, we change the stress free condition to the no-slip condition at the inner sphere to examine effects of dynamical boundary condition on the emergence of surface banded structure. The no-slip condition at the lower boundary may be more realistic for the application of the gas giant planets, since MHD drag is thought to operate in the transition between

the neutral and electrically conducting layers.

2. Model

We consider Boussinesq fluid in a spherical shell rotating with a constant angular velocity Ω . The non-dimensionalized governing equations consist of equations of continuity, motion, and temperature [2]. The non-dimensional parameters appearing in the governing equations are the Prandtl number, $Pr = \nu/\kappa$, the Ekman number, $Ek = \nu/(\Omega D^2)$, and the modified Rayleigh number, $Ra = \alpha g_0 \Delta T/(\Omega^2 D)$, where ν , D , κ , α , r_o , g_0 , and ΔT are the kinematic viscosity, the shell thickness, the thermal diffusivity, the outer radius of the shell, the thermal expansion coefficient, the acceleration of gravity at the outer boundary, and the temperature contrast between the boundaries, respectively. The spherical shell geometry is defined by the

radius ratio, $\chi = r_i/r_o$, where r_i is the inner radius of the shell. The thermal boundary condition is fixed temperature. Free-slip condition is adopted at the top boundary, while no-slip condition is applied at the bottom boundary. The initial condition of the velocity field is state of rest and that of the temperature field is conductive state with random temperature perturbations.

3. Results

After time integration for about 12000 rotation period, a strong equatorial prograde surface zonal jet and weak alternating banded zonal jets emerge. In contrast to the case of free-slip condition at both boundaries, this banded structure in mid- and high-latitudes is maintained until about 19000 rotation periods. The reason why the banded structure does not disappear is considered to be influence of the Ekman friction which

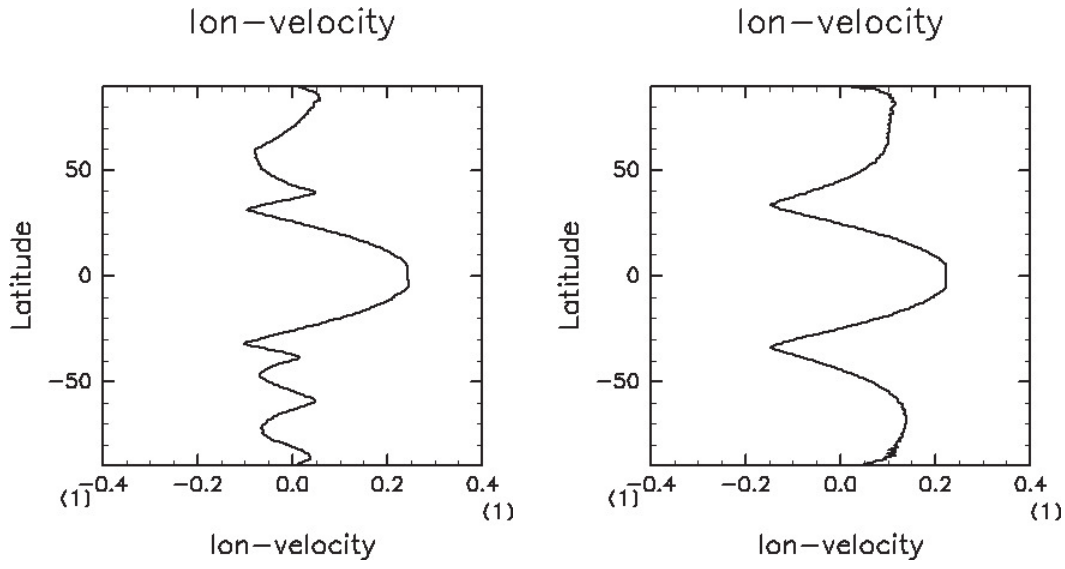


Fig. 1 Snapshot of surface mean zonal flows in the case of free-slip condition at the top and bottom boundaries. Left and right panels shows the profiles at $t=47630$ and $t=80430$, respectively. $Ra=0.05$, $Pr=0.1$, $Ek=3 \times 10^{-6}$, $\chi=0.85$.

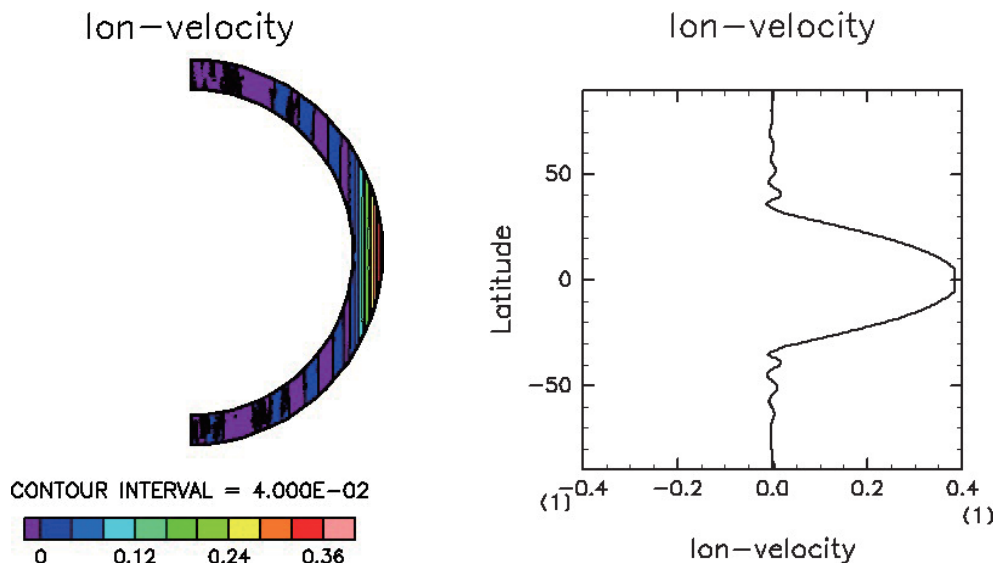


Fig. 2 Snapshot of zonal flows (left panel) and mean zonal flows (right panel) at the surface in the case of free-slip condition at the top and no-slip condition at the bottom boundaries at $t=80000$. $Ra=0.05$, $Pr=0.1$, $Ek=3 \times 10^{-6}$, $\chi=0.85$.

dissipates large scale flow efficiently. Spatial scale increase of 2-dimensional vortices uniform in the direction of the planetary rotation axis, which are supposed to contribute to generation of alternating zonal jets, might not proceed to planetary scale due to the Ekman friction. The result that the alternating zonal jets are maintained for long time suggests that there is possibility that surface zonal flows of Jupiter and Saturn might be generated by deep convection in the interior of the planets. Further study should be performed in order to examine dynamical conditions for emergence and disappearance of banded structure, and dependences of the width and strength of alternating jets on the governing parameters.

Acknowledgement

Numerical computations were carried out on the Earth Simulator at the Japan Agency for Marine Earth Science and Technology.

References

- [1] M. Heimpel and J. Aurnou, "Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn", *Icarus*, 187, 540-557, April 2007.
- [2] U. Christensen, J. Aubert, P. Cardin, E. Dormy, S. Gibbons, G. Glatzmaier, E. Grote, Y. Honkura, C. Jones, M. Kono, M. Matsushima, A. Sakuraba, F. Takahashi, A. Tilgner, J. Wicht, and K. Zhang, "A numerical dynamo benchmark". *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 128, 25-34, December 2001.