

海洋地球科学における同期現象の数理

課題責任者

河村 洋史 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究開発センター

著者

大島 逸平*¹ *², 荒井 貴光*², 河村 洋史*²

*¹ 東北大学 流体科学研究所 統合流動科学国際研究教育センター

*² 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究開発センター

キーワード：非線形動力学，同期現象，位相縮約，最適化，カルマン渦列，回転水槽，反応拡散系

1. はじめに

本課題では、「数値解析リポジトリ」のアプリケーション「同期現象解析」を研究開発している。具体的には、海洋地球分野に潜む同期現象を発見・解明するために、位相方程式を基盤とした同期現象の解析システムを構築中である。加えて、位相縮約法と呼ばれる数理科学的手法を拡張・応用することにより、海洋・地球・生命に関する様々な同期現象を解析している。

例えば、本課題の2年度目である令和4年度は、拘束条件を持つ偏微分方程式の位相縮約法[1]と埋め込み境界射影法[2]を融合させて、カルマン渦列に対する位相縮約法を定式化した[3]。本手法は地球流体・生物流体・流体工学と幅広い応用可能性を持つ。加えて、集団振動を示す結合素子ネットワークに対するベイズ推定に基づくデータ駆動型同期解析手法を論文化した[4]。

本稿では、令和5年度の研究成果として、次の項目について報告する：カルマン渦列の強制同期の最適化(節2.1)(文献[5]参照)(サブ課題1)、周期外力を加えた回転水槽における進行振動対流の強制同期の直接数値計算と位相縮約解析(節2.2)(文献[6]参照)(サブ課題2)、反応拡散系の同期現象に対するデータ駆動型解析(節2.3)(文献[7]参照)(サブ課題3)。

2. 研究成果

令和5年度の地球シミュレータ所内課題として取り組んでいる次の3サブ課題「1. カルマン渦列の同期現象に対する位相縮約によるアプローチ」「2. 全球大気アナログとしての結合回転水槽の直接数値計算と位相縮約解析」「3. 未発見相互作用探索：位相方程式を基にした同期現象の解析システムの構築」それぞれについて成果報告または進捗報告する。

2.1 カルマン渦列の強制同期の最適化

近年、カルマン渦列の同期現象と流体制御が注目されている[8, 9]。本課題においては、カルマン渦列の同期現象に対する位相縮約法ならびに最適化手法を開発している。図1にその概略を示す。令和4年度は、拘束条件を持つ偏微分方程式の位相縮約法[1]と埋め込み境界射影法

[2]を融合させて、カルマン渦列に対する位相縮約法を定式化した[3]。本手法は幅広い応用可能性を持つ。令和5年度は、カルマン渦列の位相縮約法[3]と強制同期の最適化手法[10, 11, 12]を融合させて、カルマン渦列の強制同期に対する最適化手法を開発した[5]。そして、円柱および翼型まわりの流れ場を解析して、その有効性を確認した。円柱まわりの解析結果の一例を図2に示す。いずれの目的関数[10, 11, 12]においても、最適な周期外力はSeparation Point付近に加えるのがよい。今後、これまでの研究成果を応用して、魚の群れの配置や魚の遊泳運動の同期現象の解明を試みる予定である。

本研究はサブ課題1であり、本研究にはES4CPUを利用した。なお、本研究はカリフォルニア大学ロサンゼルス校との共同研究である。

2.2 周期外力を加えた回転水槽における進行振動対流の強制同期の直接数値計算と位相縮約解析

自然界には偏微分方程式のリミット・トーラス解で記述される振動現象とその同期現象が存在する。例えば、大気大循環の模型実験系である回転水槽実験系において、進行振動対流の同期現象が観察されている[13, 14, 15]。そこで、課題責任者はこれまでに、偏微分方程式のリミット・トーラス解に対する位相縮約法を定式化してきた[1]。

本課題においては、研究開始当初からの主要課題である、回転水槽の直接数値計算および位相縮約解析を実施している。令和3年度は、周期外力を受けた回転水槽における進行振動対流の強制同期の実験結果を、直接数値計算により再現した。令和4年度は、インパルス摂動を加えることで、進行振動対流の位相応答を計算した。そして、位相応答から求めた位相感受関数を用いて、強制同期に関する直接数値計算結果と位相縮約解析結果を比較検証した。さらに、進行振動対流の位相感受関数に強制同期の最適化手法[10, 11, 12]を適用して、進行振動対流の強制同期に最適な周期外力を解析した。

令和5年度は、令和4年度からの継続課題として、デューティサイクルを持つ周期外力[15]による進行振動対流の強制同期を解析した。まず、進行振動対流の位相感受関数とデューティサイクルを持つ周期外力から位相結合関

数を計算した。そして、その位相結合関数の最大値と最小値の差を最大化するデューティサイクルを見つけた。さらに、最適なデューティサイクルを持つ周期外力を受けた回転水槽の強制同期の直接数値計算を実施した。以上のこれまでに得られた結果を論文原稿にまとめた。現在、査読中である[6]。今後、結合回転水槽の直接数値計算と位相縮約解析を実施する予定である。

本研究はサブ課題2であり、本研究にはES4CPUを利用した。なお、本研究は東北大学との共同研究である。

2.3 反応拡散系の同期現象のデータ駆動型解析

海洋地球分野に潜む同期現象を発見・解明するために、位相方程式を基盤とした同期現象の解析システムを構築中である。特に、支配方程式が未知の場合にも適用できるように、ベイズ推定に基づくデータ駆動型同期解析手法を開発中である。ここにおいて、位相縮約法は、従来、モデル駆動型解析手法であるが、その位相縮約法にベイズ推定の枠組みを組み合わせることで、データ駆動型解析手法を開発している[4, 7, 16]。

令和5年度は、時空間リズムを示す反応拡散系[17]に対するベイズ推定に基づいたデータ駆動型同期解析手法の開発した。本手法は論文[4]で開発した大自由度力学系に対する統計的位相縮約法を無限次元力学系に一般化したものである。加えて、位相を計算する際の適切なポアンカレ断面に関して理論的な解析と数値的な検証を実施した。現在、論文投稿準備中である[7]。今後、海洋・地球・生命に関する様々な時系列データに適用する予定である。特に、メキシコ湾流と黒潮の同期現象[18]を解析対象とする。

本研究はサブ課題3であり、本研究にはES4GPUを利用した。なお、本研究は京都大学との共同研究である。

3. おわりに

いずれのサブ課題もおおむね順調に進展しており、見込まれる論文数について変更はない。令和5年度は、サブ課題1に関連して論文[5]が出版された。加えて、サブ課題2に関連して原稿[6]が査読中であり、サブ課題3に関連して原稿[7]が投稿準備中である。

謝辞

本研究はJSPS 科研費 JP20K03797 の助成を受けたものである。

文献

[1] Y. Kawamura, Phase reduction of limit-torus solutions to partial differential algebraic equations, *Phys. Rev. Research* **1**, 033130 (2019).
 [2] K. Taira and T. Colonius, The immersed boundary method: A projection approach, *J. Comput. Phys.* **225**, 2118-2137 (2007).
 [3] Y. Kawamura, V. Godavarthi, and K. Taira, Adjoint-based phase reduction analysis of incompressible periodic flows, *Phys. Rev. Fluids* **7**, 104401 (2022).

[4] T. Arai, Y. Kawamura, and T. Aoyagi, Extracting phase coupling functions between collectively oscillating networks from time-series data, *J. Phys. Soc. Jpn.* **91**, 124001 (2022).
 [5] V. Godavarthi, Y. Kawamura, and K. Taira, Optimal waveform for fast synchronization of airfoil wakes, *J. Fluid Mech.* **976**, R1 (2023).
 [6] I. Oshima and Y. Kawamura, Synchronization phenomenon of temperature oscillation in rotating fluid annulus and optimal waveforms of external forcing, under review.
 [7] T. Arai, Y. Kawamura, and T. Aoyagi, Appropriate Poincare sections in the computation of phases of spatiotemporal rhythmic dynamics (tentative), in preparation.
 [8] K. Taira and H. Nakao, Phase-response analysis of synchronization for periodic flows, *J. Fluid Mech.* **846**, R2 (2018).
 [9] A. G. Nair, K. Taira, B. W. Brunton, and S. L. Brunton, Phase-based control of periodic flows, *J. Fluid Mech.* **927**, A30 (2021).
 [10] T. Harada, H.-A. Tanaka, M. J. Hankins, and I. Z. Kiss, Optimal waveform for the entrainment of a weakly forced oscillator, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 088301 (2010).
 [11] A. Zlotnik, Y. Chen, I. Z. Kiss, H.-A. Tanaka, and J.-S. Li, Optimal waveform for fast entrainment of weakly forced nonlinear oscillators, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 024102 (2013).
 [12] A. Pikovsky, Maximizing coherence of oscillations by external locking, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 070602 (2015).
 [13] F. J. R. Eccles, P. L. Read, A. A. Castrejon-Pita, and T. W. N. Haine, Synchronization of modulated traveling baroclinic waves in a periodically forced, rotating fluid annulus, *Phys. Rev. E* **79**, 015202(R) (2009).
 [14] A. A. Castrejon-Pita and P. L. Read, Synchronization in a pair of thermally coupled rotating baroclinic annuli: Understanding atmospheric teleconnections in the laboratory, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 204501 (2010).
 [15] P. L. Read, X. Morice-Atkinson, E. J. Allen, and A. A. Castrejon-Pita, Phase synchronization of baroclinic waves in a differentially heated rotating annulus experiment subject to periodic forcing with a variable duty cycle, *Chaos* **27**, 127001 (2017).
 [16] T. Arai, K. Ota, T. Funato, K. Tsuchiya, T. Aoyagi, and S. Aoi, Interleg coordination is not strictly controlled during walking, *bioRxiv* 2023.01.24.525466.
 [17] H. Nakao, T. Yanagita, and Y. Kawamura, Phase-reduction approach to synchronization of spatiotemporal rhythms in reaction-diffusion systems, *Phys. Rev. X* **4**, 021032 (2014).
 [18] T. Kohyama, Y. Yamagami, H. Miura, S. Kido, H. Tatebe, and M. Watanabe, The Gulf Stream and Kuroshio Current are synchronized, *Science* **374**, 341-346 (2021).

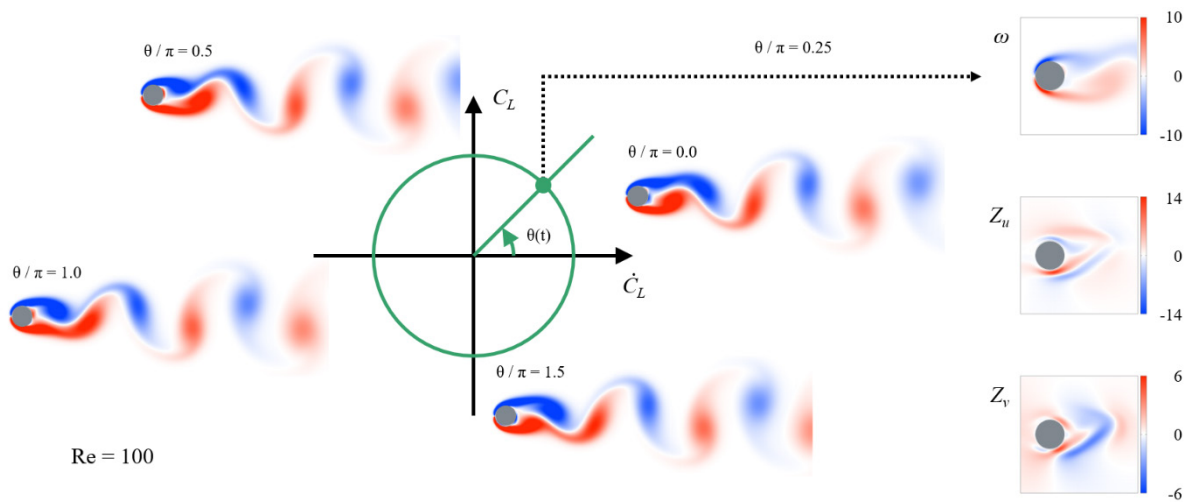


図1 円柱まわりのカルマン渦列に対する位相縮約によるアプローチの概略図[3, 5]. レイノルズ数は $Re=100$. 揚力係数(C_L)とその時間微分($\dot{C}_L$)の平面における位相(θ)の定義, 並びに, ある位相($\theta/\pi=0.25$)における流れ場(u, v)の渦度(ω)と位相感受関数(Z_u, Z_v)のスナップショット. 渦度が赤い(青い)領域は反時計回り(時計回り)の流れが強い. 位相感受関数は各点に加えられた弱い摂動に対する流れの位相応答を定量化する. 赤い(青い)領域に正の摂動が加わると流れの位相が進む(遅れる). 位相感受関数が分かると例えばカルマン渦列の強制同期に最適な周期外力を求めることができる[5]. 今後の展望としては例えば魚の群れの配置の解明への応用が期待される.

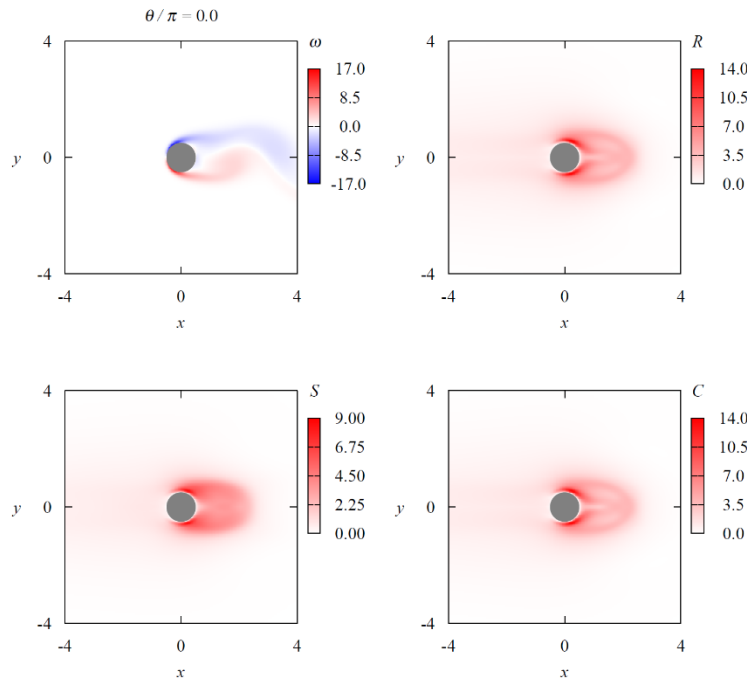


図2 円柱まわりのカルマン渦列の強制同期の最適化[5]. レイノルズ数は $Re=100$. 渦度(ω)のスナップショット, 並びに, 各点に最適な周期外力を加えた場合の Entrainment Range (R), Entrainment Speed (S), Phase Coherence (C). 空間パターン R, S, C は上下に関する反転対称性を持つ. 空間パターン R と 空間パターン C は似ている. いずれの目的関数[10, 11, 12]においても最適な周期外力は Separation Point 付近に加えるのがよい.