

幅広いプラントル数における対流と固体地球惑星科学への応用

課題責任者

宮腰 剛広

海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門

数理科学・先端技術研究開発センター

著者

宮腰 剛広*¹, 柳澤 孝寿*²

*¹ 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究開発センター, *² 海洋研究開発機構 海域地震火山部門 火山・地球内部研究センター

キーワード: 応力履歴依存粘性, マントル対流, 3次元球殻, プレート運動, 狭い空間での対流

1. イントロダクション

地球型岩石惑星の内部は、大きく分けてマントル（岩石）と核（液体・固体金属）という構造から成っている。これら各々が持つ特徴には様々な違いがあるが、特に顕著なものの一つが、プラントル数 Pr （動粘性係数の熱拡散係数に対する比）である。マントルの Pr の典型的な値は $0(10^{24})$ 程度であり、1 よりもはるかに大きい（参考に、常温の水は7程度である）。一方、核においてはそれは1 よりも小さな値を取る。また、マントル内部を移動する水やマグマなどは、これら両者の中間的な値を取る。このように、地球惑星内部のダイナミクスを考える上では、幅広い範囲の Pr を取る流体が現れる。

本課題では、このような幅広い Pr による流体現象を調べることで、マントルや核それぞれにおける地球惑星科学的な問題に挑戦すると共に、そのデータ提供を通じて海洋研究開発機構付加価値情報創生部門の中期計画の一つ「四次元仮想地球」への貢献を目的としている。これらは流体の幅広い特徴をカバーするものであり、固体地球惑星科学分野のみならずより一般の流体現象の基礎データとしても活用されることを念頭に置いている。また室内実験が可能な系については数値シミュレーションデータと共に室内実験データも提供する事で、より利用者にとって有用なデータとなる事を想定している。

本年度は主に、プレート運動を伴うマントル対流モデル（高 Pr ）、及び高から中 Pr での狭く閉じられた空間における対流の挙動、に注力して計算を行ってきた。また高 Pr の問題として、本プロジェクトメンバー（宮腰）は現在発見が著しい系外惑星スーパー・アース（地球よりも大きな岩石惑星）のマントル対流のモデルに、地球シミュレータ（ES）を用いて長年取り組んできており[e.g., 1]、昨年度それらの成果を発展させる成果が本プロジェクトメンバー（亀山）より発表された[2]が、引き続きさらに解析を進めた論文が2023年度内に投稿済（査読中）である。これは[1]では2次元箱型の取り扱いであったモデルを、2次元円環型モデルに拡張し、さらに惑星サイズを様々な変化させた計算を行い、箱型モデルの場合と比較したものである。

次節より、本年度の成果の主なものを記す。

2. 応力履歴依存粘性を導入したマントル対流の3次元球殻モデル

地球には、表面から約2900km深部にかけて、マントルという構造がある。主な成分は岩石であり、地球全体積の8割を占め、地球内部活動の主動力となっている。マントルは（流体的には）高プラントル数であり、地球の場合は対流運動をしているが、それはプレート運動を駆動し、表層環境にも大きな影響を与えている。

マントル対流の特徴と進化の理解は、地球においてその熱史と地球環境の変遷を理解する上で必要不可欠なピースの一つであるが、その理解の為には、マントル対流の表層への現れであるプレート運動を精確に解く事が必要となる。本プロジェクトでは、プレート運動を精確に取り扱えるマントル対流モデルの構築を目標としている。

ところで地球上では、ほぼ同じ応力が掛かっているにもかかわらず、プレートが割れている所とそうでない所が存在している。一旦割れたプレートは、応力が下がっても直ちに固着して元の状態に戻るわけではない。すなわち、プレートの状態は、その瞬間の応力の強さだけではなく、過去に破壊を受けたかどうかという応力履歴に依存している。

このようなプレート運動を扱う上で、これまでよく使われてきたのはシンプルな降伏応力モデルである。降伏応力モデルでは破壊強度という、ある一つの値をある瞬間に超えているかどうかで、プレートが割れたかどうかを判断する。しかしながらプレート下のマントル対流は動的に変化しているため掛かる応力は常に変動しており、破壊強度の周辺ではプレート境界が生じたり閉じたりといった不安定な解になりやすい。またプレートが沈み込んでいる途中で応力が下がれば、瞬時に（沈み込みの途中で）海溝が閉じてしまうといった事も起こりうる。しかしこれらの特徴は、地球上で見られる、数億年以上に亘って非常に安定したプレート運動とは異なっている。

より精確にプレート運動を扱うために、応力履歴依存粘性を導入したモデルが提案されている[3]。これは、過去に破壊を受けていないプレートはある破壊強度で割れるが、その強度以下に応力が低下してもプレートは直ちには固着せず、それよりもずっと低いプレートカップリング強度まで下がった時に初めて固着する、というモデルである。我々はこのモデルを用いて、世界で初となる応力履歴依存粘性を導入した3次元マントル対流モデルを開発してESで計算を行った[4]。計算の結果、プレート境界のみに集中するプレート変形や長期間安定な剛体運動など、地球上のプレート運動の特徴を良く捉えた結果を

得ることができた。またその帰結としてプレート運動に関連する未解決問題の一つである、海嶺からの距離に応じた地熱流量分布に対しても説明の一つを与えることが出来た。観測的にはある距離から地熱流量がほぼ一定になるのだが、熱伝導による冷却のみでプレートが段々厚くなっていくとするとこうはならない。我々の計算結果からは、プレート直下にロール型二次対流が形成され、それにより海嶺から遠方でも熱流量が下がらない（ほぼ一定になる）事が分かった。

上記は箱型モデルの結果であった。箱型モデルでは、プレートが端から端まで沈み込む数億年～十億年程度の振る舞いを見るには良いと思われる。しかしながら海溝の位置がほぼ計算境界で決まってしまう為、地球史（40 億年～）に亘るプレート運動の変遷や沈み込みによる内部構造の変化を見るには不適切である。また対流に影響を与える表層と核-マントル境界の面積差も考慮されていない。種々の観測結果などと詳細な比較を行うには、球殻モデルでの結果が必要不可欠である。

我々は、応力履歴依存粘性を 3 次元球殻マントル対流モデルに拡張した計算を行っている。鍵となるパラメータは(1)応力破壊により無傷の部分に比べてどれだけ粘性率が低下するか。プレート運動が生じるには、この低下比がプレート直下のアセノスフェア比と同程度になる必要がある。(2)粘性の温度依存性の強さ。これがある大きさ以上ないとプレートが発達しない。(1)(2)どちらも大きくなるほど計算が困難になる。また対流がある程度活発でないとプレート運動が生じないので、その目安となる(3)レイリー数も重要である。

特に(1)が難しい（非常に局所的なプレート境界で大きく粘性率が下がる状況での収束解を求めなくてはならない為）。(1)に必要な粘性率比は 3000 程度であるが、いきなりこの極端な値を入れても収束解が求められないので、0 から始めて徐々に目標値に近づけていく必要がある。

昨年度末の時点で(1)の粘性率比は 20 だったのだが、今年度計算を進めた結果、目標値である 3000 に到達することが出来た。(2)についても必要な値、 10^4 程度に到達している。(3)についても概ね必要な値に到達しているが、局面によって計算が難しくなる場合がある。その場合は対応策を導入しつつ計算を進めている。

図 1 及び 2 に、計算結果の一例を示す。図 1 は、応力によって表面物質が変形を受けている部分である。ちょうど地球のプレートのように、変形を受けている部分に破壊が集中し、(地球のプレート境界のように)筋状の構造になっている事が分かる。各プレート内ではほぼ剛体運動様となっている。また、プレートの湧き出し口(海嶺)やプレートの沈み込み口(海溝)といった、プレート運動に伴い形成される構造が見えている。海嶺では破壊領域が細く(筋構造が細く)、海溝ではそれらが太いという、プレート運動で見られる特徴も再現している。破壊-非破壊部分間の粘性率比を目標値となるパラメータに到達させる事が出来た為、上記のような実際のプレート運動に見られる特徴が再現されつつあると考えられる。

図 2 は、惑星内部の高温部分の温度等値面である。筋状に盛り上がっている部分が海嶺に、陥没している部分が海溝に当たり、これらの構造がよく見えている。

このようにパラメータ的には必要な値に到達した事が本年度内の大きな進捗である。しかしながら、まだ(実際の地球の様に)全球的に大規模な破壊と剛体運動が生じている状態ではなく、更なる計算が必要である。

本モデルではプレート上での狭く集中した破壊領域の存在により、通常のマントル対流モデルよりも遥かに大きな計算負荷がかかる。そのため本計算も([4]と同じく)世界で他に類の無い計算であり、ES の充分な活用により可能なテーマである。研究の進展によりプレート運動に対する理解が著しく進むと期待される。

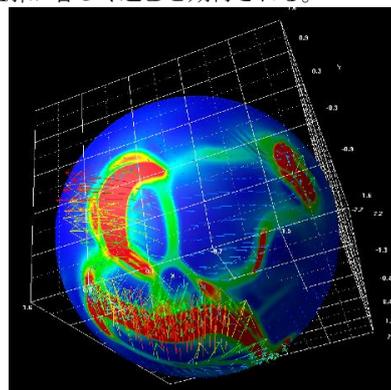


図 1. 地球表面において、応力により変形を受けている部分の図示。青はほぼ無傷であり、緑-赤は変形を受けている部分を表す。矢印は速度場を表す。

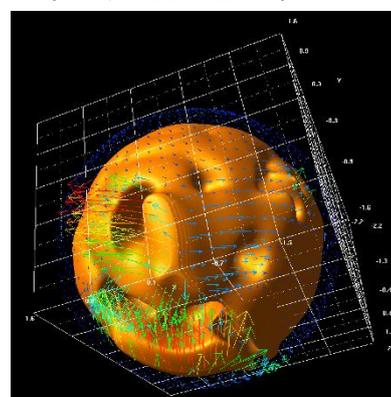


図 2. 地球内部の高温部分を温度等値面で示したもの。矢印は図 1 と同様に(表面での)速度場を表す。

3. 狭く閉じられた空間での熱対流

固体壁に囲まれた空間内での熱対流は、氷床や海水での割れ目の中の水の流れ、地中のクラックと熱水循環系、マグマ溜まりや岩脈での溶融した岩石の流れなど、地球現象に多く見られる。これらを単純化した設定として、上下端では温度がそれぞれ一定、側壁では断熱という条件で、3 次元の矩形形状 xyz において固着壁内での熱対流を考える。このような設定において奥行き方向が極端に短い場合は Hele-Shaw cell と呼ばれる。そして極限ではギャップ幅で定義される cell permeability を介して、多孔質媒体中での Darcy 則による熱対流とよく対応する

ことが知られている。一方で中途半端に狭い幅での対流は 2 次元性と 3 次元性が絡み合った複雑なパターンをとり、その挙動の理解は十分とは言えない。ここではその解明を目的として、対流の挙動を数値シミュレーションと室内実験により系統的に調査した。

高さ L_z を 1 とし、水平 x の方向には十分な長さ L_x をとり、水平 y 方向の長さ L_y をパラメータとする。 $L_z = 1$ に対して $L_y < 1$ という形状において対流の駆動力の指標となるレイリー数 (Ra) を上げていくと、実現するパターンは定常な準 2 次元から、振動する準 2 次元、3 次元性を持った振動、3 次元性を保った定常、そして乱流的な 3 次元、というように複雑に変化していくことが明らかになった。

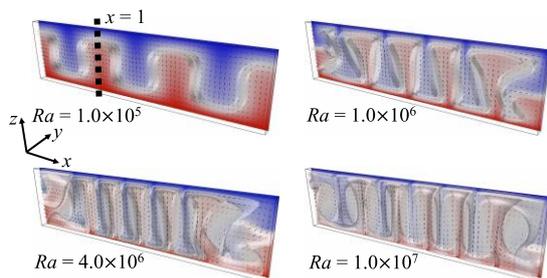


図3 対流パターンの Ra への依存性。赤青は温度。

ここでは $L_x = 4$ で $L_y = 1/8$ の形状について、高 Pr の流体での挙動を紹介する。図 3 は数値シミュレーションによる結果であり、 Ra を段階的に上げていき、対流パターンがどう変化するかをスナップショットで例示したものである。赤青の色は温度を表しており、3 次元性の有無が分かりやすいよう二枚の温度等値面も描いている。 $Ra = 1.0 \times 10^5$ では 2 次元性の強い定常流、 $Ra = 1.0 \times 10^6$ では準 2 次元性ではあるが左右の壁近傍には小循環があり準周期的な振動をする流れ、 $Ra = 4.0 \times 10^6$ では弱いながらも 3 次元性があり左右の壁近傍の準周期的な振動は継続して見られる流れ、である。そして $Ra = 1.0 \times 10^7$ では 3 次元性が顕著な構造をもち、奥行き方向に上昇下降が避けあって定常流となっている様子が見てとれる。

ここでの準 2 次元と 3 次元について説明を加える。図 3 で $Ra = 1.0 \times 10^5$ のパネルに $x = 1$ とし描き込んだ縦の点線の位置において $y-z$ 断面をとり、赤青で示した温度とともに流速のプロファイルを描いたのが図 4 である。両側の壁は固着条件であるので y 方向に流れのない理想的な 2 次元流の場合には、速度のプロファイルは Poiseuille 流のそれ、つまり放物線になることが期待される。実際に図 4 の左の二つではそのようになっており温度は y には依存せず、これを準 2 次元性と呼んでいる。これに対して右の二つでは y 方向の流速成分があるとともに、温度にも 3 次元的な構造が見てとれる。

ここで示したように、狭い空間であっても Ra を大きくすると、対流には時間変化や 3 次元性の発現が見られることが分かった。パターンの遷移を整理する鍵は温度境界層の厚さと奥行き方向のスケールの大小関係であると考えられる。ここに述べた成果は 2023 年度中に投稿の見

込みである。

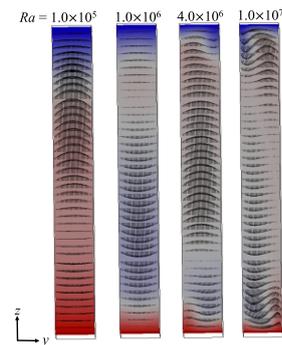


図4 $x = 1$ の断面での流速 (矢印) と温度 (赤青)。

明らかになったこれらの挙動のうち特に魅力的な振動を伴うパターンについて、我々はデータ駆動型の分析法である固有直交分解 (Proper Orthogonal Decomposition, POD) および動的モード分解 (Dynamic Mode Decomposition, DMD) の手法を用いて、対流の時空間的な特徴の抽出を試みた。時空間的な挙動は POD、DMD いずれにおいてもごく少数のモードの重ね合わせでうまく表現できることが分かった。そして大きな振幅を伴って振動する領域は両サイドから 1 程度の幅をもつ壁付近に限定され、中央領域はほぼ定常な縦長の対流ロール構造をとっている。さらに DMD においては準周期的な振動を特徴づける周波数と振動の安定性を評価することが可能となった。これらは狭く閉じられた対流がもつ時空間的な挙動の特徴を定量化する新たな手法としても重要である。

文献

- [1] T. Miyagoshi, M. Kameyama, & M. Ogawa, “Effects of adiabatic compression on thermal convection in super-Earths of various sizes”, *Earth, Planets and Space*, 70, 200 (2018)
- [2] M. Kameyama, “Numerical experiments on thermal convection of highly compressible fluids with variable viscosity and thermal conductivity in two-dimensional cylindrical geometry: Implications for mantle convection of super-Earths”, *Geophysical Journal International*, 231, 1457-1469 (2022)
- [3] M. Ogawa, “Plate-like regime of a numerically modeled thermal convection in a fluid with temperature-, pressure-, and stress-history-dependent viscosity”, *Journal of Geophysical Research*, 108(B2):2067 (2003)
- [4] T. Miyagoshi, M. Kameyama, & M. Ogawa, “Tectonic plates in 3D mantle convection model with stress-history-dependent rheology”, *Earth, Planets and Space*, 72, 70 (2020)