

幅広いプラントル数における対流と固体地球惑星科学への応用

課題責任者

宮腰 剛広

海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究
開発センター

著者

柳澤 孝寿^{*1}, 宮腰 剛広^{*2}

^{*1} 海洋研究開発機構海域地震火山部門火山・地球内部研究センター, ^{*2} 海洋研究開発機構付加価値情報創生部門
数理科学・先端技術研究開発センター

キーワード: 狭い空間での対流, 高粘性流体, データ同化, 応力履歴依存の粘性, プレート運動

1. イントロダクション

地球型岩石惑星の内部は、大きく分けて地殻（低密度の岩石）、マントル（高密度の岩石）、そして核（鉄を主体とした合金で外核は液体、内核は固体）という構造から成る。各々が持つ物性には様々な違いがあるが、特に顕著なのが流動特性を支配する Prandtl 数 ($Pr = \text{動粘性係数}/\text{熱拡散係数}$) である。マントルを構成する岩石は長い時間スケールでは高粘性流体とみなすことができ、その Pr は 1 よりはるかに大きい。外核においては熔融状態にある鉄合金が対流して地磁気を作り出しているが、その Pr は 1 よりも小さい。地殻中では岩石に多数存在する割れ目や亀裂中での水やマグマの移動が熱輸送や物質分化を促進しており、これらの流体の Pr は中間的な値をもつ。このように内部ダイナミクスを考える上では、幅広い Pr での流動現象の理解が不可欠である。

本課題では、このような幅広い Pr による流体現象を調べることで、地殻・マントル・核それぞれにおける地球惑星科学的な問題に挑戦すると共に、そのデータ提供を通じて海洋研究開発機構付加価値情報創生部門の中期計画の一つである四次元仮想地球のコンポーネントのうち「地球惑星物質進化」への貢献も目的としてきた。今年度の進展から 2 つを以下に紹介する。

2. 狭い空間での熱対流

固体壁で囲まれた空間での浮力による対流、すなわち「密閉対流」(confined convection)は、岩石中のクラックと熱水循環、岩脈の形成や割れ目噴火でのマグマの挙動など、地殻中での数多くの現象に共通して重要となる概念である。これらの理解のため理想化した 3 次元矩形形状を設定し、上下端では温度がそれぞれ一定、側壁では断熱、そして流速は全ての壁で固着条件の熱対流を考える。奥行き方向が極端に狭い場合は Hele-Shaw cell と呼ばれる体系であり、理論的な扱いが簡単になる。一方で中途半端に狭い場合の対流は 2 次元性と 3 次元性が絡み合った複雑なパターンとなるため理論では扱いにくく、その挙動の理解は十分ではなかった。我々は Pr が大きい場合について、密閉対流の挙動を数値シミュレーションと室内実験により調査した[1]。数値シミュレーションには高 Pr の極限であるマントル対流を解くために開発したコード[2]を用いた。実験では水に増粘剤を添加して $Pr \sim 150$

の高粘性流体とし、トレーサー粒子の Particle Image Velocimetry (PIV)により面的な流速を求めた。

シミュレーションと実験ではよく一致した結果が得られ、対流を駆動する熱浮力の大きさの指標となる Rayleigh 数 (Ra)の限られた範囲において、「壁近傍に振動するコーナーロールを伴う準 2 次元的な流れ」が実現することが明らかとなった。準 2 次元的というのは、流速場は狭い方向の成分を持たず Poiseuille 流的な分布であることを意味する。 Ra をもう少し高くすると、狭い方向にも流速成分が現れて 3 次元性を持つようになる。

実験では狭い y 方向の中央に位置する鉛直断面を照射して粒子の撮像を行なっている。準 2 次元的というのは、コーナーロールが振動しても各粒子は特定の xz 断面に居続けるということである。このことを利用して、実験のデータから粒子の軌跡の長時間にわたる追跡を実施した。画像解析により個々の粒子を特定し、それぞれの粒子が時間とともにどのように動き回るかを調べた。図 1 にその結果を示す。軌跡の色は粒子によって異なるようにしている。ある程度の期間にわたり追跡できた粒子は 7 千個に及ぶ。それらすべての粒子あるいはすべての期間を描くと潰れてしまうので、表示は一部についてのみである。中央部にはほぼ定常の 3 ロールがある。左右の壁に接するロールはそれぞれ小さめのコーナーロールを伴い、軌跡の交叉はロール間での粒子の行き来を反映している。

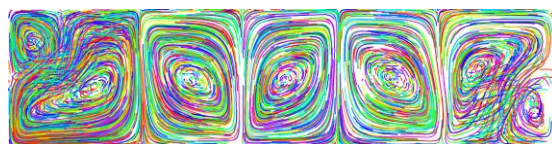


図 1 実験で取得した画像から求めた長時間にわたる粒子の軌跡の一部 ($Ra \sim 2 \times 10^6$)。

実験の画像から流速場を PIV により高精度で求めることが可能であるが、温度場の実測を面的に同じような精度で実施することは困難である。そこで我々は図 1 のような長時間の粒子軌跡のデータを活用し、データの同化によって時間変動のある温度場を求めることを試み、それを実現した[3]。手法には 4 次元変分法に粒子位置の時間変化も取り込んだ”4DVar Marker-in-Cell”[4]の定式化を利用した。これは流れとともに

に移動する粒子を Lagrange 的に扱い、各時刻での粒子の位置とそこでの流速を観測情報とするものである。今の場合、流速は狭い方向成分を持たないことを確かめているので純粋な 2 次元としてモデル化し、Boussinesq 近似のもとで実施した。一方、実際は 3 次元である実験系の結果を同化するので、 Ra の値の意味合いは異なってくる。例えば対流が発生する臨界の Ra は、純粋な 2 次元の場合 1700 程度であるが、実験の 3 次元系では固着壁のため 3×10^4 程度に上昇する。これを踏まえて、温度場に加えて Ra も未知パラメータとして整合的なものを求めた。適当な初期温度場を与え、対流の周回時間程度を同化の期間として、反復計算を実施した。

同化の結果を図 2 に示す。上は再現した粒子軌跡の一部、下は振動する温度場のある瞬間である。上下の温度境界層や振動するプルームの様子がよく再現できている。純粋な 2 次元の意味での Ra は 3×10^5 であった。ここでは示していないが、同化の期間を過ぎてフォワード計算を続けたところ、実験と同様に振動するコーナーロールという挙動が引き続き見られた。これは同化の結果に基づく将来予測が実現できたことを意味する。我々は Pr が中～低の場合についても「密閉対流」の調査を進めている。

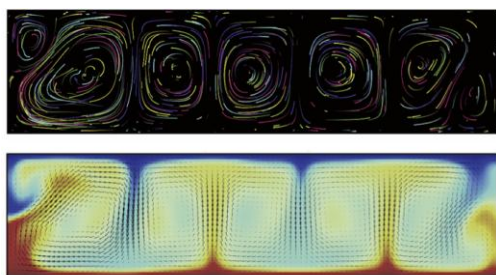


図 2 上：同化による粒子の軌跡の一部。下：同化で求めたある時刻の温度場（赤-青）と流速場（矢印）。

3. 応力履歴依存粘性を用いたマントル対流

地球のプレートでは同じ強さの応力が掛かっている、割れている所とそうでない所が存在している。一旦割れたプレートはかなり応力が低下しないと再固着しない。すなわちプレート運動の再現には、その瞬間に掛かっている応力だけでなく、過去にどのような応力を受けてきたかという履歴を考慮する必要がある。我々の研究グループではこのような応力履歴に依存する粘性を導入したマントル対流モデルの計算に取り組んでいる。今年度は 2 次元円環モデルの成果を査読論文にまとめた[5]。以下では並行して計算を進めてきた全球モデルに関する成果を記す。

計算においては表面を含む全マントル層の対流を 3 次元球殻内で計算している。本年度の計算の結果、全マントルの対流による自然な帰結として、地表面に剛体的に振る舞う固いプレート、およびプレート同士を隔てる応力によって大きな破壊を受けたプレート境界

が形成された。プレート境界はプレートそのものよりもはるかに狭いこと、また一旦形成されたプレート境界は数億年以上の時間スケールに亘って存在し、そのため（実際の地球で見られるような）地質学的時間スケールで安定なプレート運動、といった特徴が再現された。応力履歴依存粘性がこのような安定的な構造維持と運動に大きな役割を果たしている。

さらにプレート拡大領域と沈み込み帯での構造の違い、地球深部に沈むスラブの構造などの観測的特徴のいくつかを再現できた。これらの内容について査読投稿論文を準備中である。

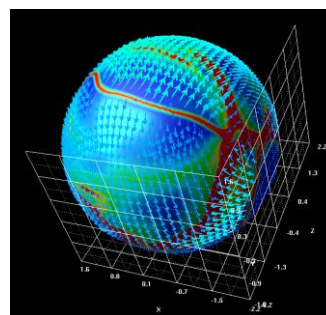


図 3 地表面におけるプレート運動の様子（矢印。長さはその場所での速度の大きさに比例）。色はプレートが応力で損傷を受けている部分を表し、赤い部分が大きく損傷を受けている部分（プレート境界）、青や緑がほとんど損傷を受けていない部分（プレート内部）を表す。

文献

- [1] T. Yanagisawa, S. Takano, D. Noto, M. Kameyama, & Y. Tasaka, “Quasi-steady transitions in confined convection”, *J. Fluid Mech.*, 1000, A44, 2024.
- [2] M. Kameyama, A. Kageyama, & T. Sato, “Multigrid iterative algorithm using pseudo-compressibility for three-dimensional mantle convection with strongly variable viscosity”, *J. Comput. Phys.*, 206(1), pp.162-181, 2005.
- [3] A. Nakao, D. Noto, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, & T. Kuwatani, “Reconstruction of thermally-driven flows using Lagrangian particle data assimilation”, *Sci. Rep.*, 15, 35838, 2025.
- [4] A. Nakao, T. Kuwatani, S. Ito, & H. Nagao, “Adjoint-based marker-in-cell data assimilation for constraining thermal and flow processes from Lagrangian particle records”, *J. Geophys. Res.: Mach. Learn. Comput.*, 2, e2024JH000288, 2025.
- [5] H. Taito, M. Kameyama, T. Miyagoshi, & M. Ogawa, “Two-dimensional numerical experiments on mantle convection with stress-history-dependent rheology: toward self-consistent reproduction of plate tectonics”, *Earth, Planets and Space*, 77, 153, 2025.