

## フィンガー型二重拡散対流における乱流遷移

課題責任者

花崎 秀史

京都大学大学院 工学研究科

著者

花崎 秀史<sup>\*1</sup>, 沖野 真也<sup>\*1</sup><sup>\*1</sup> 京都大学大学院 工学研究科

キーワード：二重拡散対流, ソルトフィンガー, 乱流遷移, エネルギースペクトル

## 1. 緒言

海洋における鉛直密度成層は主に熱と塩分によって形成され、熱塩成層と呼ばれる。熱と塩分の拡散係数は約 100 倍異なるため、熱拡散のプラントル数が  $Pr = \nu^* / \kappa_T^* = 7$  であるのに対し、塩分拡散のシュミット数は  $Sc = \nu^* / \kappa_S^* = 700$  である ( $\nu^*$ : 流体の動粘性係数、 $\kappa_T^*$ : 熱拡散係数、 $\kappa_S^*$ : 塩分拡散係数)。その結果、熱と塩分の両方の効果によって形成される鉛直密度分布が静的に安定であっても、両者の拡散係数の違いに起因してしばしば不安定性や対流が生じることが古くから知られている。そのような対流は二重拡散対流と呼ばれ[1, 2]、従来、線形安定性解析によって説明されてきた[3]。また近年は、海洋観測で見られる階段状の密度分布[4]の再現の他、二重拡散対流の三次元直接数値計算も行われるようになった[5-7]。

一方、密度成層流体中の「乱流」については、これまで室内実験、数値計算、理論解析により幅広く研究されてきたが、ほとんどの場合、種類のスカラーによって形成される密度成層が対象であった。拡散係数の異なる二種類のスカラーによって形成された密度成層流体中の乱流の数値計算をおこなった例としては、Gargett, Merryfield & Holloway [8]がある。そこでは、熱 ( $Pr = 7$ ) と塩分 ( $Sc = 70$  (実際の 1/10 の値を使用)) がともに安定に成層している場合について、熱と塩分の乱流拡散係数の違いが議論されている。

本研究では、Gargett et al. [8]を拡張し、塩分成層が不安定であり、フィンガー型の攪乱 (ソルトフィンガー) が発達する場合についての直接数値計算をおこなった。ソルトフィンガーは不安定化し、やがて乱流状態へと遷移することが知られている[9]が、本稿ではその過程についてエネルギースペクトルの観点から考察する。

## 2. 直接数値計算

周期境界を有する立方体領域中に満たされた、安定な熱塩成層流体を考える。静止状態における温度場 ( $Pr = 7$ ) と塩分場 ( $Sc = 70$ ) は一定の鉛直勾配をもち、流体の密度  $\rho^*$  と温度  $T^*$ 、塩分  $S^*$  は次の状態方程式によって関連付けられるものとする。

$$\rho^* = \rho_0^*[1 - \alpha^*(T^* - T_0^*) + \beta^*(S^* - S_0^*)] \quad (1)$$

ただし、 $\alpha^*(> 0)$  は熱膨張係数、 $\beta^*(> 0)$  は塩分収縮係数

であり、下付きの 0 は基準状態を表す。このとき、密度成層に対する温度と塩分の寄与は次の浮力比を用いて表される。

$$R_\rho = \left( \alpha^* \frac{dT^*}{dz^*} \right) / \left( \beta^* \frac{dS^*}{dz^*} \right) \quad (2)$$

ここで、バーは静止状態を表すものとする。

本研究では、塩分成層が不安定である場合についての直接数値計算を実施した。初期攪乱として、線形安定性解析によって得られる最大成長モード (FGM) を用いた。

系は、連続の式、ナビエ・ストークス方程式、温度攪乱と塩分攪乱の輸送方程式、状態方程式によって支配される。流れの性質を決定する無次元パラメータは浮力比のみであり、本研究ではその値を  $R_\rho = 1.1$  とした。

フーリエ・スペクトル法による支配方程式の直接数値計算を実施した。非線形項の評価の際に生じるエイリアス誤差は 3/2 則によって除去した。また、時間積分は 4 次精度のルンゲ・クッタ法により実行した。計算には 512<sup>3</sup> 点の格子点を用いた。

## 3. 結果

図 1 にソルトフィンガーから乱流への遷移過程を示す。はじめ ( $t < 35$ )、ソルトフィンガーは空間構造を保ったまま成長し、その振幅は時間とともに指数関数的に増大する。しかしながら、ソルトフィンガーの不安定性によって、 $t = 38$  程度の時刻においてソルトフィンガーは蛇行する (図 1 a)。その直後にソルトフィンガーは崩壊し、乱流状態へと遷移する (図 1 b)。ただし、この時点では鉛直方向に長く伸びる構造はまだ残っている。最終的に、流れは特定の構造をもたない平衡状態へと至る (図 1 c)。また、いずれの時刻においても、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの大スケールの構造はよく似ているが、ポテンシャルエネルギーのほうがより多くの小スケール成分を有する。

次に、乱流への遷移過程におけるエネルギースペクトルの時間変化を図 2 に示す。はじめ、最大成長モードの運動エネルギーは単調に増加するが、 $t = 39$  では減少に転じている。このとき、最大成長モードから大スケールと小スケールへと非線形効果によって運動エネルギーが輸送されている。さらに時間が経過すると ( $t = 41$ )、最大成長モード ( $k_{FGM}$ ) にあったエネルギーのピークは失われ、

以後特定の構造は見られなくなる。

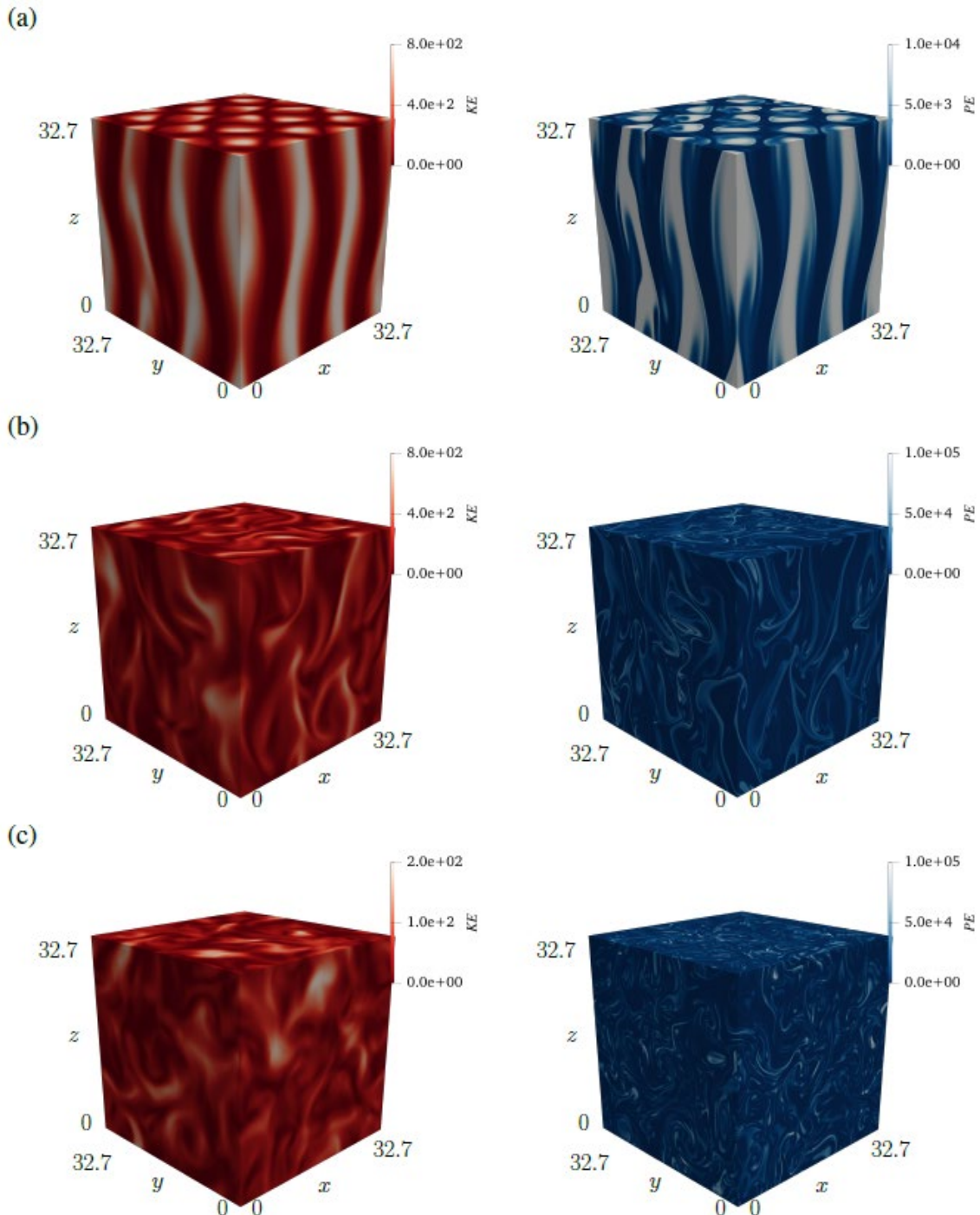


図1. 運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの空間分布。(a)  $t = 38$ , (b)  $t = 39$ , (c)  $t = 40$ 。

ポテンシャルエネルギースペクトルの時間変化は大スケールにおいて、運動エネルギースペクトルと同様である。一方で、小スケールにおける時間変化は大きく異なる。すなわち、コルモゴロフ波数よりも高波数において、ポテンシャルエネルギーは運動エネルギーに比べ著しく大きい。これは、温度攪乱と塩分攪乱の勾配の相関によるポテ

ンシャルエネルギー生成があるためである。実際に、ポテンシャルエネルギースペクトルの収支を調べると、温度攪乱と塩分攪乱の勾配の相関による生成項がコルモゴロフ波数と温度のパチェラー波数の間で大きな正のピークをもっており、その他の項（エネルギー輸送、エネルギー散逸、鉛直密度フラックスによる運動エネルギーとのエ

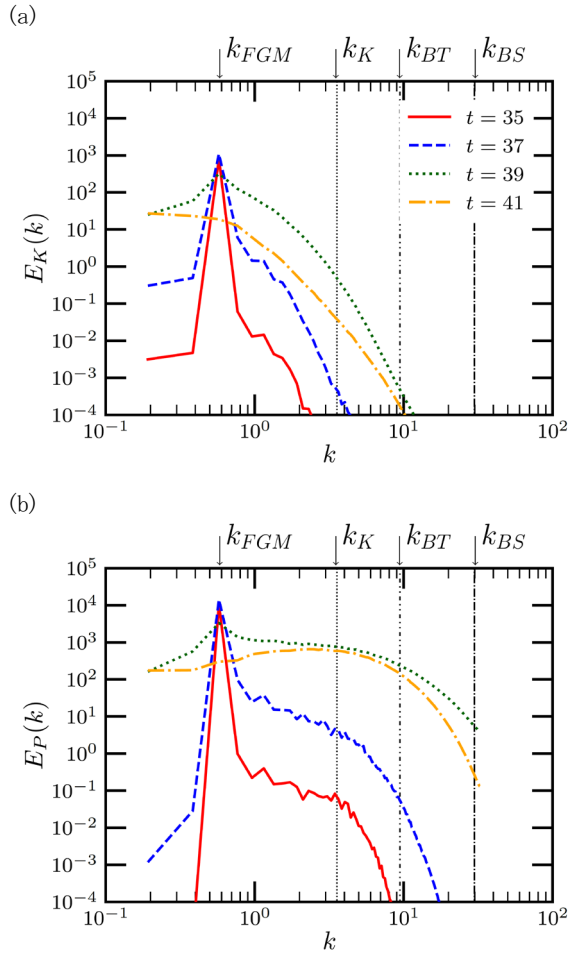


図2. (a)運動エネルギースペクトルと(b)ポテンシャルエネルギースペクトルの時間変化。図の上部の矢印は、最大成長モードに対応する波数 ( $k_{FGM}$ )、 $t = 39$  におけるコルモゴロフ波数 ( $k_K$ )、温度のパチェラー波数 ( $k_{BT}$ )、塩分のパチェラー波数 ( $k_{BS}$ ) である。

エネルギー交換)の寄与は比較的小さいことが分かった(図は省略)。さらに、平衡状態において、ポテンシャルエネルギースペクトルはコルモゴロフ波数付近にピークをもつようになる。

#### 4. 結言

フィンガー型の二重拡散対流の直接数値計算を実施し、特にソルトフィンガーから乱流への遷移過程におけるエネルギースペクトルの考察を行った。最大成長モードに注入されたエネルギーが増大した後、ソルトフィンガーの不安定性とともなって、低波数と高波数にエネルギーが輸送されることによって流れは乱流化する。また、小スケールにおいてポテンシャルエネルギーの生成があるために、運動エネルギーに比べて著しく大きな値をもつ。

#### 謝辞

本研究成果は令和6年度地球シミュレータ公募課題により、海洋研究開発機構の地球シミュレータを利用して得られたものである。

#### 文献

- [1] J. S. Turner, *Buoyancy effects in fluids*, Cambridge University Press, 1979.
- [2] T. Radko, *Double-diffusive convection*, Cambridge University Press, 2013.
- [3] P. G. Baines, and A. E. Gill, "On thermohaline convection with linear gradients," *J. Fluid Mech.*, 37(2), pp. 289-306, 1969.
- [4] R. I. Tait, and M. R. Howe, "Thermohaline staircase," *Nature*, 231, pp. 178-179, 1971.
- [5] M. E. Stern, T. Radko, and J. Simeonov, "Salt fingers in an unbounded thermocline," *J. Mar. Res.*, 59(3) pp. 355-390, 2001.
- [6] A. Traxler, S. Stellmach, P. Garaud, T. Radko, and N. Brummell, "Dynamics of fingering convection. Part 1 Small-scale fluxes and large-scale instabilities," *J. Fluid Mech.*, 677, pp. 530-553, 2011.
- [7] S. Stellmach, A. Traxler, P. Garaud, N. Brummell, and T. Radko, "Dynamics of fingering convection. Part 2 The formation of thermohaline staircases," *J. Fluid Mech.*, 677, pp. 554-571, 2011.
- [8] A. E. Gargett, W. J. Merryfield, and G. Holloway, "Direct numerical simulation of differential scalar diffusion in three-dimensional stratified turbulence," *J. Phys. Oceanogr.*, 33, pp. 1758-1782, 2003.
- [9] T. Radko, "A mechanism for layer formation in a double-diffusive fluid," *J. Fluid Mech.*, 497, pp. 365-380, 2003.