

## 計算科学的手法を用いた高レイノルズ数スペクトル統計法則の解明とその乱流モデリングへの応用

山本 義暢 (山梨大学 大学院総合研究部)

### 1. はじめに

近年高レイノルズ数境界層流れにおける大規模構造<sup>1,2)</sup>が注目を集めている。この大規模構造は境界層厚でスケールされる構造を有するとともに乱流統計量への影響<sup>2)</sup>も指摘されている。室内実験による研究ではこの大規模構造は、壁面摩擦速度( $u_\tau$ )と境界層厚( $h$ )に基づくレイノルズ数(摩擦レイノルズ数: $Re_\tau = u_\tau h/\nu$ ,  $\nu$ : 動粘性係数)において 7300 程度に達するとその影響が顕著になることが報告されている<sup>2)</sup>。つまり大規模構造の特性は高レイノルズ数効果そのものと考えられ、各種工学機器流れ及び大気境界層流れ(大気境界層流れの摩擦レイノルズ数: $Re_\tau = O(10^5)$ )に共通する高レイノルズ数乱流輸送現象解明において非常に重要である。しかし、室内実験においては、大気境界層流れの 1/5 程度までの比較的高いレイノルズ数領域での測定が可能であるものの、計測精度や空間構造を推定する際に適用させる凍結乱流仮説の問題があり、実験的手法による大規模構造の特性そのものへの疑義も指摘されている<sup>3)</sup>。このような乱流構造の特性さらには乱流モデリングの基礎情報に貢献するには、最小スケールから最大スケールまでの渦運動を包括した格子分解能・領域を確保した上での乱流の直接数値シミュレーション(Direct Numerical Simulation, DNS)が最も有力かつ効果的である。しかし DNS においてはその計算負荷の高さにより低いレイノルズ数領域への適用がほとんどある。

本研究ではこの室内実験( $Re_\tau = 7300$ )で報告されている大規模構造の特性とそのスペクトル解析を解明及び乱流モデリングへの応用を目的とし、新地球シミュレータ(ES)の最大構成を駆使して、 $Re_\tau = 8000$  規模の直接数値計算に挑戦する。

### 2. 直接数値計算(DNS)の概要

対象とする流動場は、壁面乱流場のカノニカル流であるチャンネル乱流場(図1参照)であり、室内実験結果との比較も可能な流動場である。本流動場の支配方程式は非圧縮性流体の Navier-Stokes 式と運動方程式である。その数値解析手法<sup>4), 5)</sup>として、スタガード格

子系において主流( $x$ )及びスパン方向( $z$ )に高次精度差分法(2, 3, 4, 6, 10 次), 壁垂直方向に2次精度の中心差分法を適用した。時間進行は, Fractional Step 法により, 圧力勾配項に Euler 陰解法, 対流項及び粘性項に2次精度 Adams-Bashforth 法を用いた。また圧力ポアソン方程式の解法には2次元高速フーリエ変換(2D-FFT)と3重対角行列解法(TDMA)による直接解法を用いた。

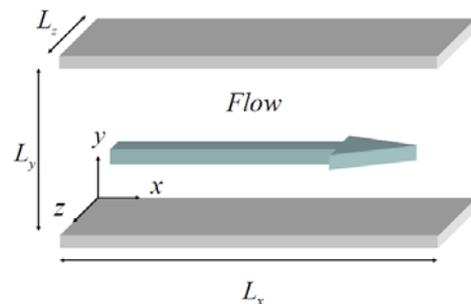


図1 計算体系と座標系

### 3. 並列化手法

領域分割法としては、圧力ポアソン解法時における All-to-all 通信の負荷を最小限に抑えるために壁垂直方向( $y$ )への1次元領域分割を適用した。従って主要通信は、壁垂直方向への TDMA 計算時における All-to-all 通信と差分演算に必要なステンシルを確保するための  $y$  方向へのシフト通信となる。

### 4. 地球シミュレータにおける性能評価

表1 ベンチマーク条件(100ステップの時間積分)

$Re_\tau$	$L_x/h$	$L_y/h$	$L_z/h$	$N_x$ ( $\Delta x^+$ )	$N_y$ ( $\Delta y^+$ )	$N_z$ ( $\Delta z^+$ )
1000	12.8	2	6.4	700 (18.3)	512 (0.6-8.0)	648 (9.9)

$N_x(\Delta x^+)$ ,  $N_y(\Delta y^+)$ ,  $N_z(\Delta z^+)$ : 主流, 壁垂直, スパン方向への格子分割数(解像度), 上付き添え字は, 摩擦速度と動粘性係数により無次元化された値を示す。

#### 4.1. シングルノード性能

地球シミュレータ(NEC・SX-ACE)1ノード(ユーザ使用領域約 60GB)で動作可能な  $Re_\tau=1000$  での体系による性能評価を行った(表1参照)。図2に2, 4, 6, 10次精度差分

法を適用した場合の単一ノード (MPI4 並列) の結果を示す。高次精度差分法の演算部分 (■) は 2 次精度の場合に理論性能 (256Gflop/s) の 50% に達し、差分精度が上るにつれて減少するものの、10 次精度においても約 40% の計算効率が得られている。一方全体の演算性能としては、10 次精度差分法の場合が最も高く、理論性能の約 30% であり SX-9 の 1CPU での実行効率とほぼ同一であった。SX-ACE では SX-9 に比べメモリバンド幅が減少しているものの、ADB が有効に作用し同等の演算効率が確保できている。

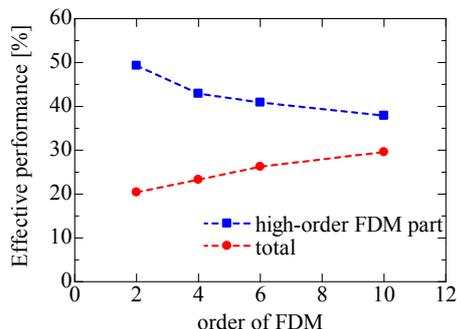


図 2 シングルノード性能 (差分精度)

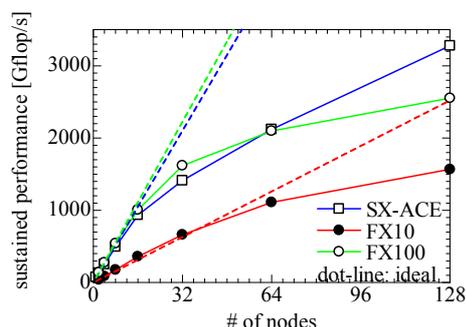


図 3 強スケーリング性能 (スカラ機との比較)

#### 4.2. 強スケーリング性能

次に表 1 の条件においてノード数を増やしその並列性能を評価した (強スケーリング)。図 3 に 1 ノードから 128 ノードまでの実行演算速度の比較を示す (Flat MPI)。また参考のため、東京大学 FX10 (ノード内 16OpenMP, ●), 名古屋大学 FX100 (ノード内 2MPI×16OpenMP, ○) による測定結果を併記している。Flat MPI の場合、シフト通信のコストが目立ってくるため、32 ノード以上の場合には、シフト通信時に演算と通信とのオーバーラップを使用した。

64 ノードまでは、SX-ACE と、ノード性能が約 4 倍高い FX100 はほぼ同一であり、ノード性能がほぼ等しい FX10 との比較では、約 3 倍高速であることがわかった。また 128 ノー

ド時は、FX100 の場合は並列効率の極端な劣化により SX-ACE の優位性が確認できた (128 ノードの並列化効率: 約 50%, 実行演算速度: 3.3Tflop/s, 実行効率: 約 10%)

#### 4.3. 大規模体系での性能

表 2 ベンチマーク条件 (100 ステップの時間積分)

$Re_{\tau}$	$L_x/h$	$L_y/h$	$L_z/h$	$N_x$ ( $\Delta x^+$ )	$N_y$ ( $\Delta y^+$ )	$N_z$ ( $\Delta z^+$ )
8000	16.0	2	6.4	6912 (18.5)	4096 (0.6-8.0)	5184 (9.9)

表 3 ベンチマーク結果 (100 ステップの時間積分)

	Node	MPI	AP	Elapsed time	FUVW	2D-FFT	TDMA	All-to-all	TFLOPS	Effective performance
FX100	2048	1	32	329.75	83.38	52.29	16.17	47.33	50.3	2.5%
SX-ACE	512	2	1	1043.07	291.62	93.05	15.09	393.95	15.4	11.7%
SX-ACE	1024	4	1	580.78	112.65	44.95	6.46	242.02	27.6	10.5%
SX-ACE	2048	2	1	375.76	73.09	20.58	3.53	115.8	42.7	8.1%

次に目標とする  $Re_{\tau}=8000$  の条件での性能評価を行った。表 2 に計算条件を示す。FUVW は、対流項及び粘性項の計算部分のコストである。また比較のために核融合科学研究所 FX100/2048 ノードでの測定結果を併記している。地球シミュレータ/2048 ノードの場合、演算部分においては FX100/2048 ノードの 2 倍近い演算速度が得られているのに対し、All-to-all 通信の性能が約 1/2 となっており、この部分の対策が必要であることが判明した。しかし現状においても FX100/2048 と同等の演算速度が得られており、世界最大レイノルズ数 ( $Re_{\tau}=8000$ ) DNS の実現性が確認できた。なおプロダクト RUN の実行は、解像度をやや上げて行う予定であり、この場合の演算速度は 2048 ノード時に約 52Tflop/s である。

#### 5. その他の成果とまとめ

この他、本年度はスペクトル法コードの ES への移植とそれによる DNS データベースの構築を併せて行った。ES を利用することにより、散逸輸送方程式の詳細データが取得でき<sup>6)</sup>、そのデータベースを乱流モデル開発に適用した<sup>7)</sup>。次年度は  $Re_{\tau}=8000$  のプロダクト RUN を実行し、そのデータベース構築を目指したい。

**参考文献** 1) Kim & Adrian, Phys. Fluids (1999), 417. 2) Huchins & Marusic, J. Fluid Mech.(2007), 579,1. 3) DelAlamo & Jiménez, J. Fluid Mech.(2009), 640, 5-26. 4) Yamamoto et al. J. Turbulence (2000), 2, 1.5) 山本, 機論 B 編 (2013), 79-807, 2409. 6) Yamamoto & Kunugi, Fusion Eng. Des. (2016 in press), dx.doi.org/10.1016/j.fusengdes.2016.01.003 7) Yamamoto & Kunugi, Fusion Eng. Des. (2016 in press), dx.doi.org/10.1016/j.fusengdes.2016.01.004