

持続的な安全社会の構築に資する先端的マルチスケール環境予測シミュレーション法と周辺技術の開発

課題責任者

松田 景吾 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 地球情報科学技術センター

著者

松田 景吾

海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 地球情報科学技術センター

キーワード：雲乱流，慣性粒子クラスタリング，高レイノルズ数乱流，直接数値シミュレーション，慣性小領域

1. 緒言

地球温暖化に伴って猛暑や豪雨等の極端気象の激甚化が懸念されており，高解像度気象シミュレーションによる気候変動影響評価と適応策評価が重要な社会課題となっている．計算機性能と高解像度シミュレーション技術の発展により，数十メートル解像度での豪雨シミュレーションも可能となってきた [1]．信頼性の高い高解像度シミュレーションを実現するためには，数値モデルにおける要素物理モデルの信頼性を向上させることが重要である．中でも，ミクロスケールの乱流プロセスは海表面から大気への熱・水蒸気の輸送や雲の発達に大きな影響を及ぼす．そのため，本課題では，乱流モデルを使わずにナビエ・ストークス方程式を精密に計算する直接数値計算（DNS, Direct Numerical Simulation）により，多数の雲粒が雨粒へと成長する過程で重要となる雲乱流プロセスの解明に取り組んできた．乱流中では，流体より密度の大きい雲粒のような慣性粒子は，慣性力によって乱流渦からはじき出され，不均一な空間分布を示す．これは慣性粒子クラスタリングと呼ばれ，雲粒から雨滴への衝突併合による成長を促進する要因のひとつとなっている．そこで，本研究では，実際の雲乱流のような高レイノルズ数乱流場におけるクラスタリング挙動を明らかにするために，大規模 DNS を実施し，慣性粒子クラスタリングのスケール依存性の解明に取り組んだ [2, 3]．

2. 雲乱流の直接数値シミュレーション

雲乱流の大規模 DNS には，Lagrangian Cloud Simulator (LCS)を用いた [4, 5, 6]．気相乱流場の支配方程式は非圧縮性流れの Navier-Stokes 方程式である．3 方向に周期境界条件の設定された立方体の計算領域（一辺の長さが 2π ）を用い，大スケール（波数 $k < 2.5$ ）の流速成分に対してランダムな外力 [7] を加えることにより，統計的に定常な一様等方性乱流場を形成した．乱流中の多数の粒子の運動については，質点近似に基づいてラグランジアン法により追跡した．微小で密度の大きい球形粒子を仮定し，流体との相対速度に比例する抗力に対応する加速度が働くものとした．

本研究において重要な無次元パラメータは，テイラーマイクロスケール基準のレイノルズ数 $Re_\lambda \equiv u'\lambda/\nu$ ，およびストークス数 $St \equiv \tau_p/\tau_\eta$ である．ここで， u' は速度

変動の RMS 値， λ はテイラーマイクロスケール， τ_p は粒子運動の緩和時間， τ_η はコルモゴロフ時間である．ストークス数 St が大きいほど粒子の慣性力が強く働く．最も大規模な DNS では 4096^3 の格子点を用いることにより， $Re_\lambda = 648$ の乱流場を形成した．その際，ストークス数 St が 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0 の 7 種類の粒子を 32 億個ずつ，合計 224 億個を投入し，統計的に定常な状態に至った後の粒子分布データを取得した．

3. 慣性小領域における慣性粒子クラスタリング

DNS により得られた個々の粒子位置データから格子点上の粒子数密度データを作成し，これに対してフーリエ変換を施すことによって粒子数密度スペクトル $E_n(k)$ を算出した．図 1 に， $Re_\lambda = 648$ における各ストークス数の粒子数密度スペクトルを示す．なお，粒子の離散性に起因するポアソンノイズと数密度データ作成時のフィルタの寄与は除去されている．図より， $St \leq 1.0$ では波数 $k\eta \approx 0.2$ に数密度スペクトルのピークが現れており，従来から研究されてきたクラスタリングの知見と整合している [5]．一方， $St \geq 0.5$ においては，低波数側の $k\eta < 0.03$ において，顕著なバンパが現れることが確認できる．この結果は，乱流の慣性小領域（本 DNS では $0.008 \leq k\eta \leq 0.03$ ）においてこれまでの知見とは異なるクラスタリング機構が存在することを示唆している．

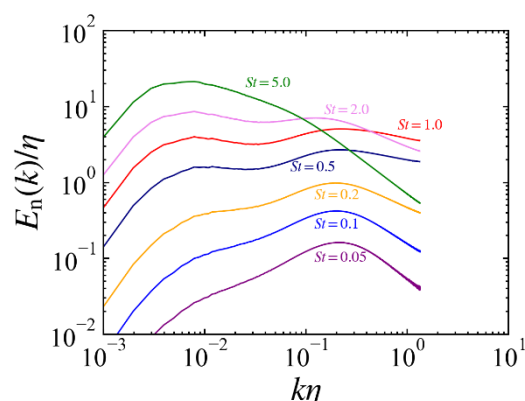


図 1 $Re_\lambda = 648$ における粒子数密度スペクトルのストークス数依存性 [2]．コルモゴロフ長 η を用いて規格化されている．

乱流場の慣性小領域は、運動エネルギー供給スケールとエネルギー散逸スケールの間で、乱流の非線形性に起因して大スケールから小スケールへのエネルギーが輸送されるスケール領域である。Kolmogorov は外力や散逸の影響が十分に小さいと仮定して次元解析を行い、慣性小領域における乱流運動エネルギースペクトルが $k^{-5/3}$ に比例することを指摘した。慣性小領域の粒子クラスタリングに関する先行研究では、スケール依存ストークス数 $St_r \equiv \tau_p/\tau_r = \tau_p \epsilon^{1/3} k^{2/3}$ （ここで、 ϵ は運動エネルギー散逸率）を導入し、 $St_r \ll 1$ となる慣性小領域では、preferential concentration と呼ばれるクラスタリング形成機構が支配的となると考え、粒子クラスタリングによる数密度スペクトルは $k^{1/3}$ に比例すると予想されていた（例えば[8]）。本研究の大規模 DNS で得られた数密度スペクトルの挙動はこの予想を覆すものである。

粒子運動の緩和時間 τ_p が乱流渦の時間スケールよりも十分に小さい場合には、粒子の速度 $\mathbf{v}$ は流体の速度 $\mathbf{u}$ とラグランジアン加速度 $\mathbf{a}_L$ を用いて次式のように近似的に表すことができる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} - \tau_p \mathbf{a}_L + O(\tau_p^2)$$

また、慣性小領域のスケールでは、流体のラグランジアン加速度 $\mathbf{a}_L$ に及ぼす外力項や粘性項の寄与が無視できるほど小さく、圧力勾配項の寄与が支配的とみなすことができる。これらの関係から、粒子数密度の移流方程式の生成項について、慣性小領域では $B_{vp} = -\tau_p \nabla \cdot (n \nabla P)$ の項が支配的となることが推測される。ここで、 n は粒子数密度、 P は単位密度あたりの圧力である。この生成項 B_{vp} を用いて Kolmogorov の方法論に従って次元解析を行った結果、特性スケール $\Lambda = \tau_p^{3/2} \epsilon^{1/2}$ を用いて規格化した数密度スペクトル $E_n(k)$ がスケール依存ストークス数 St_r の関数で与えられることが予想された。

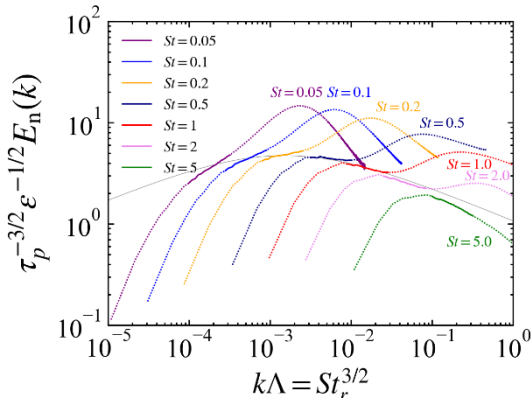


図2 特性スケール Λ を用いて規格化した $Re_\lambda = 648$ における粒子数密度スペクトル [2].

図2に、 Λ を用いて規格化した数密度スペクトル $E_n(k)$ を示す。図中には、慣性小領域の波数範囲内（ $0.008 \leq k\eta \leq 0.03$ ）のスペクトルを実線で示した。図より、慣性小領域のスペクトルが概ねひとつの曲線上に並ぶことが確認できる。横軸の無次元化された波数は $k\Lambda = St_r^{3/2}$ を満たすため、この結果は Λ で規格化された数密度スペクトル $E_n(k)$ が St_r の関数に従うという予想と整合している。た

だし、その曲線は $k\Lambda \lesssim 10^{-3}$ （ $St_r \lesssim 10^{-2}$ ）では $k^{1/3}$ に近づく一方、 $k\Lambda \gtrsim 10^{-3}$ （ $St_r \gtrsim 10^{-2}$ ）では負の傾きを示している。この St_r 依存性が図1において、 $St \geq 0.5$ のスペクトルの低波数領域 $k\eta < 0.03$ に現れた顕著なバンプの要因であると考えられる。

慣性小領域での数密度スペクトルがべき関数とならない要因としては、preferential concentration 機構が数密度の強い不均一性によって変調することが他の解析から示唆された。本研究で導いた生成項 B_{vp} は、数密度 n が空間的に均一な場合にはpreferential concentration 機構を駆動する生成項 $B_Q = -2\tau_p Q$ （ Q は速度勾配テンソルの第二普遍量）に等しくなる一方、数密度 n が不均一な場合には B_Q との差が大きくなる性質がある。本研究では、 $k\Lambda \gtrsim 10^{-3}$ においてこの不均一性の影響が無視できないことが確認された。

図3に DNS により得られた $St = 2.0$ の粒子の空間分布の一例を示す。本図の幅と高さは計算領域サイズに等しい。図より、比較的大きなスケールでも顕著な数密度の不均一性（クラスタリング）が生じていることが確認できる。

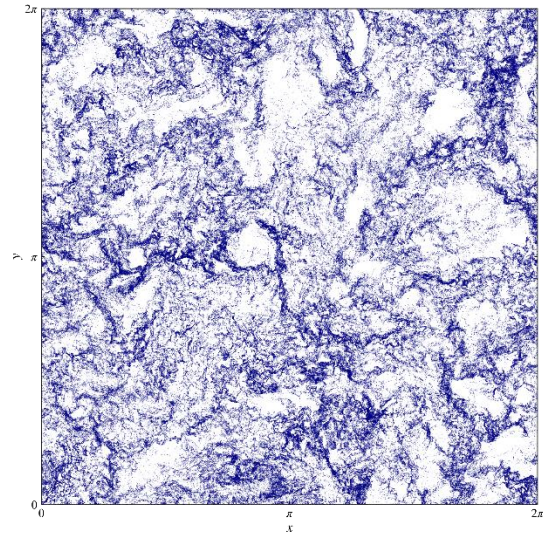


図3 乱流中における粒子の空間分布（ $Re_\lambda = 648$, $St = 2.0$ ）。 $0 < z < 4\eta$ の範囲の粒子のみを表示。

4. 結言

LCS を用いた高レイノルズ数の雲乱流の DNS により、慣性粒子クラスタリングのスケール依存性を調べた。その結果、乱流の慣性小領域において粒子数密度スペクトルの傾きが先行研究の理論的予想とは一致しないことが明らかになった。Kolmogorov の方法論に従った次元解析と DNS データから、慣性小領域の粒子数密度スペクトルはスケール依存ストークス数 St_r の関数に従うものの、単一のべき関数とはならないことが明らかになった。その要因として、 $St_r \lesssim 10^{-2}$ ではクラスタリング形成がpreferential concentration 機構に従う一方、 $St_r \gtrsim 10^{-2}$ では数密度の非一様性に起因して抑制されることが明らかになった。

謝辞

本研究はJSPS 科研費 JP23K03686 の助成を受けた。

文献

- [1] 松田景吾, 杉山徹, 後藤浩二, 松本圭太, 竹内太, “持続的な安全社会の構築に資する先端的多スケール環境予測シミュレーション法と周辺技術の開発”, 地球シミュレータ令和4年度アニュアルレポート(年報)2022, (2023).
- [2] K. Matsuda, K. Yoshimatsu and K. Schneider, “Heavy particle clustering in inertial subrange of high-Reynolds number turbulence”, *Phys. Rev. Lett.*, 132, 234001 (2024).
- [3] K. Matsuda, K. Yoshimatsu and K. Schneider, “Stokes-number dependence of inertial particle clustering in turbulence inertial subrange”, *Proc. 13th Int. Symp. Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP13)*, Montréal, Canada, June, 2024.
- [4] R. Onishi, K. Matsuda, and K. Takahashi, “Lagrangian tracking simulation of droplet growth in turbulence - turbulence enhancement of autoconversion rate”, *J. Atmos. Sci.*, 72 (7), 2591-2607 (2015).
- [5] K. Matsuda, R. Onishi, M. Hirahara, R. Kurose, K. Takahashi, and S. Komori, “Influence of microscale turbulent droplet clustering on radar cloud observations”, *J. Atmos. Sci.*, 71 (10), 3569-3582 (2014).
- [6] K. Matsuda and R. Onishi, “Turbulent enhancement of radar reflectivity factor for polydisperse cloud droplets”, *Atmos. Chem. Phys.*, 19 (3), 1785-1799 (2019).
- [7] K. Yoshida and T. Arimitsu, “Inertial-subrange structures of isotropic incompressible magnetohydrodynamic turbulence in the Lagrangian renormalized approximation”, *Phys. Fluids*, 19, 045106 (2007).
- [8] T. Arikawa, K. Yoshida, K. Matsuda and K. Yoshimatsu, “Scale-similar clustering of heavy particles in the inertial range of turbulence”, *Phys. Rev. E*, 97 (3), 033109 (2018).