

# 高速回転する薄い球殻内の熱対流により引き起こされる表層縞状構造への計算領域の影響

課題責任者

竹広 真一 京都大学 数理解析研究所

著者

竹広 真一 京都大学 数理解析研究所

佐々木 洋平 京都大学 大学院理学研究科数学教室

石岡 圭一 京都大学 大学院理学研究科地球惑星科学専攻

木星・土星表面に観測される縞状構造の成因を探るために、薄い回転球殻ブシネスク熱対流の全球数値シミュレーションを行った。プラントル数、レイリー数、エクマン数および球殻の内外半径比はそれぞれ 0.1, 0.05,  $3 \times 10^6$ , 0.85 である。先行研究において仮定していた経度方向の対称性は適用しない。

先行研究に比較して長期間の時間積分を行なったところ、計算領域によらず、木星・土星に見られるような強い赤道ジェットと弱い中高緯度の縞状構造が出現した。しかしながら、運動エネルギーの時間変化は統計的平衡状態まで達していないことを示唆しており、さらなる時間積分を遂行して帯状平均流分布の漸近状態を観察していく必要がある。

キーワード：木星, 土星, 縞状構造, 赤道順行流

## 1. はじめに

木星と土星の表層の流れは、赤道周辺の幅の広い順行ジェットと中高緯度で交互に現われる互いに逆向きの幅の狭いジェットが特徴的である。この表層のジェットが深部領域の対流によって生成されているのか、表層の流体運動の結果なのかは未だに明らかになっていない。流体層の厚さが惑星半径に比して十分小さい「浅い」モデル、すなわち、鉛直方向の静水圧近似の仮定の下で深部からの熱流と太陽加熱によって大気の運動が駆動されるモデルでは、中高緯度の交互に表われる幅の狭いジェットは再現されるものの、赤道域のジェットは必ずしも順行方向とはならない。一方で、流体層の厚さが惑星半径に匹敵する「深いモデル」、すなわち高速回転する球殻中の熱対流モデルでは、赤道域の順行するジェットは容易に生成されるものの、中高緯度の交互に表われるジェットの生成が困難である。

このような問題に対して Heimpel and Aurnou (2007) [1] は、これまでに考えられていた深いモデルよりも薄い球殻領域内の深部対流運動を考え、レイリー数が十分大きく内球接円筒での対流が活発な場合に、赤道域の順行流と中高緯度の交互に現われる狭いジェットが共存する状態を数値的に再現した。しかしながら、彼らの研究では経度方向に 8 回対称性を仮定しており、全球の 1/8 の領域の運動しか解いていない。このような領域の制限は流れ場全体の構造に影響を与えている可能性がある。例えば、2 次元乱流的なエネルギーの逆カスケードが十分に作用し、互い違いの縞状ジェットが生成されないかもしれない。

また、生成される帯状流が不安定となって縞状ジェットが壊されてしまうかもしれない。

そこでわれわれは、1/8 セクター領域と全球領域での数値計算により得られる赤道域および中高緯度領域の帯状流分布に差異が現れるかを吟味すべく、薄い球殻対流の長時間積分を行った。

## 2. モデルと結果

モデルは回転する球殻中のブシネスク流体の方程式系で構成されている [2]。方程式系に現われる無次元数であるプラントル数  $Pr = \nu/k$  を 0.1、エクマン数  $Ek = \nu/(\Omega D^2)$  を  $3 \times 10^6$ 、球殻の内径外径比  $\chi = r_i/r_o$  を 0.85、修正レイリー数  $Ra = ag_o \Delta T / (\Omega^2 D)$  を 0.05 とした。熱境界条件は、温度固定である。力学的境界条件は上下端で自由すべりである。初期には回転系での静止状態にランダムな温度擾乱を加えた。

1/8 セクター領域で 200000 無次元時間 (約 32000 回転)、全球領域で 70000 無次元時間 (約 11000 回転) まで時間積分を行った (Heimpel and Aurnou 2007 では約 1600 回転)。空間平均運動エネルギーのポロイダル成分が同程度であるのに対して、トロイダル成分は全球領域の計算の方が数 10% 程度大きくなっており (図 1)、帯状流の強度に若干の差があることを示している。一方、球殻表面での帯状流分布には計算領域の差異による流れの明瞭な違いは見出されておらず、どちらも強い赤道ジェットと弱い中高緯度の縞状構造が出現している (図 2, 3)。しかしながら、平均運動エネルギーはいまだ徐々に増加しており、統計的平衡状態まで達していないことを示唆している (図 1)。さらなる時間積分を遂行し、帯状平均流分布の漸近状態を観察していく必要がある。

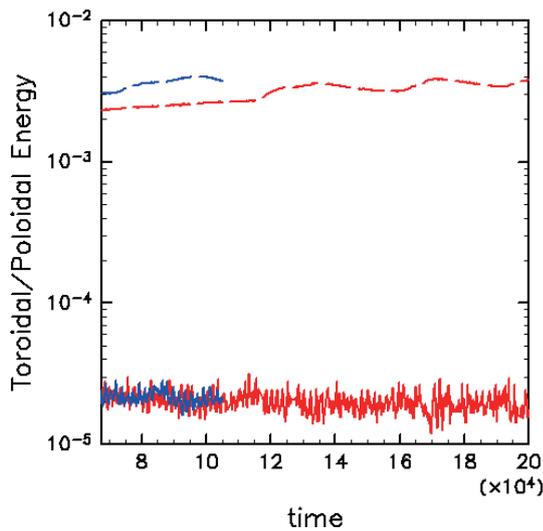


図1 空間平均運動エネルギーの時間変化。実線がポロイダル成分、破線がトロイダル成分。赤色が1/8セクター領域計算、青色が全球領域計算。 $Ra=0.05, Pr=0.1, Ek=3 \times 10^6, \chi=0.85$ 。

謝辞

本研究の数値計算には海洋研究開発機構の地球シミュレータ (ES) を用いた。

文献

- [1] M. Heimpel and J. Aurnou, "Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn", *Icarus*, 187, 540--557, April 2007.
- [2] U. Christensen, J. Aubert, P. Cardin, E. Dormy, S. Gibbons, G. Glatzmaier, E. Grote, Y. Honkura, C. Jones, M. Kono, M. Matsushima, A. Sakuraba, F. Takahashi, A. Tilgner, J. Wicht, K. Zhang, "A numerical dynamo benchmark". *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 128, 25--34, December 2001

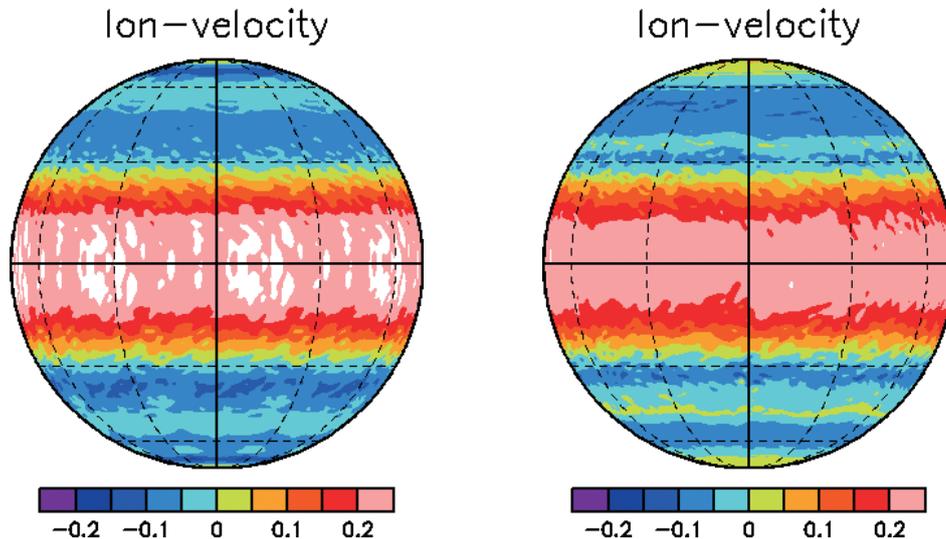


図2 赤道面から見た球殻表面での東西速度成分。1/8セクター領域計算(約32000回転)(左)および全球領域計算(約11000回転)(右)でのスナップショット。1/8セクター計算結果は経度45度の計算領域並べて描画している。 $Ra=0.05, Pr=0.1, Ek=3 \times 10^6, \chi=0.85$ 。

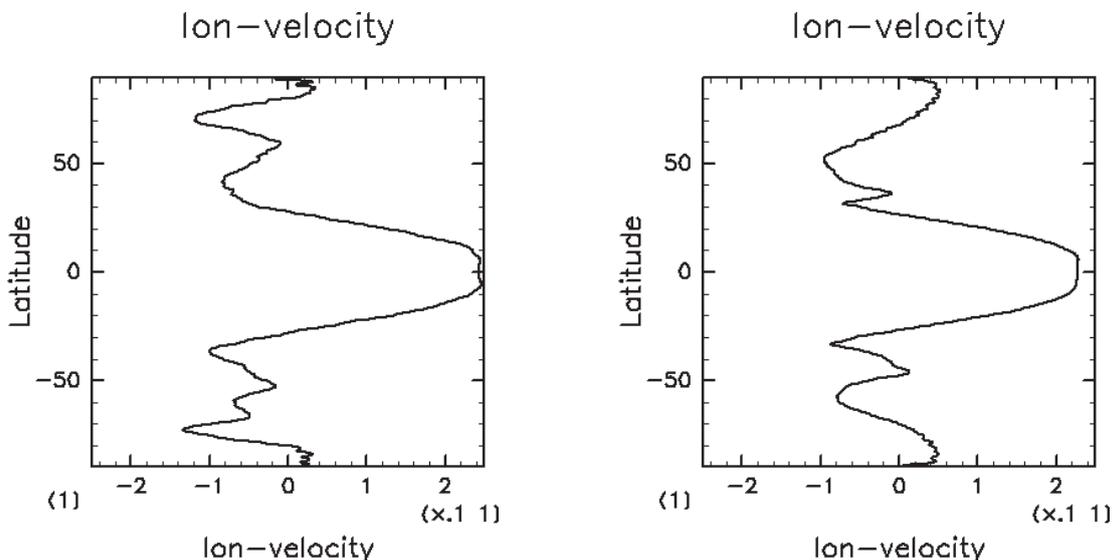


図3 表面帯状東西流の緯度分布。1/8セクター領域計算(約32000回転)(左)および全球領域計算(約11000回転)(右)でのスナップショット。1無次元速度は木星換算で約2000 m/s。 $Ra=0.05, Pr=0.1, Ek=3 \times 10^6, \chi=0.85$ 。

# Effects of Computational Domains on Banded Structure Produced by Convection in a Rotating Spherical Shell

Project Representative

**Shin-ichi Takehiro**      Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University

Authors

**Shin-ichi Takehiro**      Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University

**Youhei Sasaki**            Department of Mathematics, Graduate School of Science, Kyoto University

**Keiichi Ishioka**            Department of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Kyoto University

In order to investigate the origin of the banded structures observed at the surface of Jupiter and Saturn, we perform numerical simulations of Boussinesq thermal convection in a whole thin spherical shell. The Prandtl number, Rayleigh number, the Ekman number and radius ratio are 0.1, 0.05,  $3 \times 10^{-6}$  and 0.85, respectively. We do not assume any longitudinal symmetry adopted in the previous study.

Performing longer time integrations than a previous study, there appear a strong equatorial prograde surface zonal jet and weak alternating banded zonal jets in mid- and high-latitudes simultaneously both in the 1/8 sector domain and in the whole shell, which are similar to the zonal jet structures observed in Jupiter and Saturn. However, time variation of mean kinetic energy suggests that the systems do not approach statistically steady states. Further time integrations are necessary for obtaining asymptotic states of mean zonal distributions.

**Keywords:** Jupiter, Saturn, banded structure, equatorial prograde jet

## 1. Introduction

Surface flows of Jupiter and Saturn are characterized by the broad prograde zonal jets around the equator and the narrow alternating zonal jets in mid- and high-latitudes. “Shallow” models can produce narrow alternating jets in mid- and high-latitudes, while the equatorial jets are not necessarily prograde. On the other hand, “deep” models, can produce equatorial prograde flows easily, while it seems to be difficult to generate alternating jets in mid- and high-latitudes.

Heimpel and Aurnou (2007[1]) proposed thermal convection in rapidly rotating thin spherical shell models and show that the equatorial prograde zonal jets and alternating zonal jets in mid- and high-latitudes can be produced simultaneously when the Rayleigh number is sufficiently large and convection becomes active even inside the tangent cylinder. However, they assume eight-fold symmetry in the longitudinal direction and calculate fluid motion only in the one-eighth sector of the whole spherical shell. Such artificial limitation of the computational domain may influence the structure of the global flow field. For example, zonal flows may not develop efficiently due to the sufficient upward cascade of two-dimensional turbulence, or stability of mean zonal flows may change with the domain size in the longitudinal direction.

In order to clarify these points, we perform long time numerical experiment of thermal convection both in the one-eighth sector of the whole spherical shell and in the whole thin spherical shell domain, where the experimental setup is the same

as that of Heimpel and Aurnou (2007), and examine whether differences in mean zonal velocity distributions appear or not.

## 2. Model

We consider Boussinesq fluid in a spherical shell rotating with a constant angular velocity  $\Omega$ . The non-dimensionalized governing equations consist of equations of continuity, motion, and temperature [2]. The non-dimensional parameters appearing in the governing equations are the Prandtl number,  $Pr = \nu/\kappa$ , the Ekman number,  $Ek = \nu/(\Omega D^2)$ , and the modified Rayleigh number,  $Ra = \alpha g_o \Delta T/(\Omega^2 D)$ , where  $\nu$ ,  $D$ ,  $\kappa$ ,  $\alpha$ ,  $r_o$ ,  $g_o$ , and  $\Delta T$  are the kinematic viscosity, the shell thickness, the thermal diffusivity, the outer radius of the shell, the thermal expansion coefficient, the acceleration of gravity at the outer boundary, and the temperature difference between the boundaries, respectively. The spherical shell geometry is defined by the radius ratio,  $\chi = r_i/r_o$ , where  $r_i$  is the inner radius of the shell. The thermal boundary condition is fixed temperature. Free-slip condition is adopted at the top and bottom boundaries. The initial condition of the velocity field is state of rest and that of the temperature field is the steady state solution of the heat conduction equation with random temperature perturbations.

## 3. Results

Time integration were done until 200000 non-dimensional time (about 32000 rotation) for calculation in 1/8 sector domain, and 70000 non-dimensional time (about 11000 rotation) for

that in the whole spherical shell. These integration periods are significantly longer than that done by Heimpel and Aurnou (2007). Poloidal components of spatially averaged kinetic energy are of the same magnitude between 1/8 sector and the whole domain calculations. In contrast, toroidal component for the whole domain calculation is slightly larger than that for 1/8 sector domain calculation (Fig. 1), which means that the difference between amplitudes of mean zonal velocity in two cases is small. On the other hand, there seems to be no clear difference in surface mean zonal velocity distributions; the broad equatorial prograde flow and alternating jets in high latitudes emerge in both cases (Figs 2 and 3). However, mean kinetic energies still increase, which suggests that statistically steady states are not achieved yet (Fig. 1). Longer time integrations are needed to obtain asymptotic states of mean zonal flow distributions.

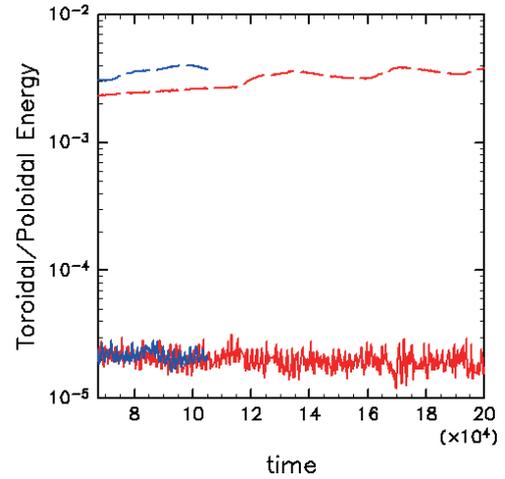


Fig. 1 Time variation of spatially averaged kinetic energy. Solid and broken lines indicate poloidal and toroidal components, respectively. Red and blue lines denote the cases with 1/8 sector domain and the whole spherical shell, respectively.  $Ra=0.05$ ,  $Pr=0.1$ ,  $Ek=3 \times 10^6$ ,  $\chi=0.85$ .

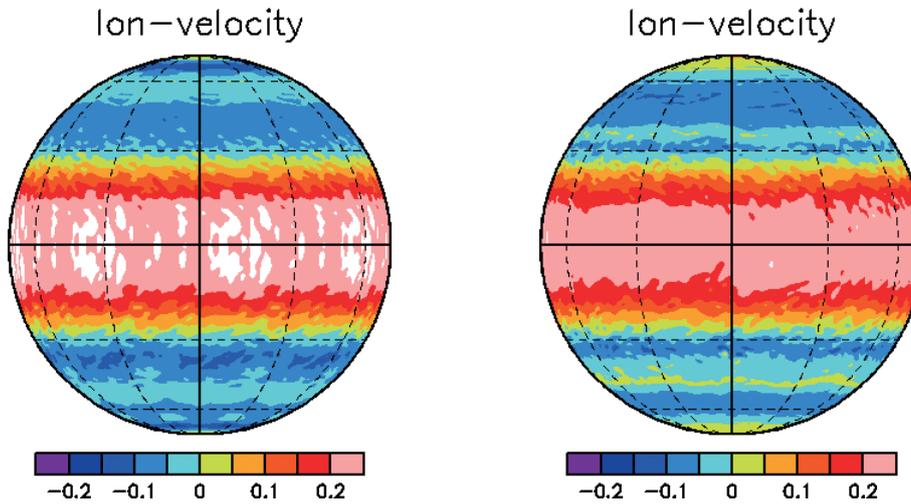


Fig. 2 Snapshots of longitudinal velocity at the surface of the spherical shell, viewed from an infinitely distant point above the equator. The left and right panels show the cases with 1/8 sector domain ( $t=206600$ ) and the whole spherical shell ( $t=70580$ ), respectively. The result of calculation in 1/8 sector domain is shown by plotting eight times repeatedly in longitude.  $Ra=0.05$ ,  $Pr=0.1$ ,  $Ek=3 \times 10^6$ ,  $\chi=0.85$ .

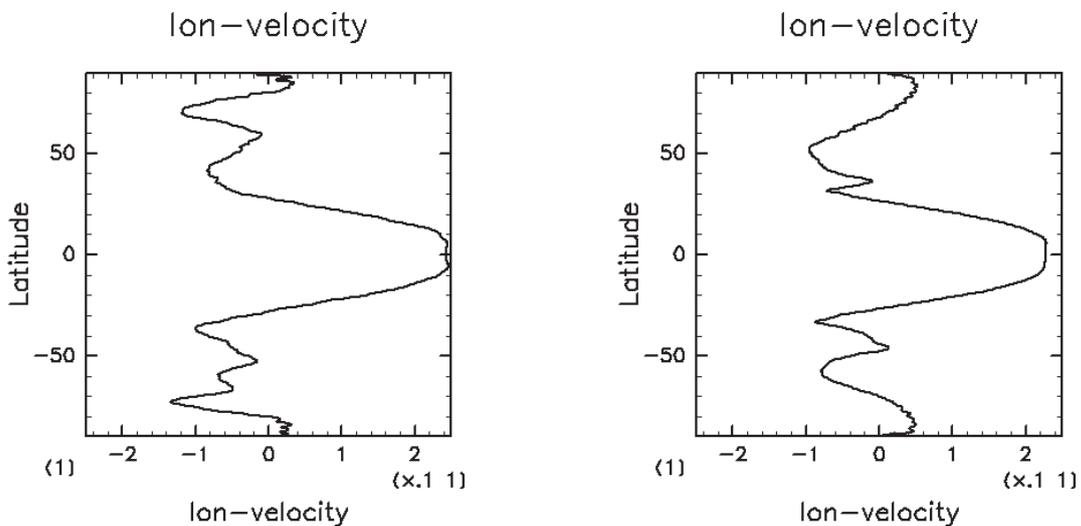


Fig. 3 Snapshot of mean zonal flows at the surface of the spherical shell. The left and right panels show the cases with 1/8 sector domain ( $t=206600$ ) and the whole spherical shell ( $t=70580$ ), respectively. 1 non-dimensional velocity corresponds to 2000 m/s for Jupiter's atmosphere.  $Ra=0.05$ ,  $Pr=0.1$ ,  $Ek=3 \times 10^6$ ,  $\chi=0.85$ .

## Acknowledgement

Numerical computations were carried out on the Earth Simulator (ES) at the Japan Agency for Marine Earth Science and Technology.

## References

- [1] M. Heimpel and J. Aurnou, “Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn”, *Icarus*, 187, 540-557, April 2007.
- [2] U. Christensen, J. Aubert, P. Cardin, E. Dormy, S. Gibbons, G. Glatzmaier, E. Grote, Y. Honkura, C. Jones, M. Kono, M. Matsushima, A. Sakuraba, F. Takahashi, A. Tilgner, J. Wicht, K. Zhang, “A numerical dynamo benchmark”. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 128, 25-34, December 2001.

