

## 海洋地球科学における同期現象の数理

課題責任者

河村 洋史 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究  
開発センター

著者

大島 逸平\*<sup>1</sup>\*<sup>2</sup>, 荒井 貴光\*<sup>2</sup>, 小澤 歩\*<sup>2</sup>, 河村 洋史\*<sup>2</sup>

\*<sup>1</sup> 東北大学 流体科学研究所 統合流動科学国際研究教育センター

\*<sup>2</sup> 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究開発センター

キーワード：非線形動力学，同期現象，位相縮約，最適化，回転水槽，反応拡散系，海洋地球科学

### 1. はじめに

本課題では、「数値解析リポジトリ」のアプリケーション「同期解析」を研究開発している (<https://www.jamstec.go.jp/namr/project15.html>)。具体的には、海洋地球分野に潜む同期現象を発見・解明するために、位相方程式を基盤とした同期現象の解析システムを構築している。加えて、位相縮約法と呼ばれる数理科学的手法を拡張・応用することにより、海洋・地球・生命に関する様々な同期現象を解析している。

例えば、本課題の2年度目である令和4年度は、拘束条件を持つ偏微分方程式の位相縮約法[1]と埋め込み境界射影法[2]を融合させて、カルマン渦列に対する位相縮約法を定式化した[3]。

そして、本課題の3年度目である令和5年度には、カルマン渦列の位相縮約法[3]と強制同期の最適化手法[4, 5, 6]を融合させて、カルマン渦列の強制同期に対する最適化手法を開発した[7]。

加えて、本課題の2年度目である令和4年度は、集団振動を示す結合素子ネットワークに対するベイズ推定に基づくデータ駆動型同期解析手法を論文化した[8]。

本稿では、令和6年度の地球シミュレータ所内課題として取り組んでいる次の3サブ課題「1. カルマン渦列の同期現象に対する位相縮約によるアプローチ」「2. 全球大気アナログとしての結合回転水槽の直接数値計算と位相縮約解析」「3. 未発見相互作用探索：位相方程式を基にした同期現象の解析システムの構築」それぞれについて成果報告または進捗報告する。

### 2. 研究成果

令和6年度の研究成果として、次の項目について報告する：カルマン渦列の強制同期に対する最適化手法の開発と乱流制御への応用(節2.1)(文献[9]参照)(サブ課題1)、周期外力を加えた回転水槽における進行振動対流の強制同期とその最適化(節2.2)(文献[10]参照)(サブ課題2)、反応拡散系の同期現象に対するデータ駆動型解析手法の開発とその応用(節2.3)(文献[11]参照)(サブ課題3)、時間遅れを持つ反応拡散系の同期現象に対する位相縮約によるアプローチ(節2.4)(文献[12]参照)(サブ課題1)。

#### 2.1 カルマン渦列の強制同期に対する最適化手法の開発と乱流制御への応用(河村)

本サブ課題においては、カルマン渦列の同期現象に対する位相縮約法および最適化手法を開発してきた。具体的には、令和4年度は、拘束条件を持つ偏微分方程式の位相縮約法[1]と埋め込み境界射影法[2]を融合させて、カルマン渦列に対する位相縮約法を定式化した[3]。令和5年度には、カルマン渦列の位相縮約法[3]と強制同期の最適化手法[4, 5, 6]を融合させて、カルマン渦列の強制同期に対する最適化手法を開発した[7]。そして、円柱および翼型まわりの流れ場を解析して、その有効性を確認した。ここにおいて、令和6年度は、これまでに開発してきた、カルマン渦列の強制同期に対する位相縮約法に基づく最適化手法の、乱流制御への応用を検討した。具体的には、キャビティ流れの乱流制御について位相縮約解析を実施した[9]。

本研究はサブ課題1であり、これまでにES4CPUを利用して得られた成果[3, 7]の続報と位置付けられる。なお、本研究はカリフォルニア大学ロサンゼルス校との共同研究である。

#### 2.2 周期外力を加えた回転水槽における進行振動対流の強制同期とその最適化(大島, 河村)

自然界には偏微分方程式のリミット・トラス解で記述される振動現象とその同期現象が存在する。例えば、大気大循環の模型実験系である回転水槽実験系[13]において、進行振動対流の同期現象が観察されている[14, 15, 16]。そこで、課題責任者はこれまでに、偏微分方程式のリミット・トラス解に対する位相縮約法を定式化してきた[1]。

本サブ課題においては、研究開始当初からの主要課題である、回転水槽の直接数値計算および位相縮約解析を実施している。令和3年度は、周期外力を受けた回転水槽における進行振動対流の強制同期の直接数値計算を実施した。令和4年度は、インパルス摂動を加えることで、進行振動対流の位相応答を計算して、位相縮約解析を実施した。令和5年度は、デューティサイクルを持つ周期外力による進行振動対流の強制同期の直接数値計算および位

相縮約解析を実施した. ここにおいて, 令和6年度は, これらの結果を論文化した[10].

並行して, 結合回転水槽の直接数値計算と位相縮約解析を実施中である. 具体的には, 単体の回転水槽の進行振動対流に対する位相縮約法を用いて, 一対の回転水槽の結合系における進行振動対流の間の時空間的な同期現象を解析中である. 加えて, 偏微分方程式の進行振動解の時空間的な同期現象に対する最適化手法も開発中である. 本最適化手法は論文[1]に基づくものであると共に, 論文[7]の一般化といえる.

本研究はサブ課題2であり, 本研究にはES4CPUを利用した. なお, 本研究は東北大学との共同研究である.

### 2.3 反応拡散系の同期現象に対するデータ駆動型解析手法の開発とその応用 (荒井, 河村)

海洋地球分野に潜む同期現象を発見・解明するために, 位相方程式を基盤とした同期現象の解析システムを構築している. 特に, 支配方程式が未知の場合にも適用できるように, バイズ推定に基づくデータ駆動型同期解析手法を開発している[8, 11, 17].

具体的には, 令和4年度は, 集団振動を示す結合素子ネットワークに対するバイズ推定に基づくデータ駆動型同期解析手法を開発した[8]. 令和5年度には, 大自由度力学系を無限次元力学系に一般化することで, 時空間リズムを示す反応拡散系[18]に対するバイズ推定に基づくデータ駆動型同期解析手法を開発した. 加えて, 位相を計算する際の適切なポアンカレ断面に関して理論的な解析と数値的な検証を実施した. ここにおいて, 令和6年度は, これらの結果を論文化した[11]. 図1に概略を示す.

並行して, これまでに開発してきたデータ駆動型同期解析手法を, 海洋・地球・生命に関する様々な時系列データに適用中である. 具体的には, エルニーニョ・南方振動と年周期の同期現象[19], 成層圏準二年周期振動と半年周期振動の同期現象[20], 北極振動と南極振動の同期現象[21], メキシコ湾流と黒潮の同期現象[22]などを解析中である.

加えて, 進行振動状態を示す反応拡散系に対するバイズ推定に基づくデータ駆動型同期解析手法も開発中である. 本解析手法は論文[1]に基づくものであると共に, 論文[11]の一般化といえる.

本研究はサブ課題3であり, 本研究にはES4GPUを利用した. なお, 本研究は京都大学との共同研究である.

### 2.4 時間遅れを持つ反応拡散系の同期現象に対する位相縮約によるアプローチ (小澤, 河村)

本課題では, 位相縮約法を拡張・応用することにより, 海洋・地球・生命に関する様々な同期現象を解析している. 節2.1で述べたように, 例えば, カルマン渦列の同期現象を位相縮約解析してきた[3].

令和6年度から新たに, メキシコ湾流と黒潮の同期現象[22]を念頭に, その数理モデル[23]の位相縮約解析を目指している. この数理モデルは時間履歴や拘束条件を

持つ偏微分方程式のため扱いが難しく, まずは時間遅れを持つ反応拡散方程式(例えば[24]参照)を検討した. そして, 反応拡散方程式の位相縮約法[18]と遅延微分方程式の位相縮約法[25]を融合させて, 時間遅れを持つ反応拡散方程式に対する位相縮約法を新たに定式化した[12].

本研究はサブ課題1の新規項目と位置付けられ, 本研究にはES4GPUを利用した.

### 3. おわりに

いずれのサブ課題もおおむね順調に進展しており, 見込まれる論文数について変更はない. 令和6年度は, サブ課題3に関連して論文[11], サブ課題2に関連して論文[10]が出版されている. 加えて, サブ課題1に関連して, 原稿[9]が査読中, 原稿[12]が投稿準備中である.

### 謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP21K14084&JP24K17202(大島), JP24K23908(荒井), JP24K23907(小澤), JP20K03797 & JP24K06910(河村)の助成を受けたものである.

### 文献

- [1] Y. Kawamura, Phase reduction of limit-torus solutions to partial differential algebraic equations, *Phys. Rev. Research* **1**, 033130 (2019).
- [2] K. Taira and T. Colonius, The immersed boundary method: A projection approach, *J. Comput. Phys.* **225**, 2118-2137 (2007).
- [3] Y. Kawamura, V. Godavarthi, and K. Taira, Adjoint-based phase reduction analysis of incompressible periodic flows, *Phys. Rev. Fluids* **7**, 104401 (2022).
- [4] T. Harada, H.-A. Tanaka, M. J. Hankins, and I. Z. Kiss, Optimal waveform for the entrainment of a weakly forced oscillator, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 088301 (2010).
- [5] A. Zlotnik, Y. Chen, I. Z. Kiss, H.-A. Tanaka, and J.-S. Li, Optimal waveform for fast entrainment of weakly forced nonlinear oscillators, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 024102 (2013).
- [6] A. Pikovsky, Maximizing coherence of oscillations by external locking, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 070602 (2015).
- [7] V. Godavarthi, Y. Kawamura, and K. Taira, Optimal waveform for fast synchronization of airfoil wakes, *J. Fluid Mech.* **976**, R1 (2023).
- [8] T. Arai, Y. Kawamura, and T. Aoyagi, Extracting phase coupling functions between collectively oscillating networks from time-series data, *J. Phys. Soc. Jpn.* **91**, 124001 (2022).
- [9] V. Godavarthi, Y. Kawamura, L. S. Ukeiley, L. N. Cattafesta III, and K. Taira, Phase-based analysis and control of supersonic turbulent cavity flows, under review.
- [10] I. Oshima and Y. Kawamura, Synchronization phenomenon of temperature oscillation in rotating fluid annulus and optimal waveforms of external forcing, *Chaos* **35**, 043116 (2025).
- [11] T. Arai, Y. Kawamura, and T. Aoyagi, Setting of the Poincare section for accurately calculating the phase of rhythmic spatiotemporal dynamics, *Phys. Rev. E* **111**, 014205 (2025).

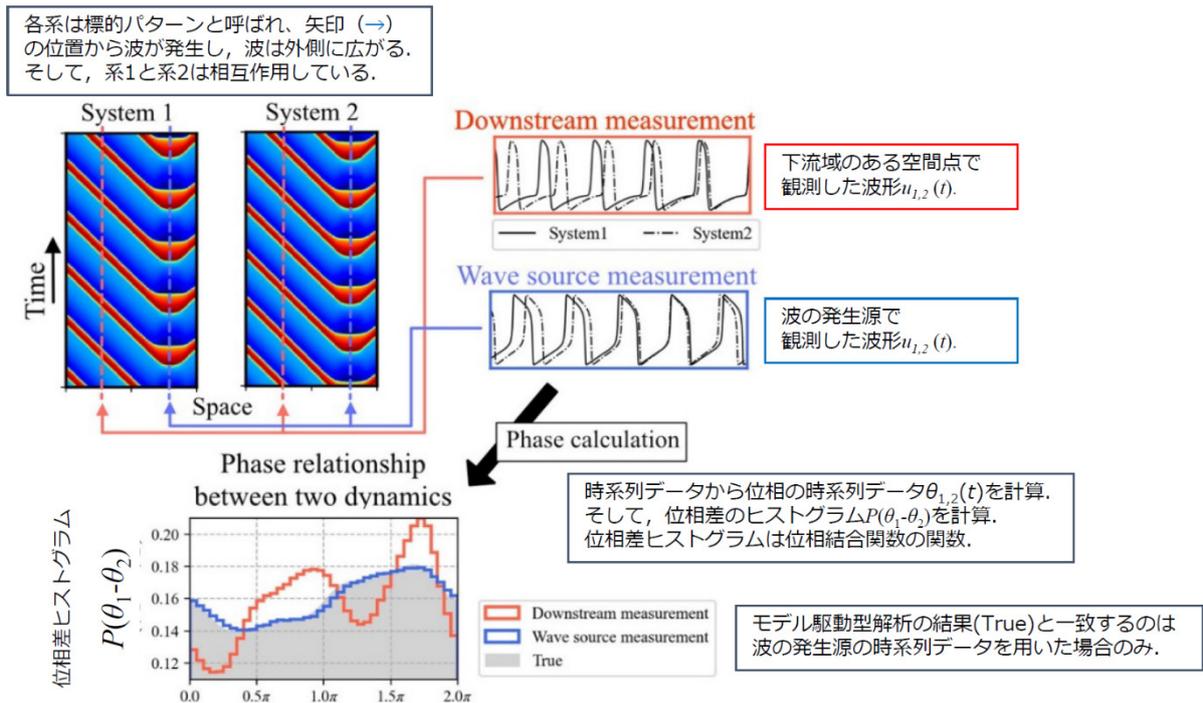


図1 時空間リズムを示す反応拡散系の位相を計算する際の適切なポアンカレ断面の概略図[11]。データ駆動型同期解析手法がリズムを正確に捉えるためにはリズムを支配する領域(波の発生源)を観測する必要がある。地球科学分野で同期現象を議論する際にも解析に用いる時系列データの観測点が重要であることを意味する。今後の展望としては本知見を基に本データ駆動型同期解析手法をメキシコ湾流と黒潮の同期現象[22]などに適用することである。

[12] A. Ozawa and Y. Kawamura, Phase reduction of reaction-diffusion systems with delays (tentative), in preparation.

[13] M. Ghil, P. Read, and L. Smith, Geophysical flows as dynamical systems: The influence of Hide's experiments, *Astron. Geophys.* **51**, 4.28 (2010).

[14] F. J. R. Eccles, P. L. Read, A. A. Castrejon-Pita, and T. W. N. Haine, Synchronization of modulated traveling baroclinic waves in a periodically forced, rotating fluid annulus, *Phys. Rev. E* **79**, 015202(R) (2009).

[15] A. A. Castrejon-Pita and P. L. Read, Synchronization in a pair of thermally coupled rotating baroclinic annuli: Understanding atmospheric teleconnections in the laboratory, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 204501 (2010).

[16] P. L. Read, X. Morice-Atkinson, E. J. Allen, and A. A. Castrejon-Pita, Phase synchronization of baroclinic waves in a differentially heated rotating annulus experiment subject to periodic forcing with a variable duty cycle, *Chaos* **27**, 127001 (2017).

[17] T. Arai, K. Ota, T. Funato, K. Tsuchiya, T. Aoyagi, and S. Aoi, Interlimb coordination is not strictly controlled during walking, *Commun. Biol.* **7**, 1152 (2024).

[18] H. Nakao, T. Yanagita, and Y. Kawamura, Phase-reduction approach to synchronization of spatiotemporal rhythms in reaction-diffusion systems, *Phys. Rev. X* **4**, 021032 (2014).

[19] K. Stein, A. Timmermann, and N. Schneider, Phase synchronization of the El Nino-Southern Oscillation with the Annual Cycle, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 128501 (2011).

[20] P. L. Read and A. A. Castrejon-Pita, Phase synchronization between stratospheric and tropospheric quasi-biennial and semi-annual oscillations, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **138**, 1338-1349 (2012).

[21] Y. Tachibana, Y. Inoue, K. K. Komatsu, T. Nakamura, M. Honda, K. Ogata, and K. Yamazaki, Interhemispheric synchronization between the AO and the AAO, *Geophys. Res. Lett.* **45**, 13,477-13,484 (2018).

[22] T. Kohyama, Y. Yamagami, H. Miura, S. Kido, H. Tatebe, and M. Watanabe, The Gulf Stream and Kuroshio Current are synchronized, *Science* **374**, 341-346 (2021).

[23] B. Gallego and P. Cessi, Decadal variability of two oceans and an atmosphere, *Journal of Climate* **14**, 2815-2832 (2001).

[24] W. Jiang, H. Wang, and X. Cao, Turing instability and Turing-Hopf bifurcation in diffusive Schnakenberg systems with gene expression time delay, *J. Dyn. Diff. Equat.* **31**, 2223-2247 (2019).

[25] K. Kotani, I. Yamaguchi, Y. Ogawa, Y. Jimbo, H. Nakao, and G. B. Ermentrout, Adjoint method provides phase response functions for delay-induced oscillations, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 044101 (2012).